“Árboles en las estrellas, árboles en los granos de luz”

Talca, 5 Diciembre 2013

Xavier Viennot

LaBRI, CNRS, Burdeos, Francia

con

Marcia Pig Lagos

Escritora, Cuenta Cuentos,

Asociación Cont'Science, Francia y Chile

violin (con video):

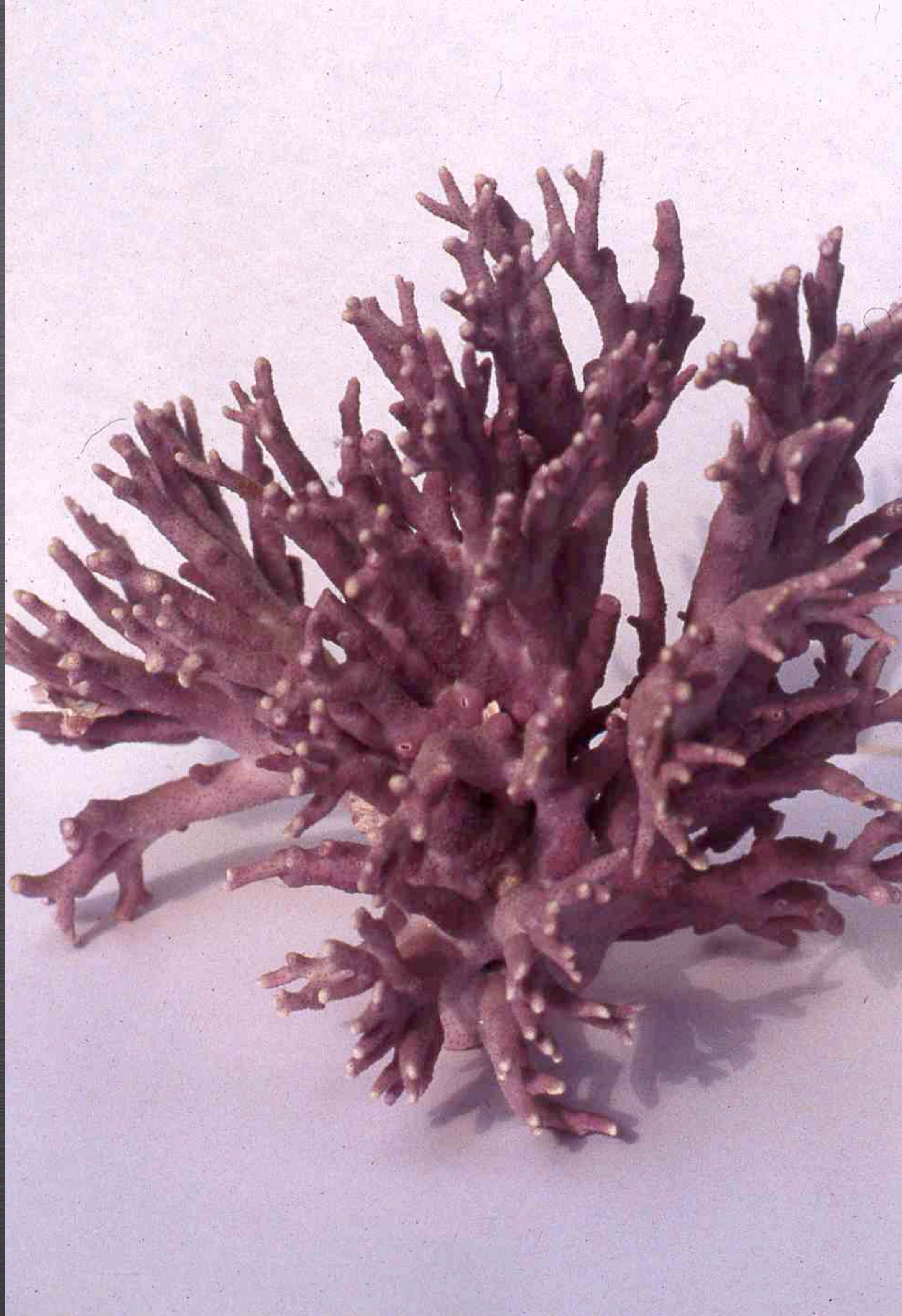
Gérard H.E. Duchamp

LIPN, Universidad La Sorbonne, Paris,

"La belleza
matemática
de los árboles "

BERNARD CLAVEL

Árboles de la naturaleza
árboles ... por todas partes



CORAL

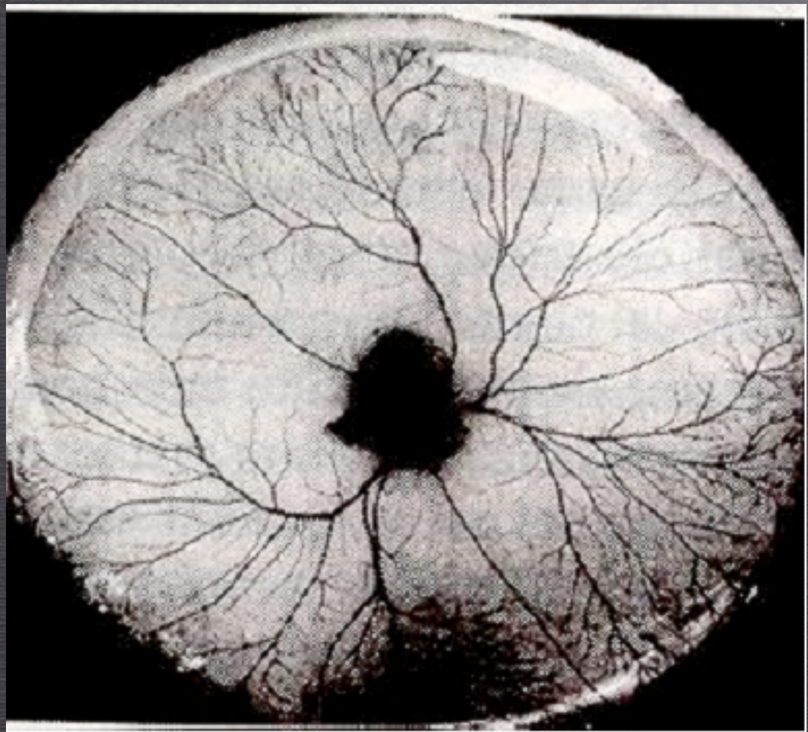

Descarga eléctrica
estructuras ramificadas

Depósitos electrolíticos

VINCENT FLEURY


Infiltración de aceite
entre dos placas

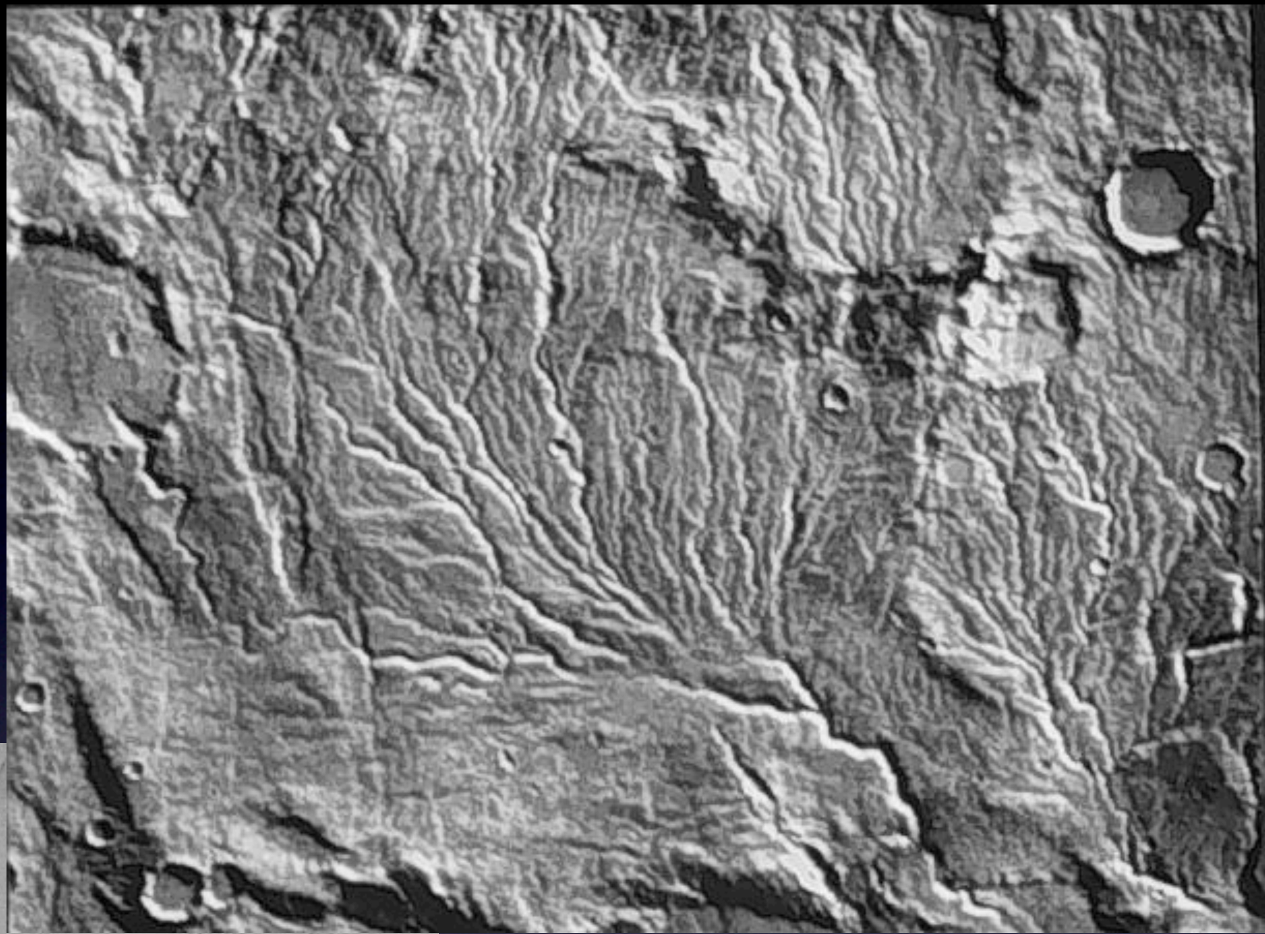
Pulmón

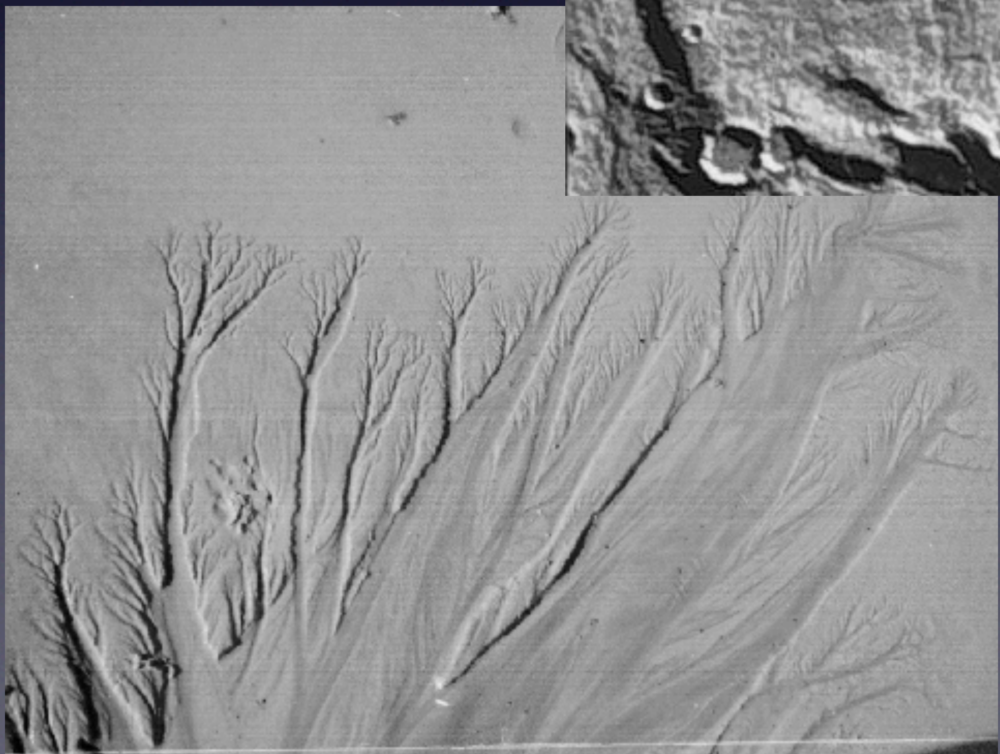


Huevo


red
fluvial
NATIONAL GEOGRAPHIC

Sobre Marte





Sobre la Tierra
En una playa

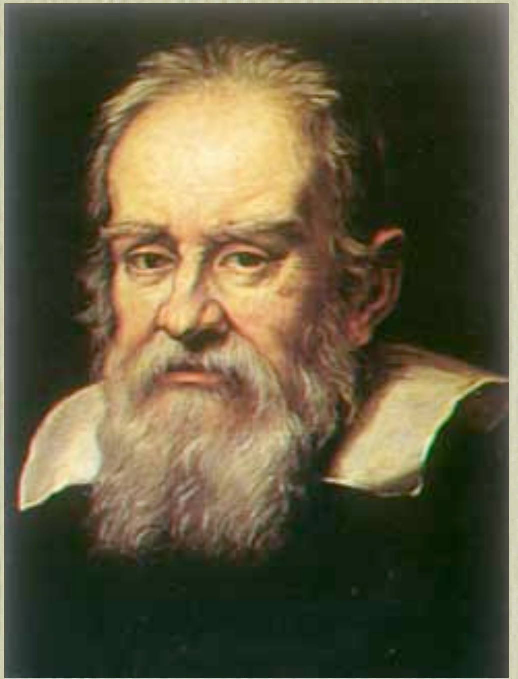

Árboles.....
Arborescencias.....
en todas partes

¿ Árboles en las estrellas... ?

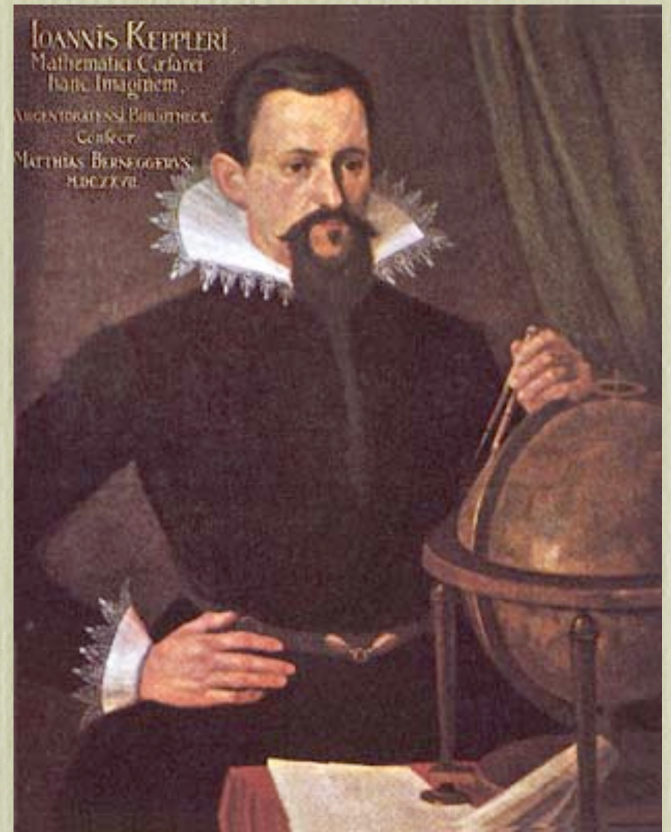
Lo «infinitamente grande»...

Las estrellas, los planetas, las galaxias,
el universo, su nacimiento y su historia,
el espacio, el tiempo, la materia...

comprender el universo con las matemáticas



Galileo Galilei
1564-1642



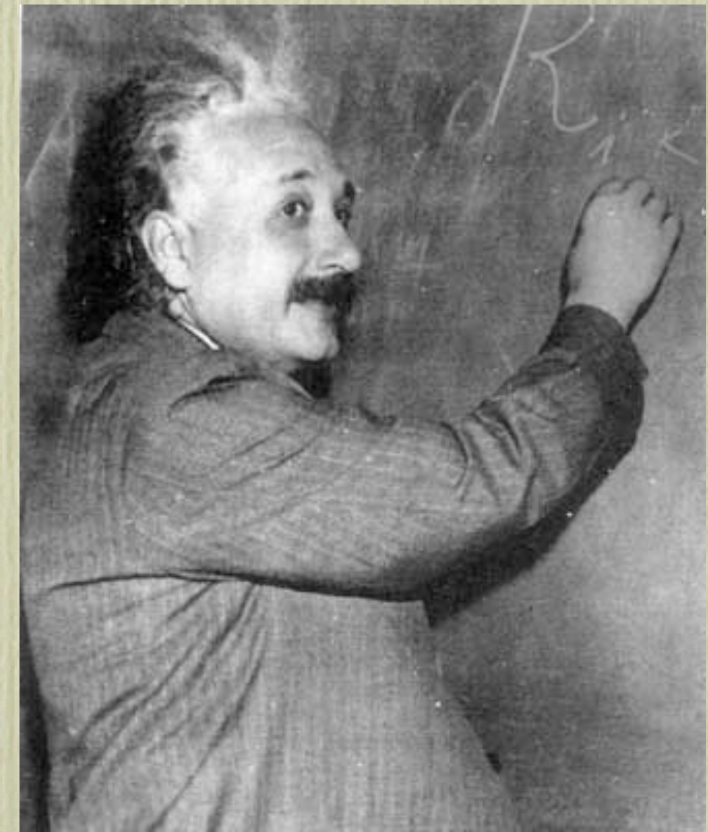
Johannes Kepler
1571 - 1630

Isaac Newton
1643-1727

La geometría clásica griega, geometría Euclidiana

mecánica «clásica».

la relatividad,
el espacio-tiempo,
...otra visión del universo

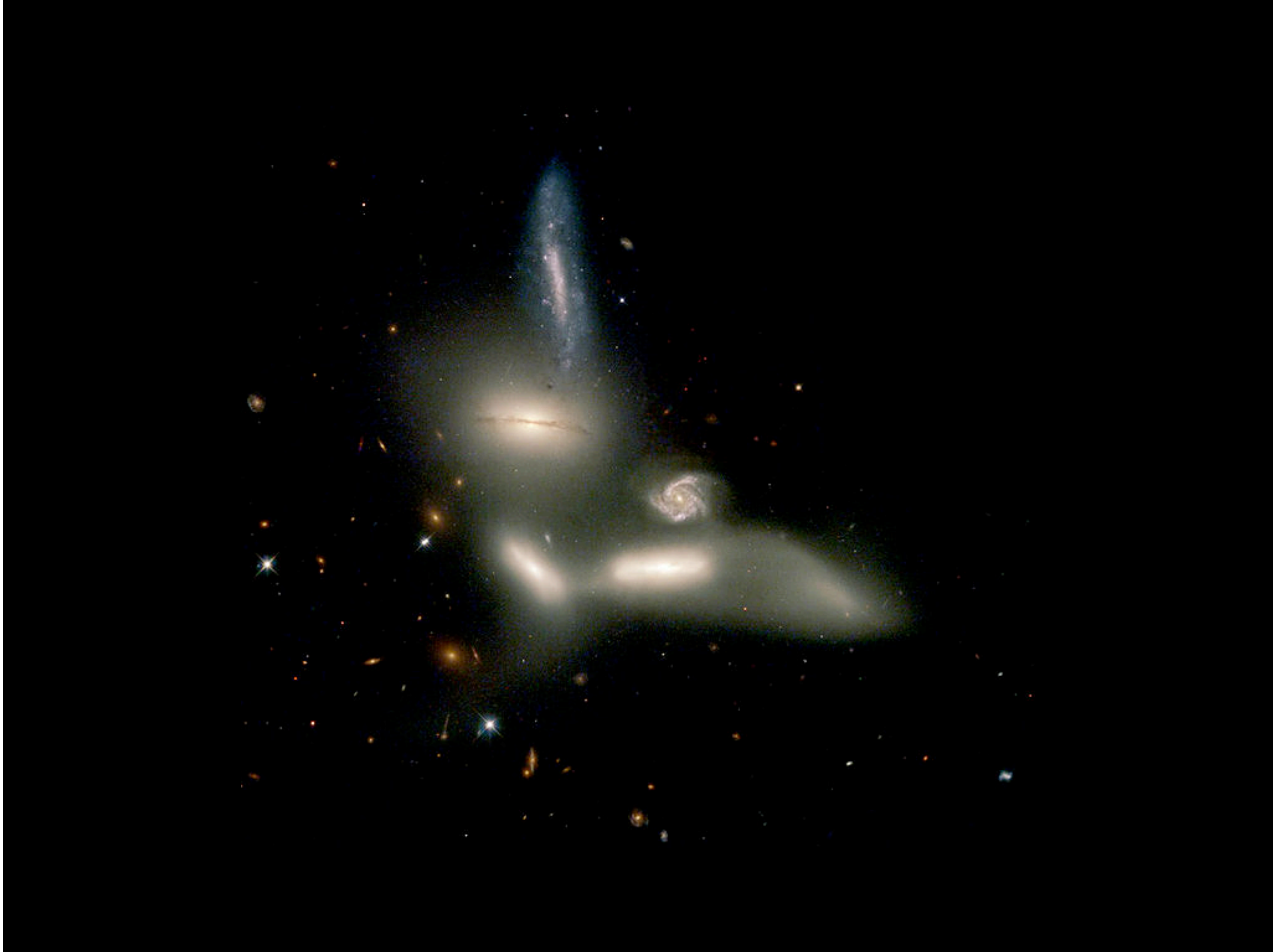


Albert Einstein
1879-1955

la relatividad
especial

la relatividad
general

gravitación



¿ Árboles en los granos de luz... ?

collégiale Notre-Dame Vernon

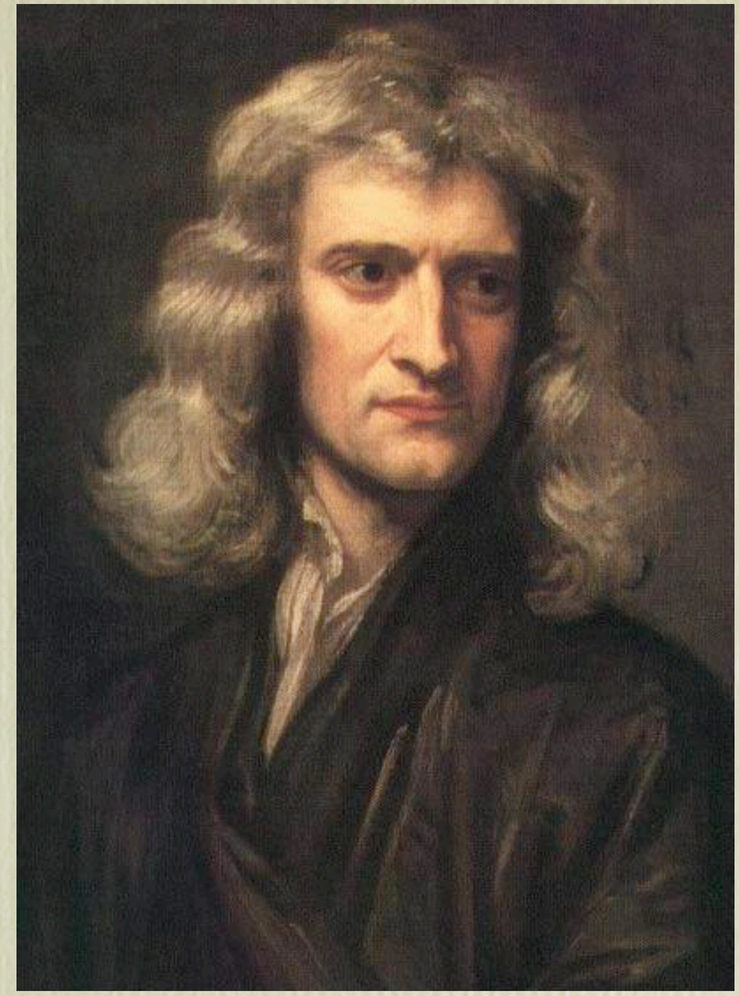

Daniel B. Holeman

Lo «infinitamente pequeño»...

los átomos, los electrones,
las partículas de materia, la luz...

Refracción
de un rayo luminoso

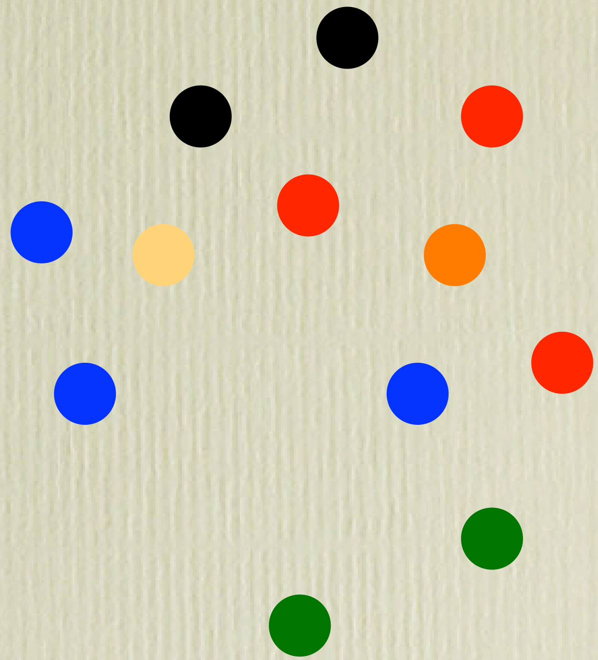
Christian Huygens
1629-1695

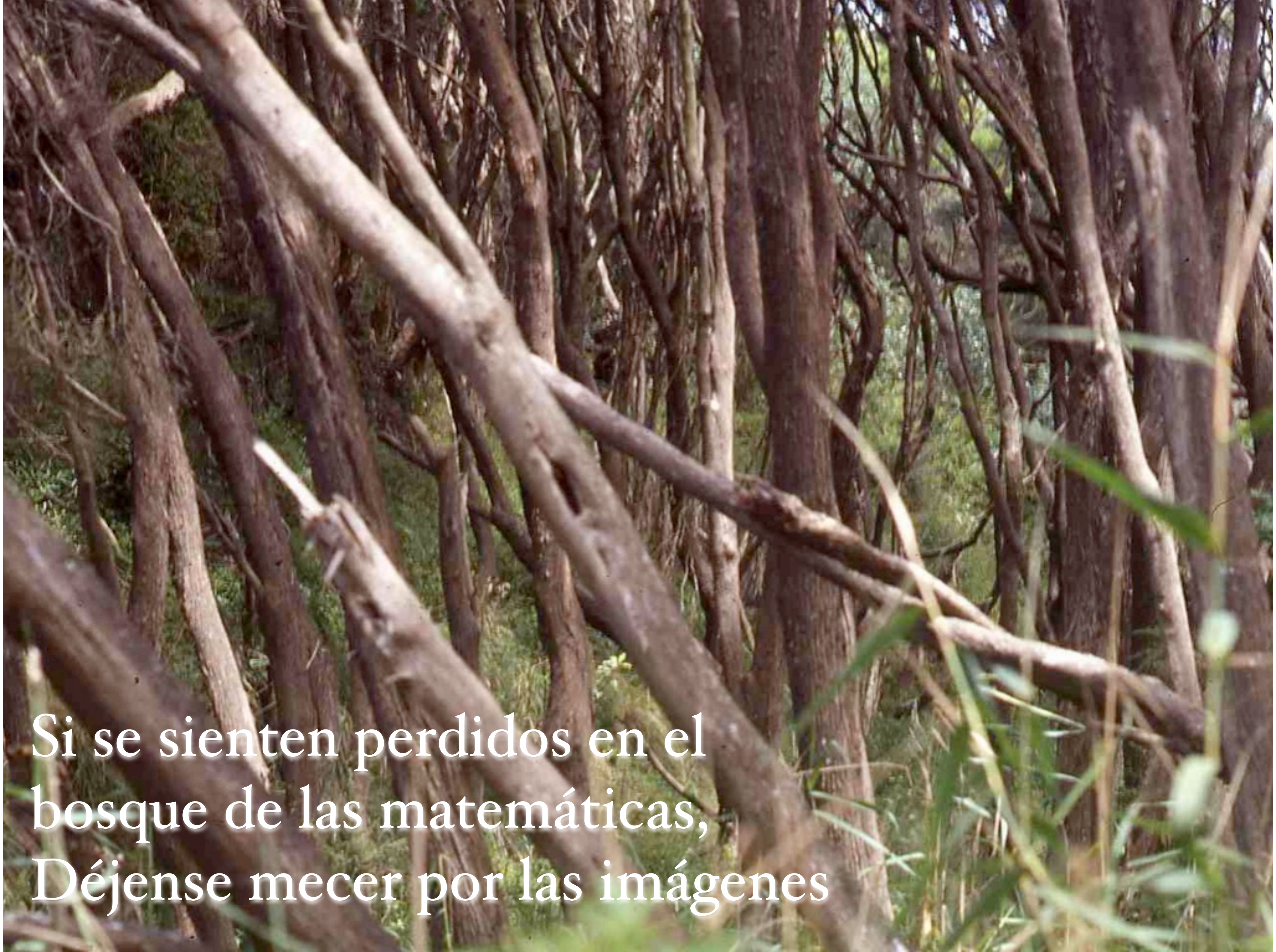


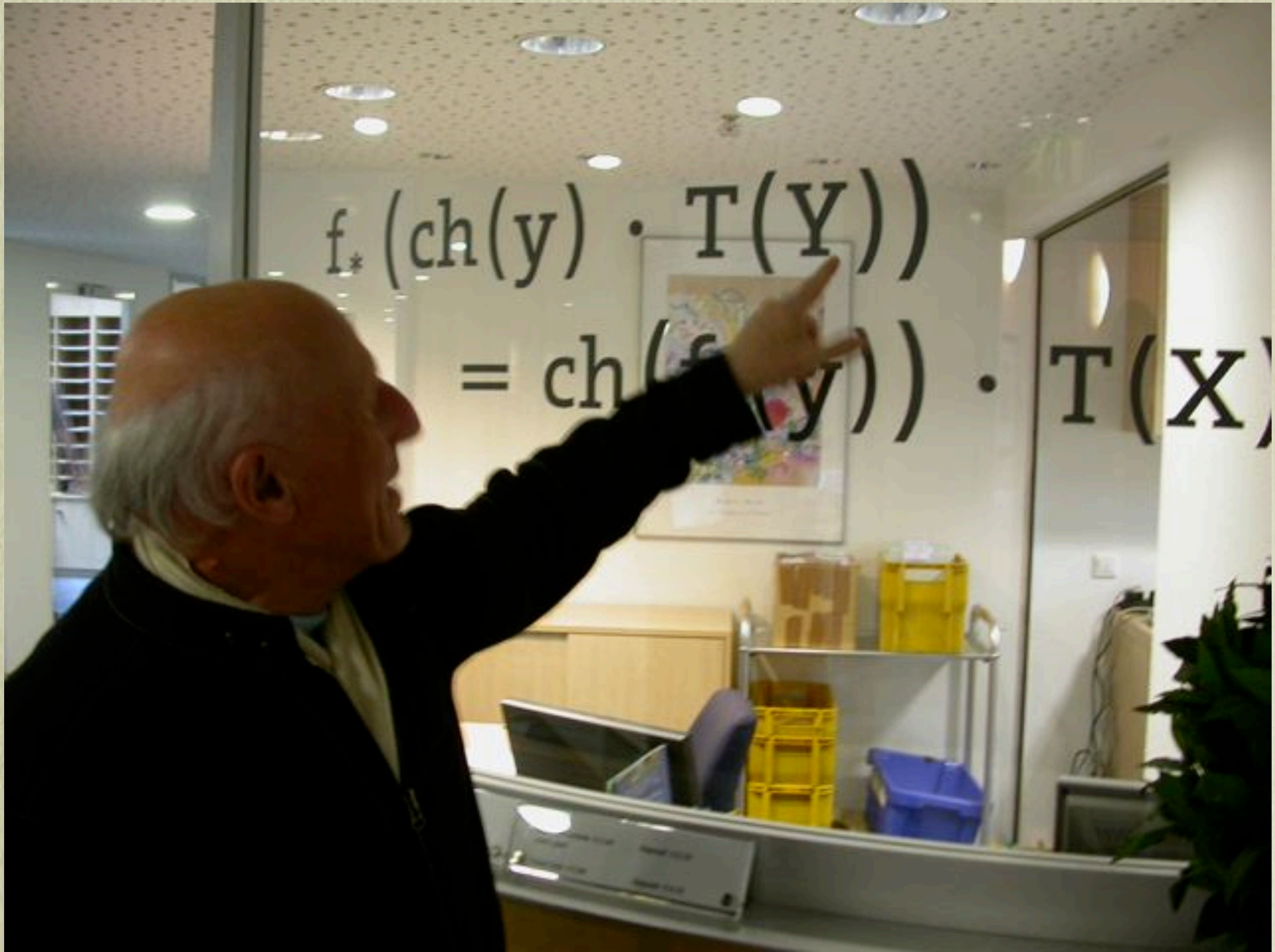
Isaac Newton
1643-1727

la luz

onda, o granos de materia?
vibración ?




Si se sienten perdidos en el
bosque de las matemáticas,
Déjense mecer por las imágenes



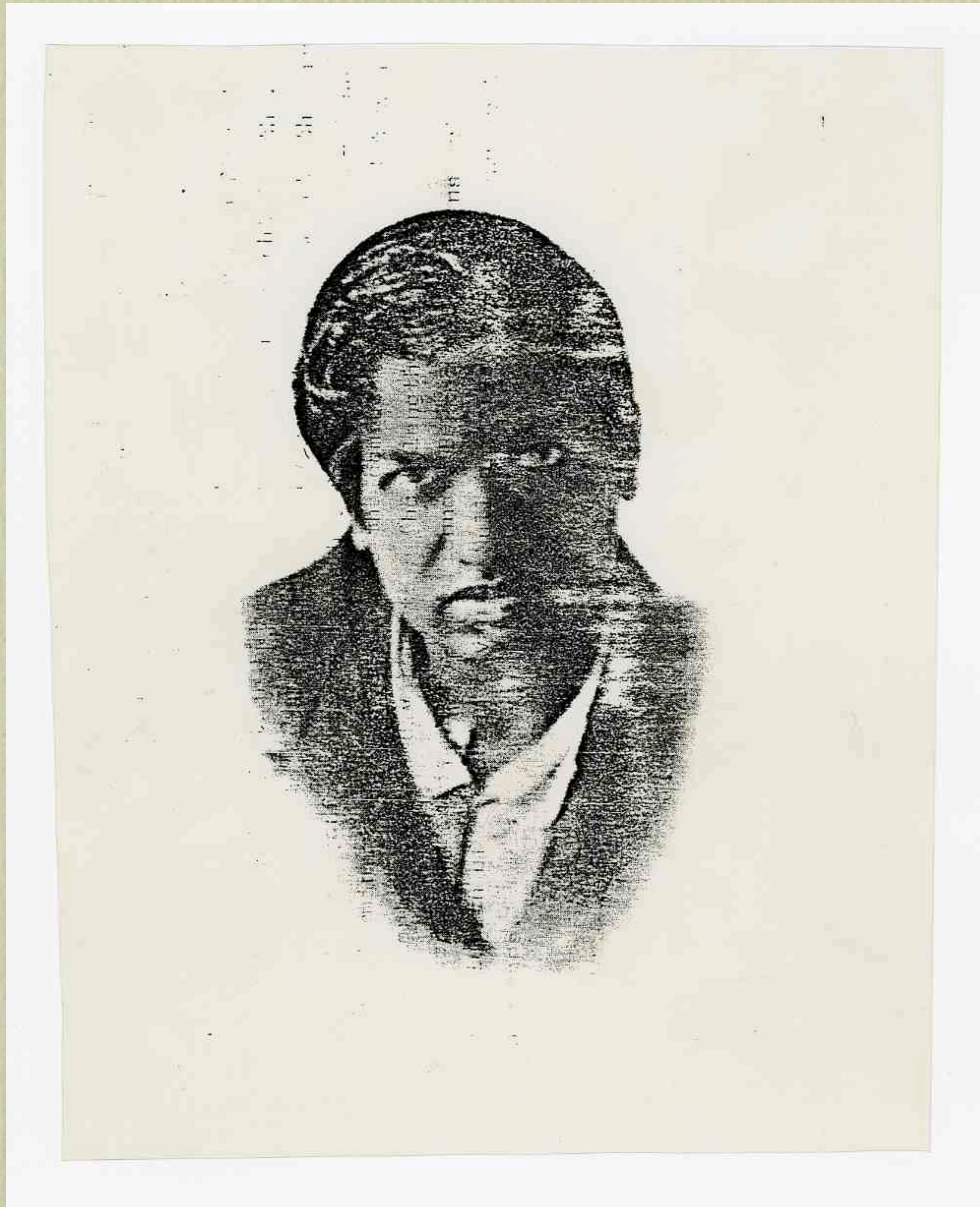
Miren una ecuación o una fórmula matemática
como una obra de arte abstracta.

Rogers - Ramanujan identities

$$R_{I} \quad \sum_{n\geqslant 0} \frac{q^{n^2}}{(1-q)(1-q^2)\cdots(1-q^n)} = \prod_{\substack{i\equiv 1,4 \\ \bmod 5}} \frac{1}{(1-q^i)}$$

$$R_{II} \quad \sum_{n\geqslant 0} \frac{q^{n^2+n}}{(1-q)(1-q^2)\cdots(1-q^n)} = \prod_{\substack{i\equiv 2,3 \\ \bmod 5}} \frac{1}{(1-q^i)}$$

Srinivasan
Ramanujan
(1887-1920)



El lenguaje de las matemáticas,
es como el solfeo en la música.

En la escuela aprendemos sobre todo
el solfeo de las matemáticas.

Pero las matemáticas mismas,
¡ Son la música !


Paris

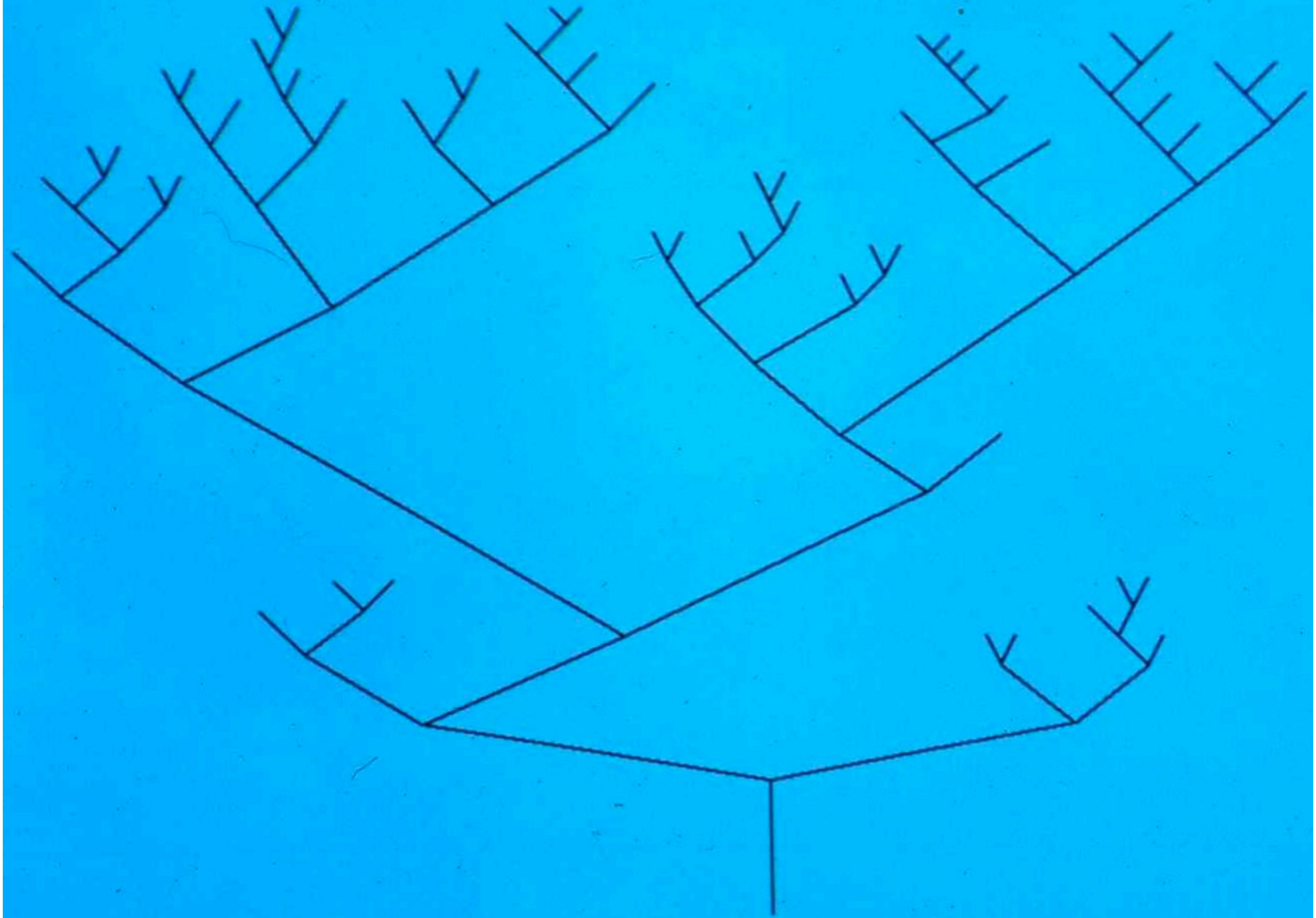
un ejemplo de objeto matemático:
los árboles binarios o «árboles matemáticos»

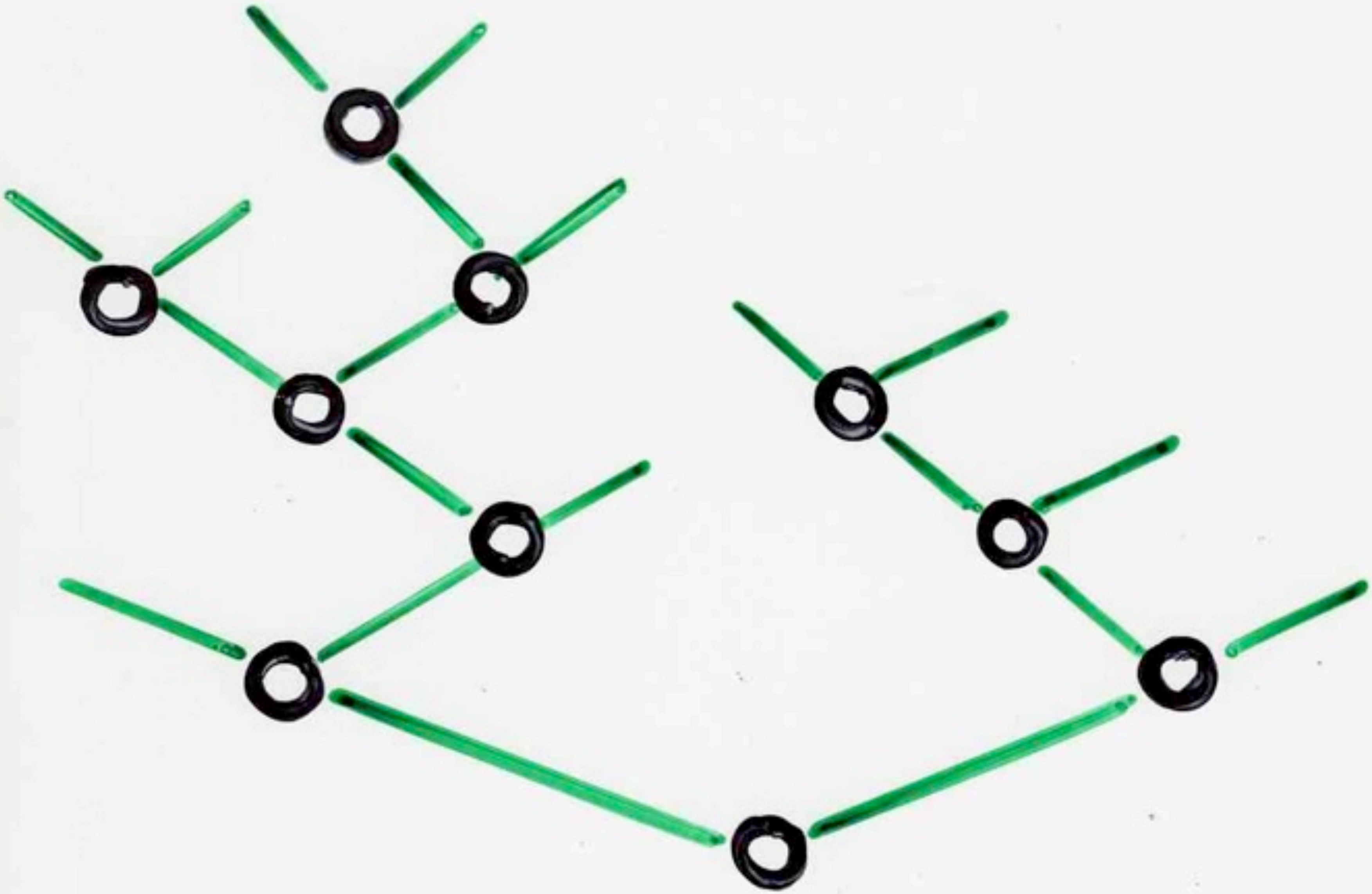
abstraer los árboles del mundo que nos rodea

los árboles botánicos,
más generalmente, estructuras ramificadas

De los árboles naturales...

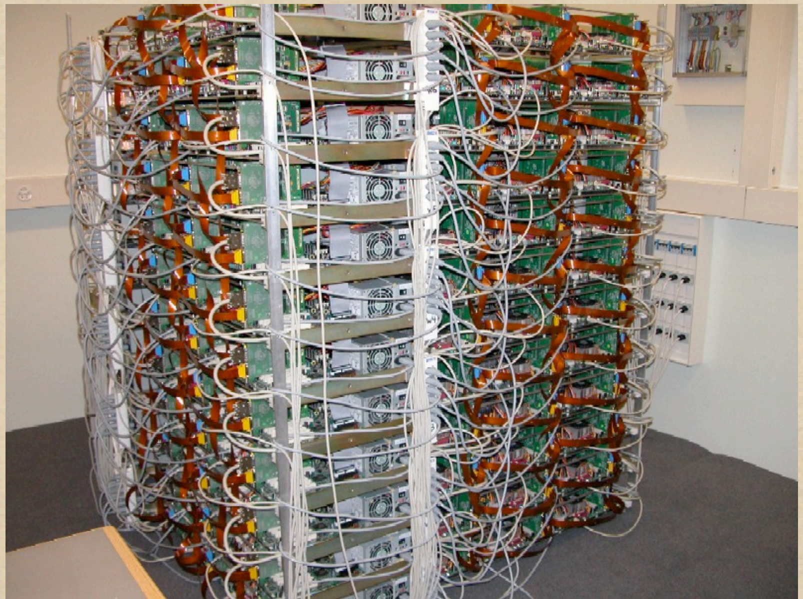
a los árboles matemáticos





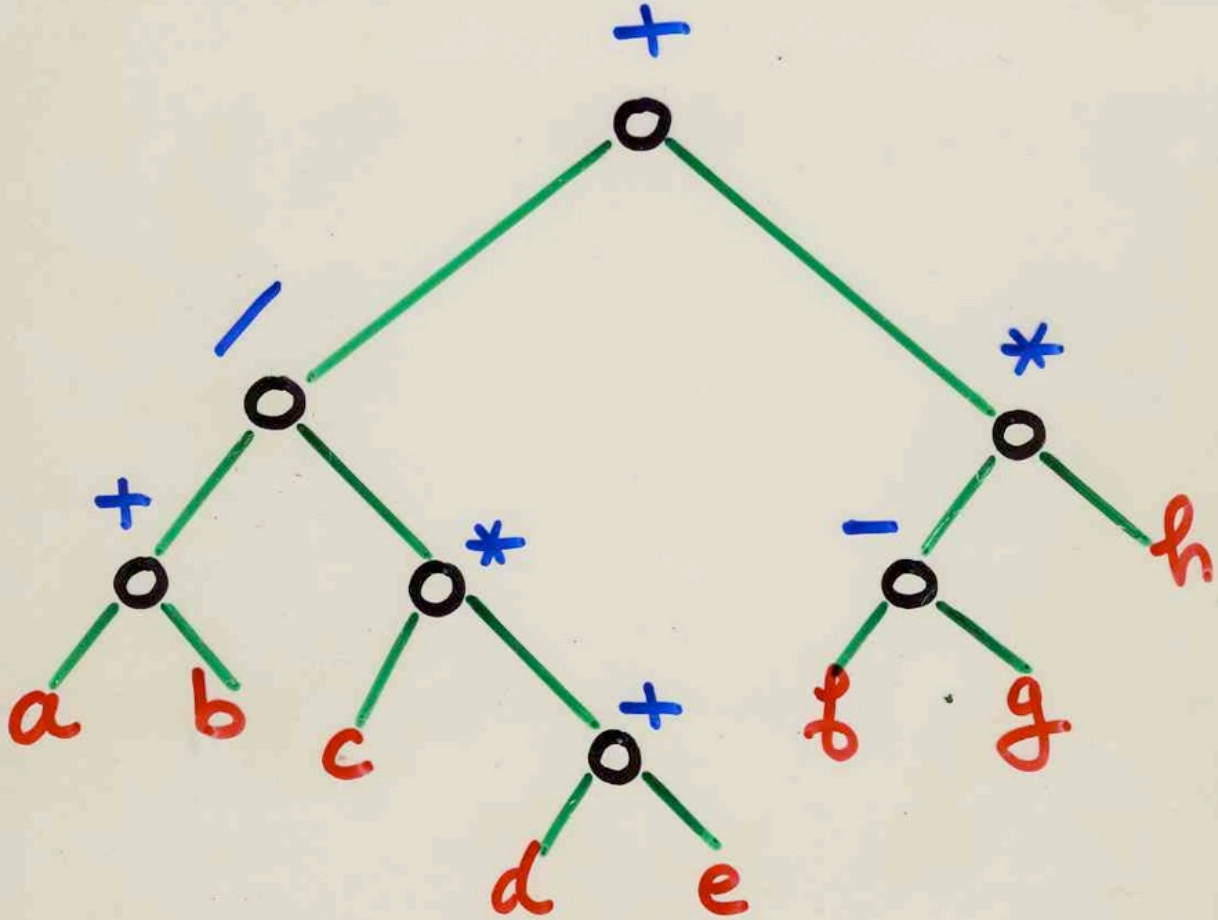
VICTOR HUGO

Árboles en los computadores

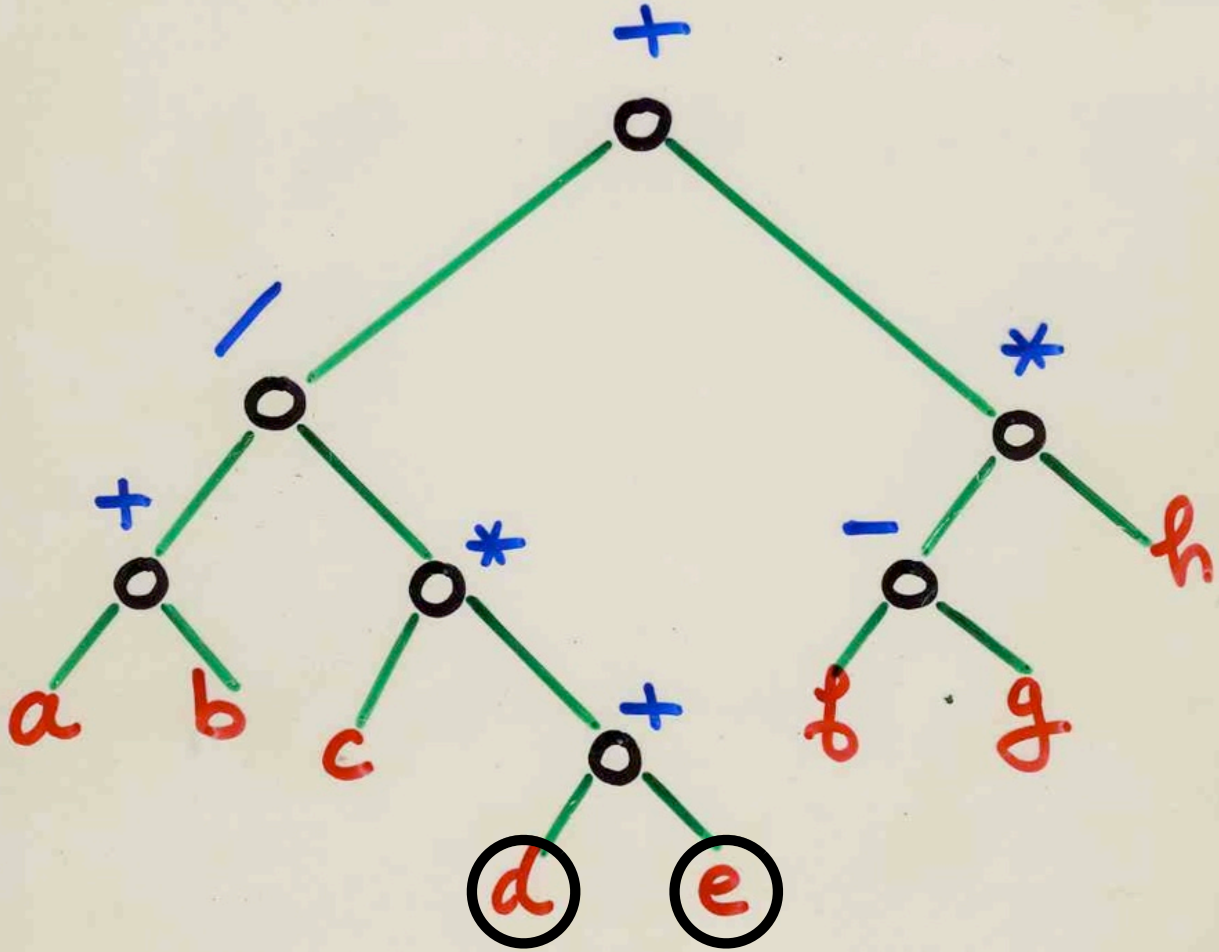


cálculo de una expresión aritmética

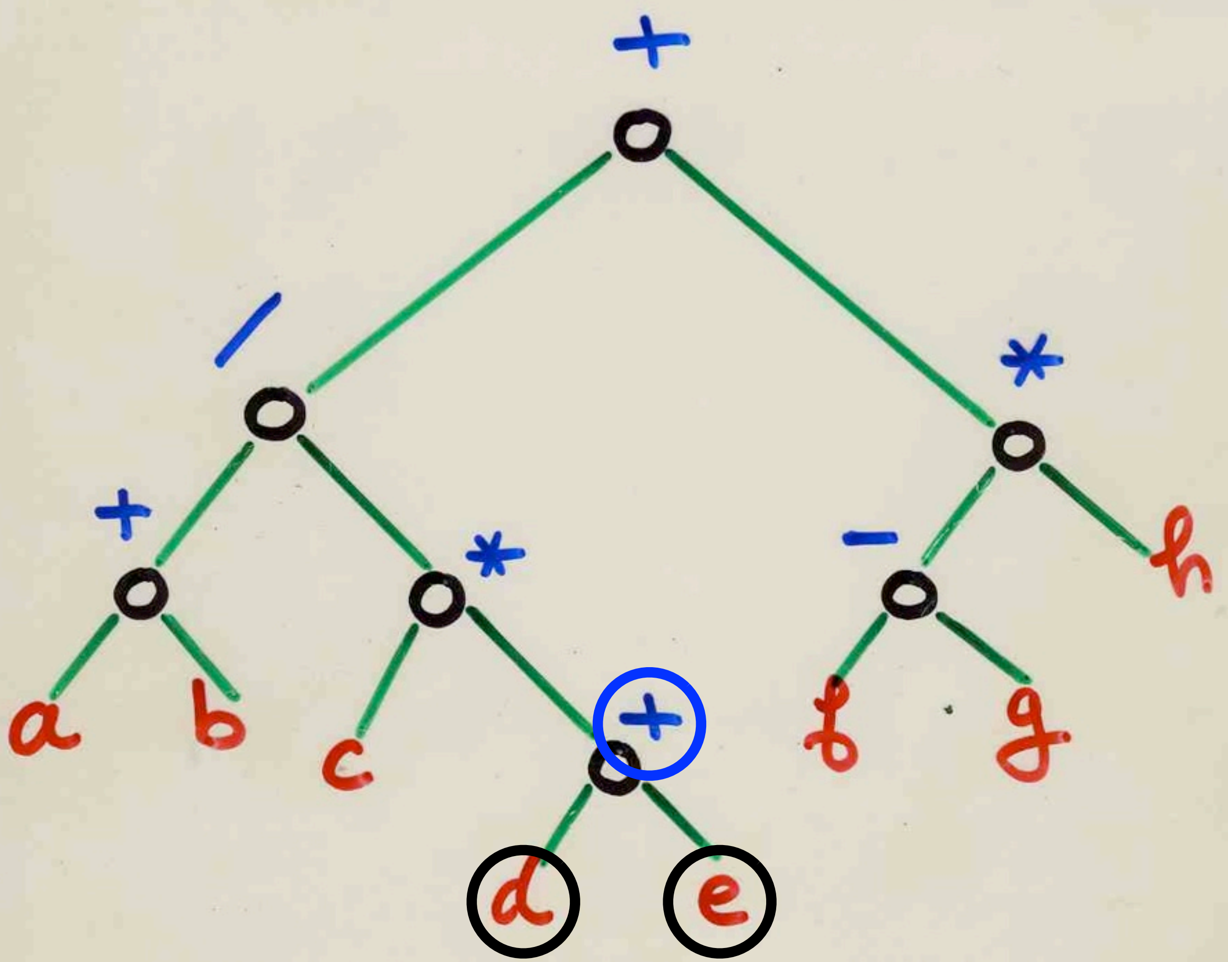
$$\frac{(a+b)}{c\,(d+e)} + (f-g)h$$



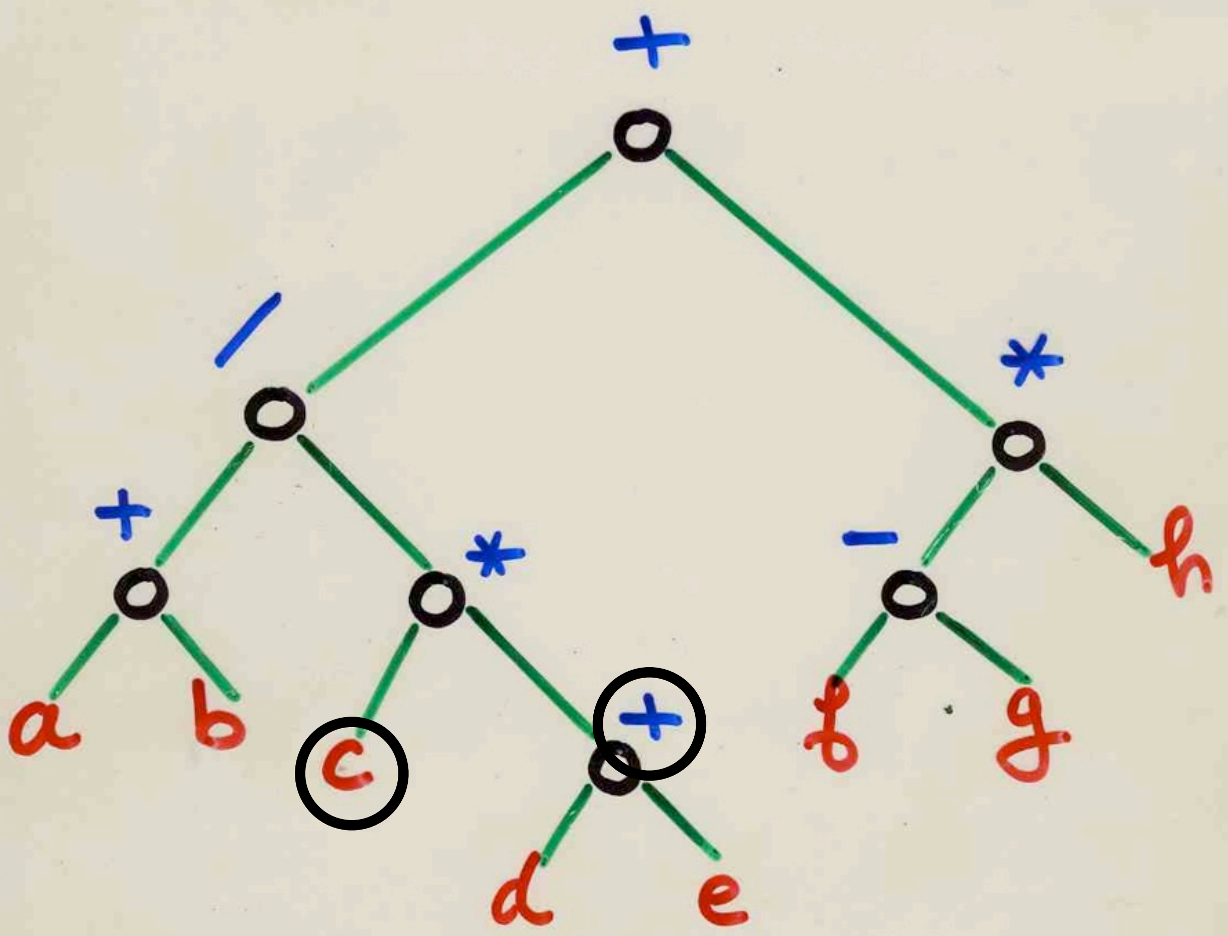
$$\frac{(a+b)}{c\,(d+e)} + (f-g)\,h$$



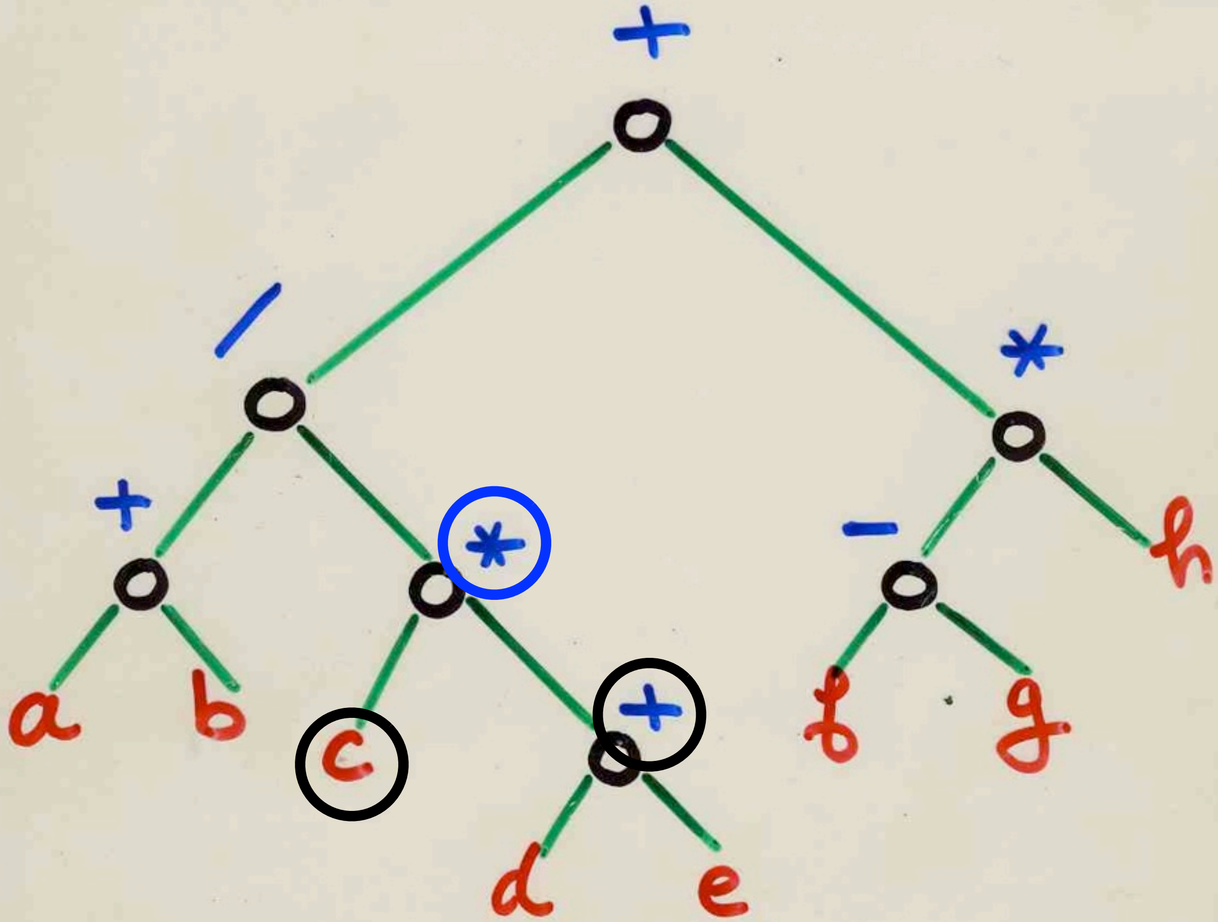
$$\frac{(a+b)}{c\,(d+e)} + (f-g)\,h$$



$$\frac{(a+b)}{c\,(d+e)} + (f-g)\,h$$



$$\frac{(a+b)}{c\,(d+e)} + (f-g)\,h$$



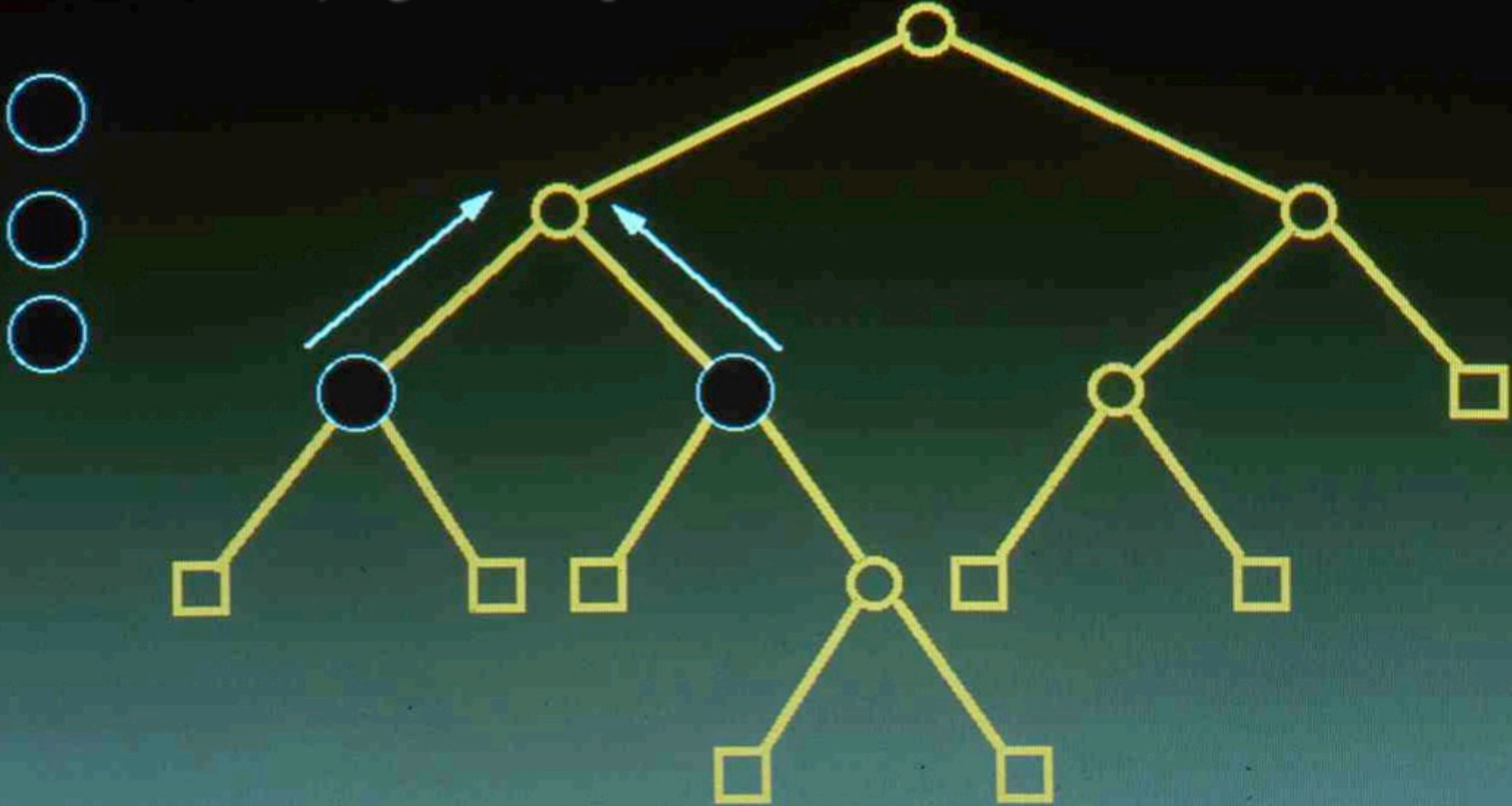
$$\frac{(a+b)}{c\,(d+e)} + (f-g)h$$

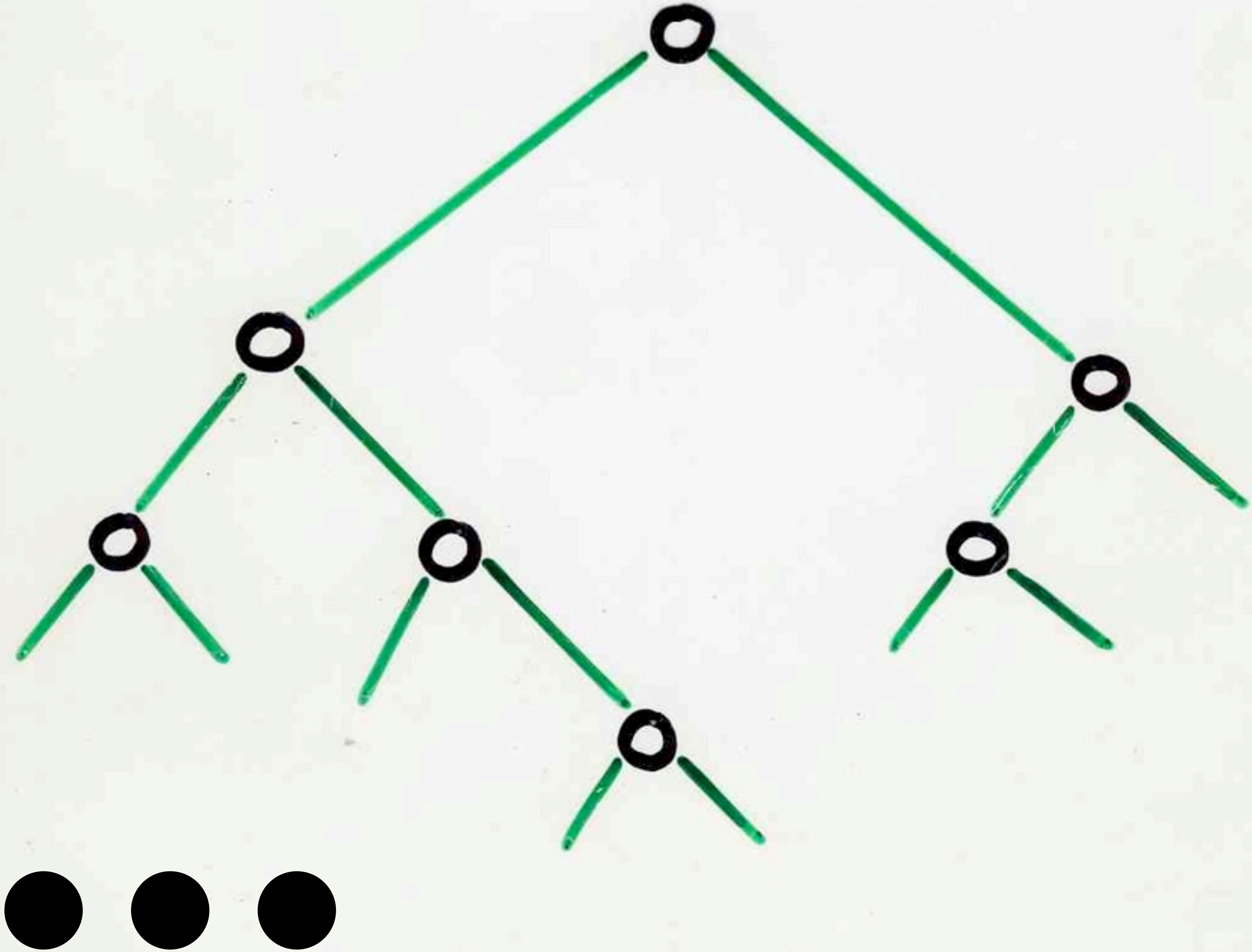
número mínimo de registros necesarios para el cálculo de una expresión aritmética

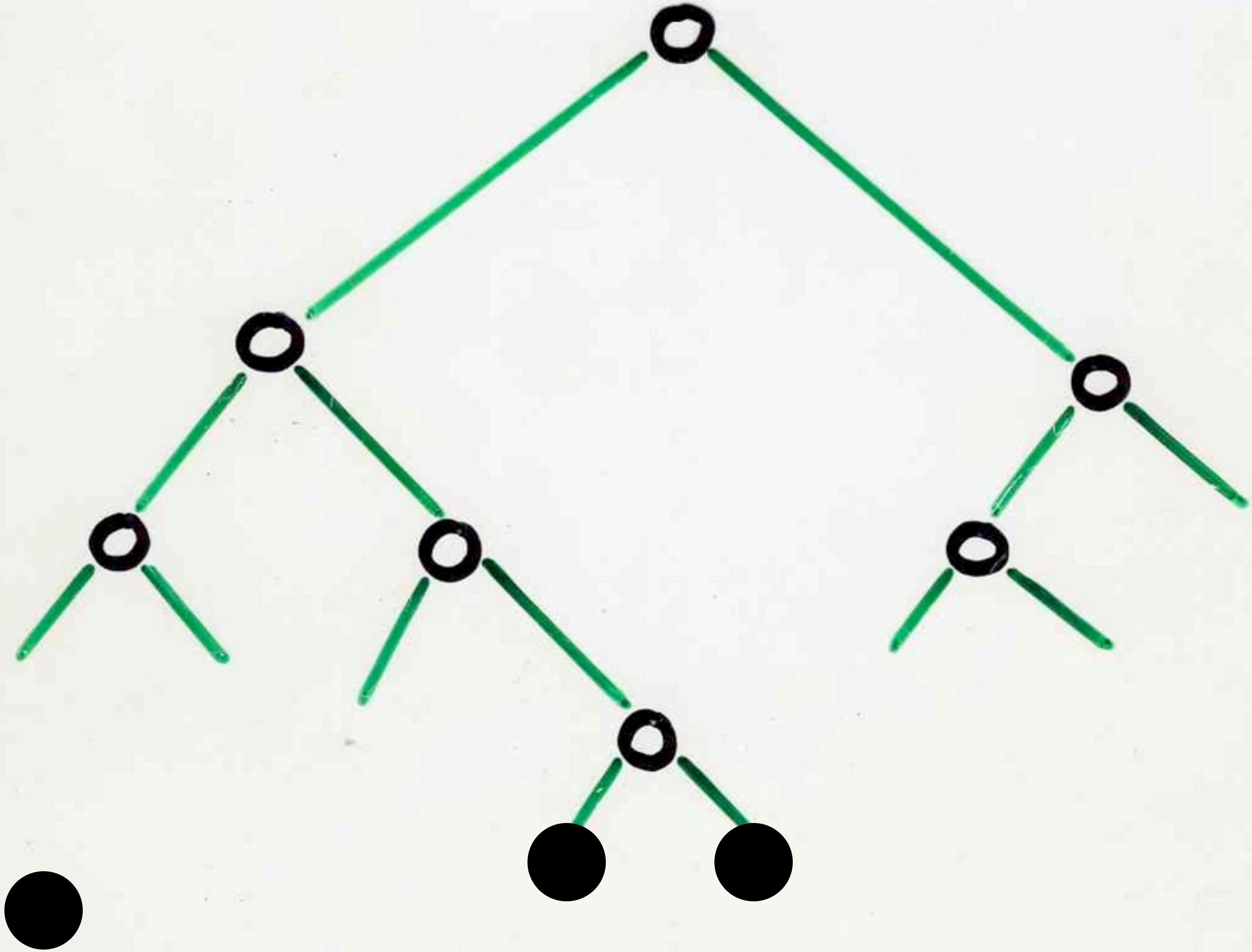
$$\frac{(a+b)}{c\,(d+e)} + (f-g)h$$

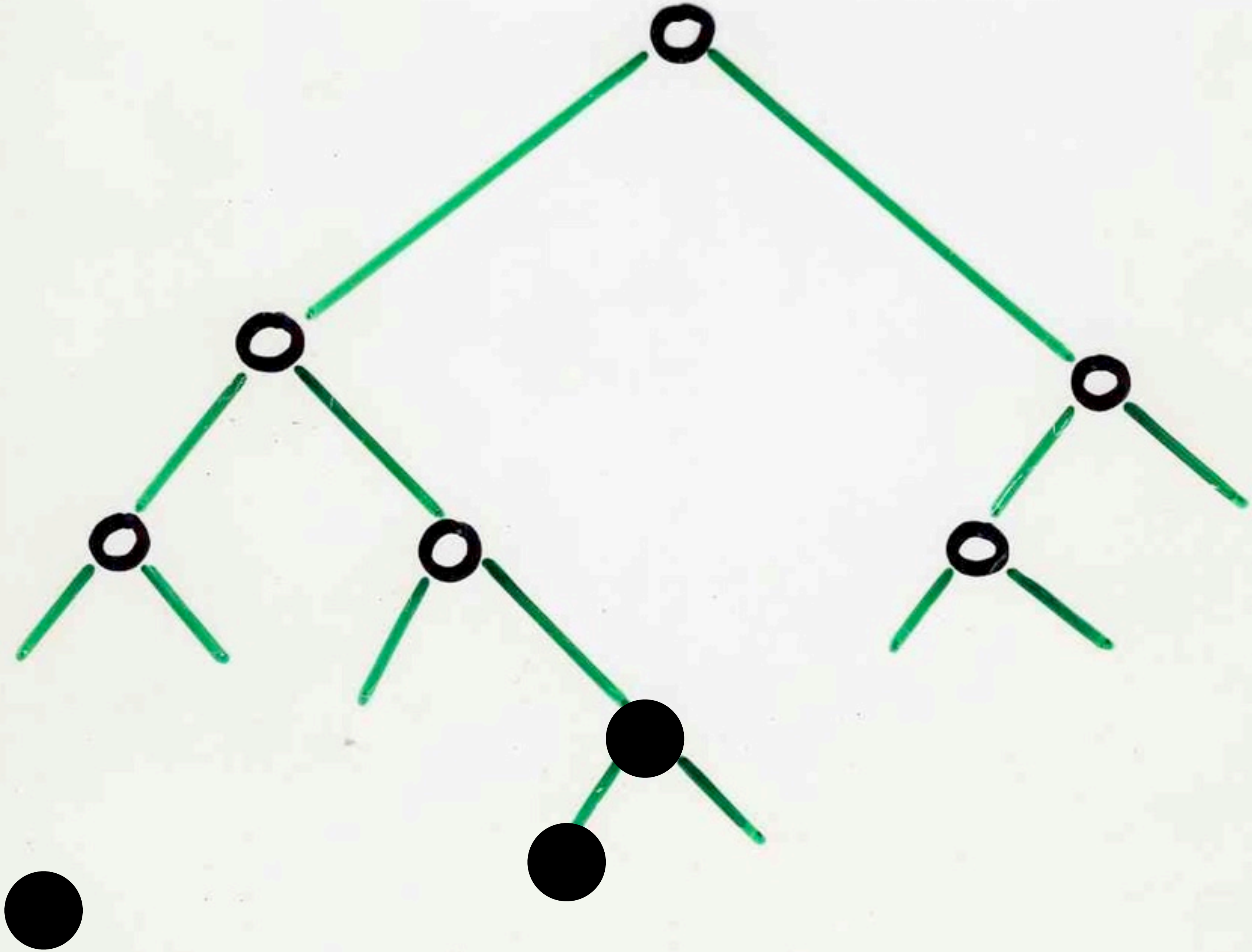
Pebbles problem

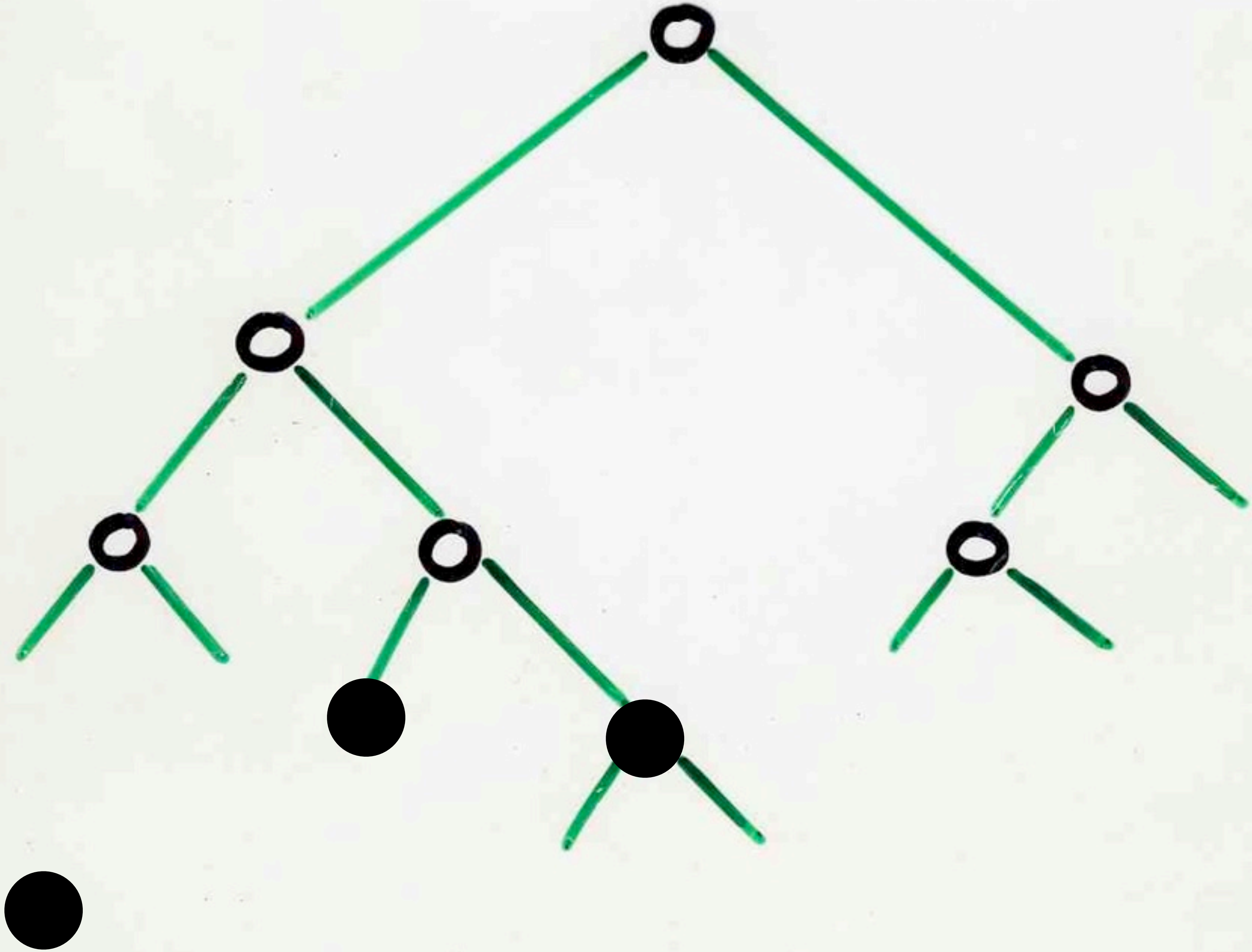
juego de las piedrecillas sobre un árbol binario

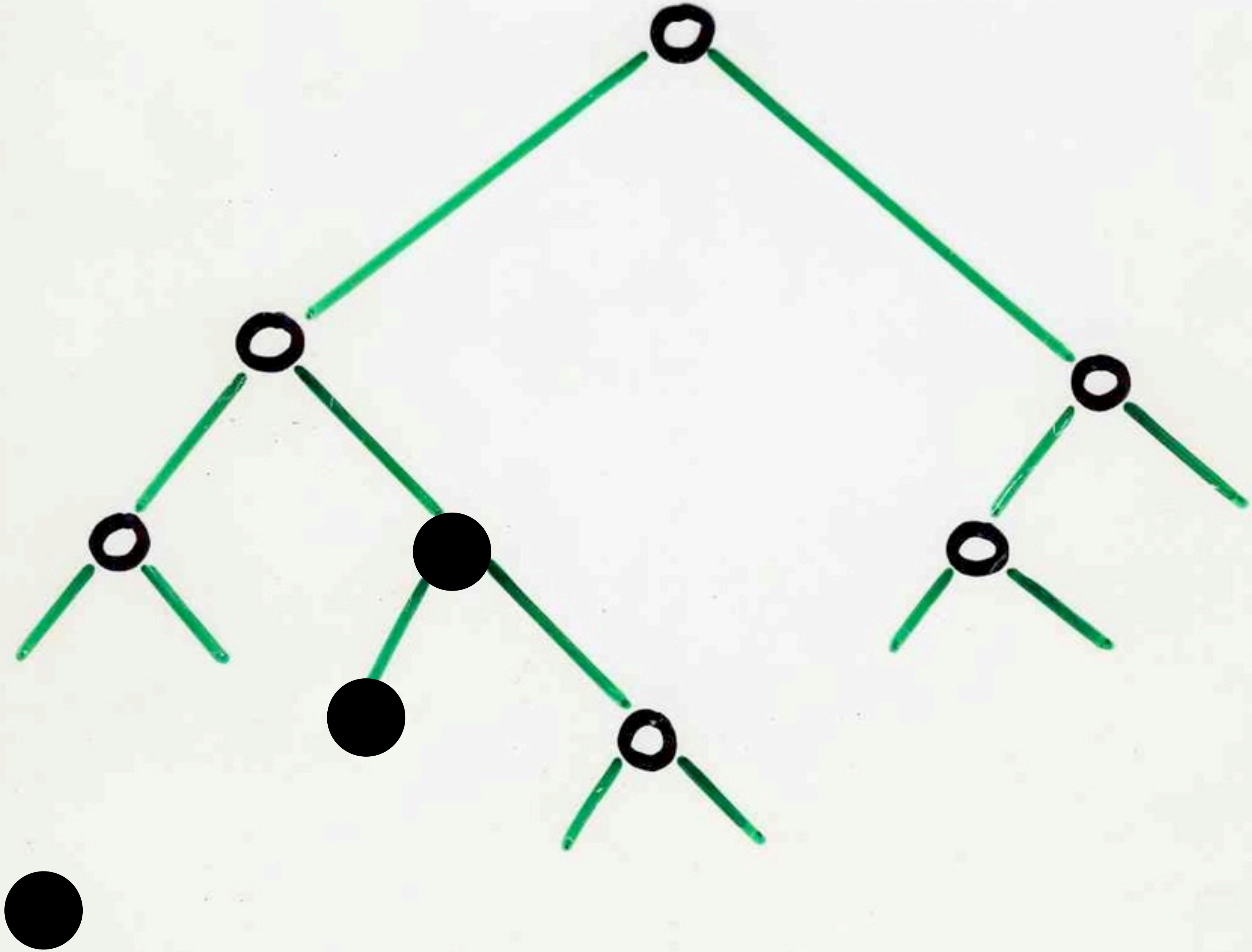


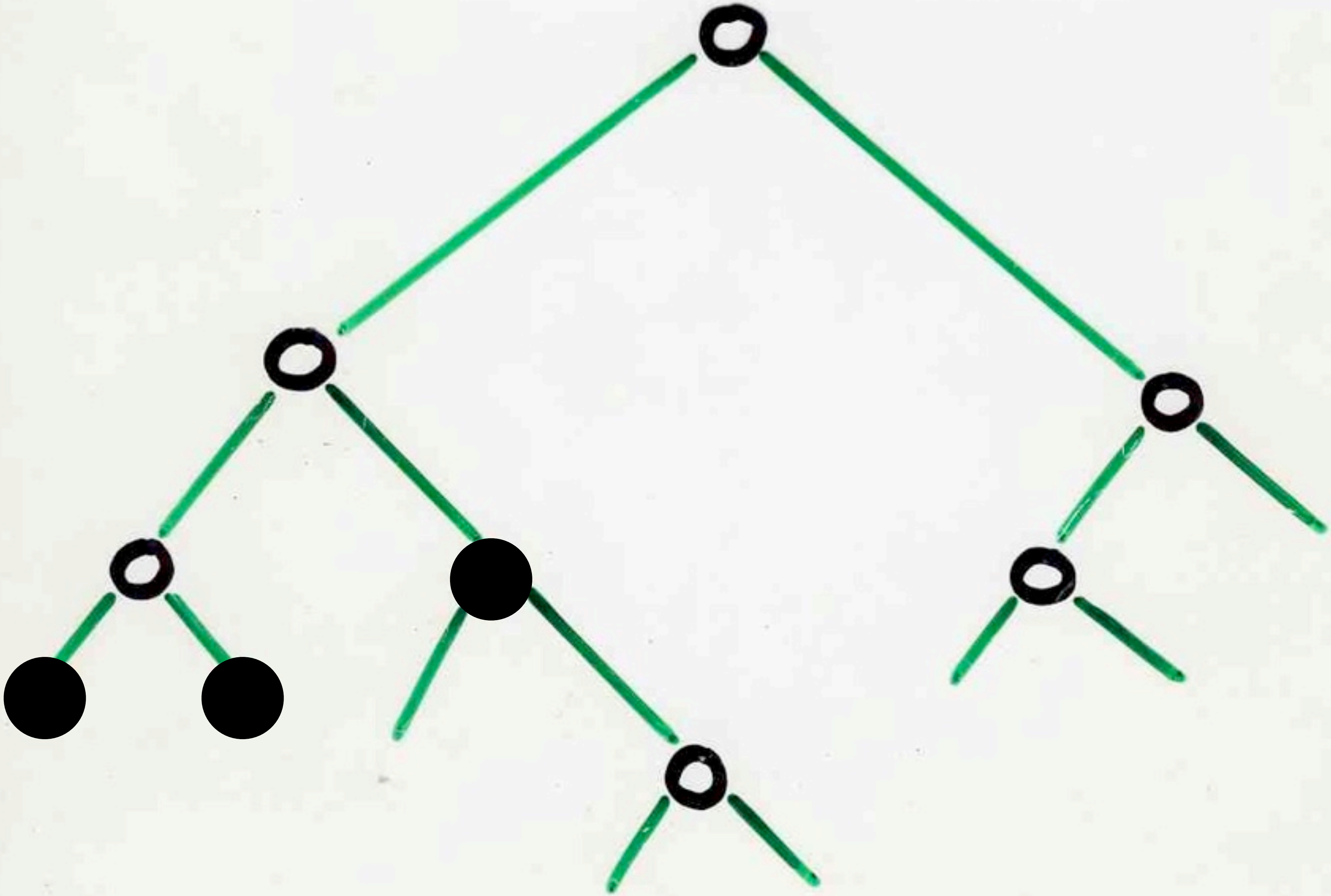


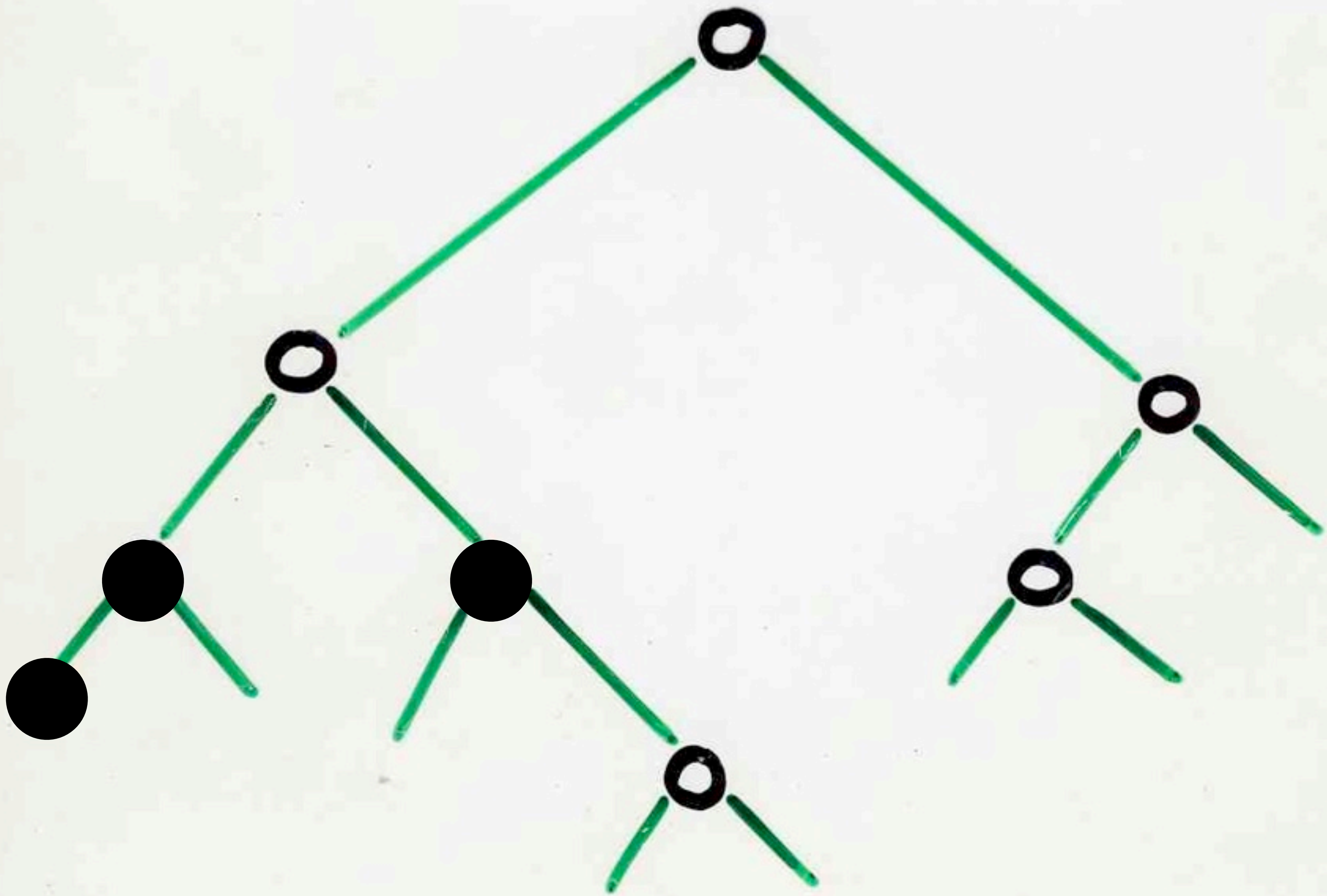


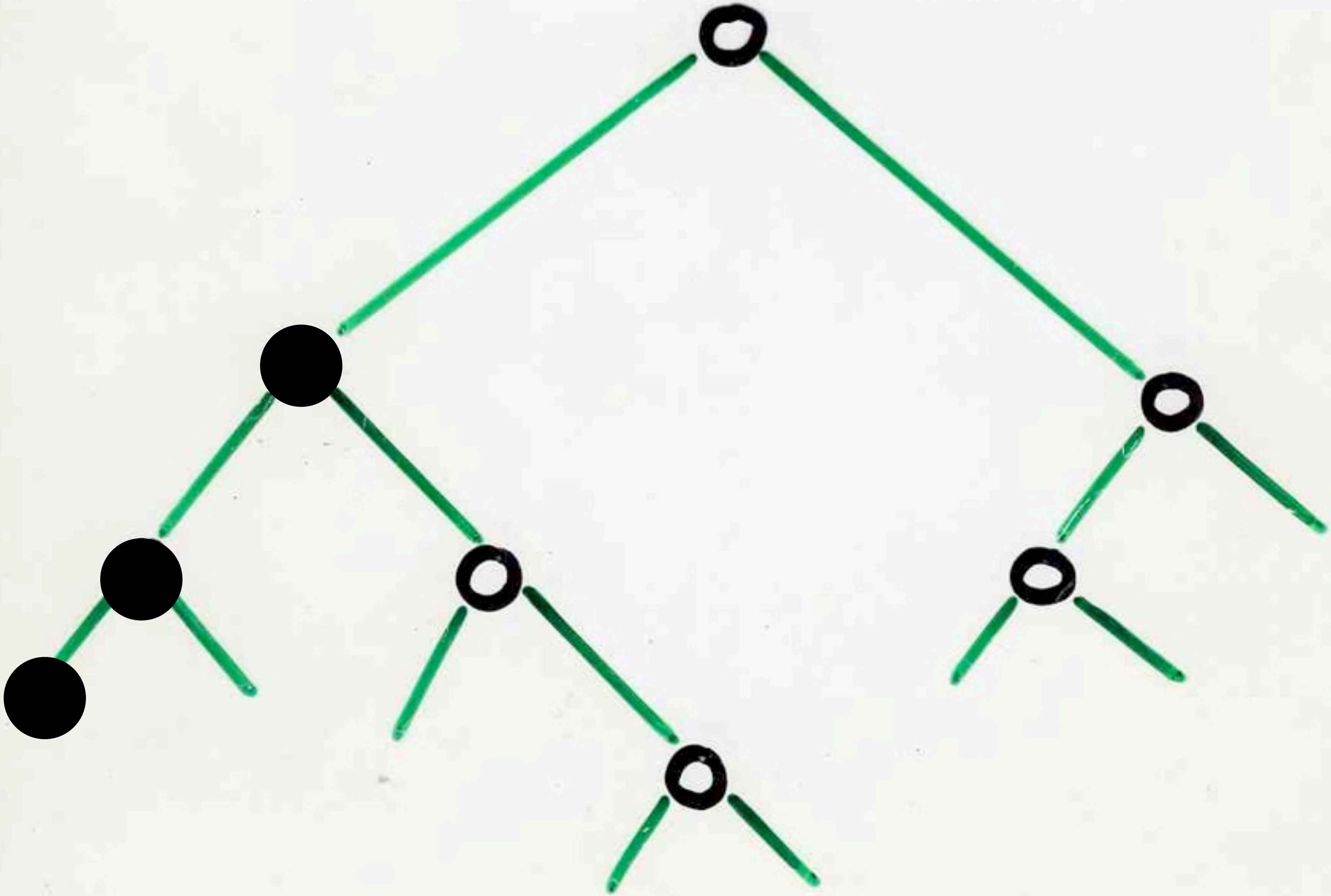


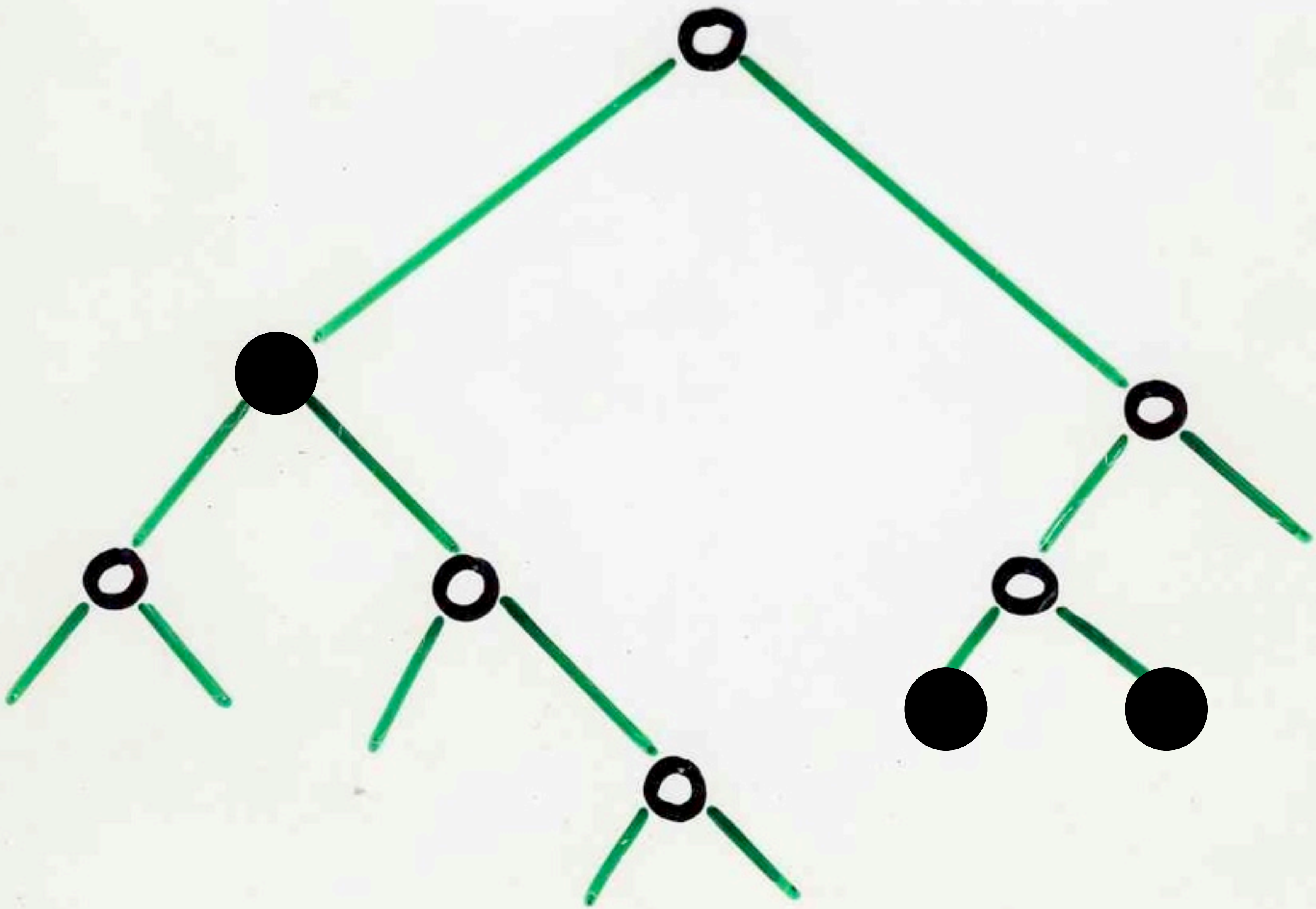


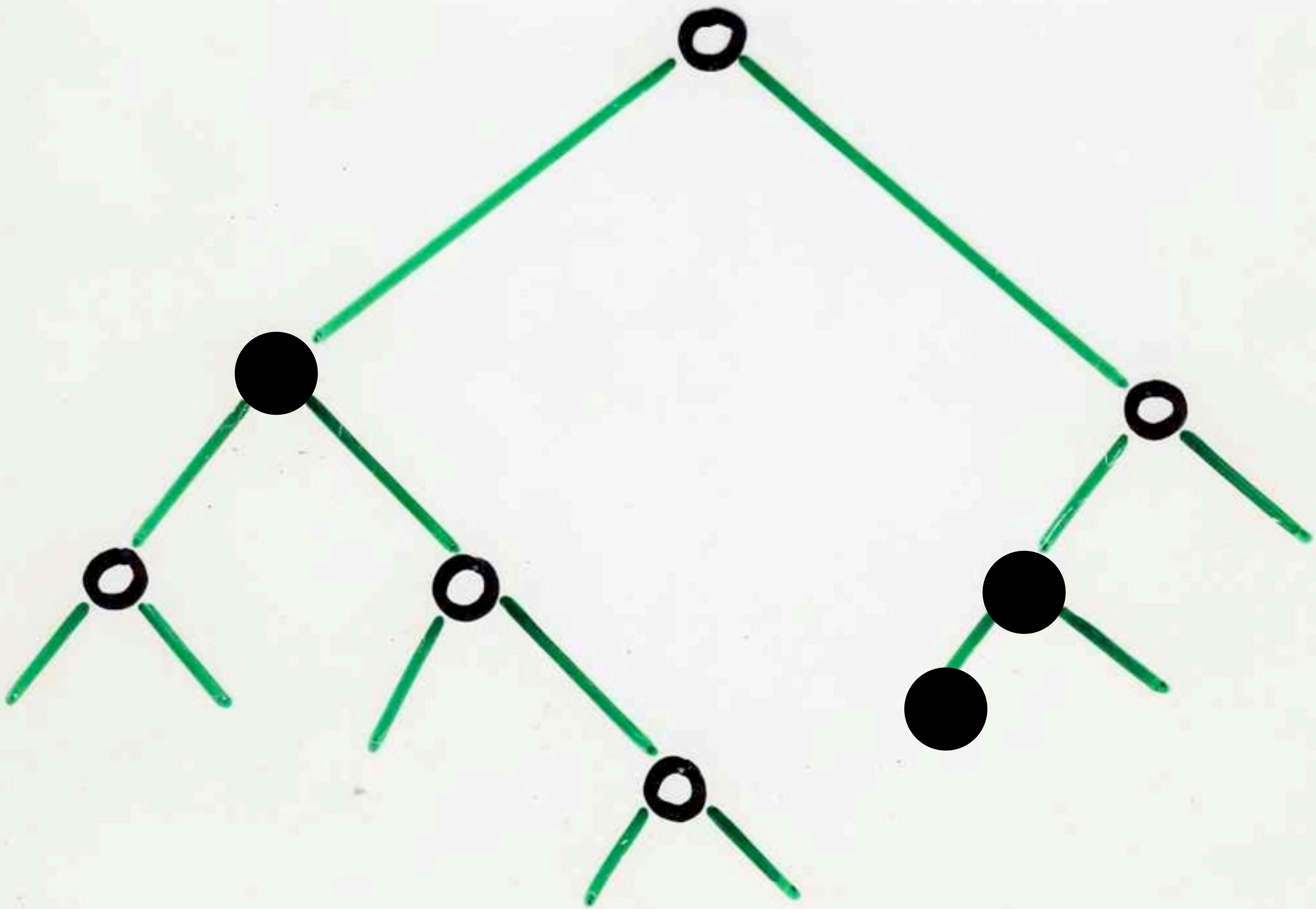


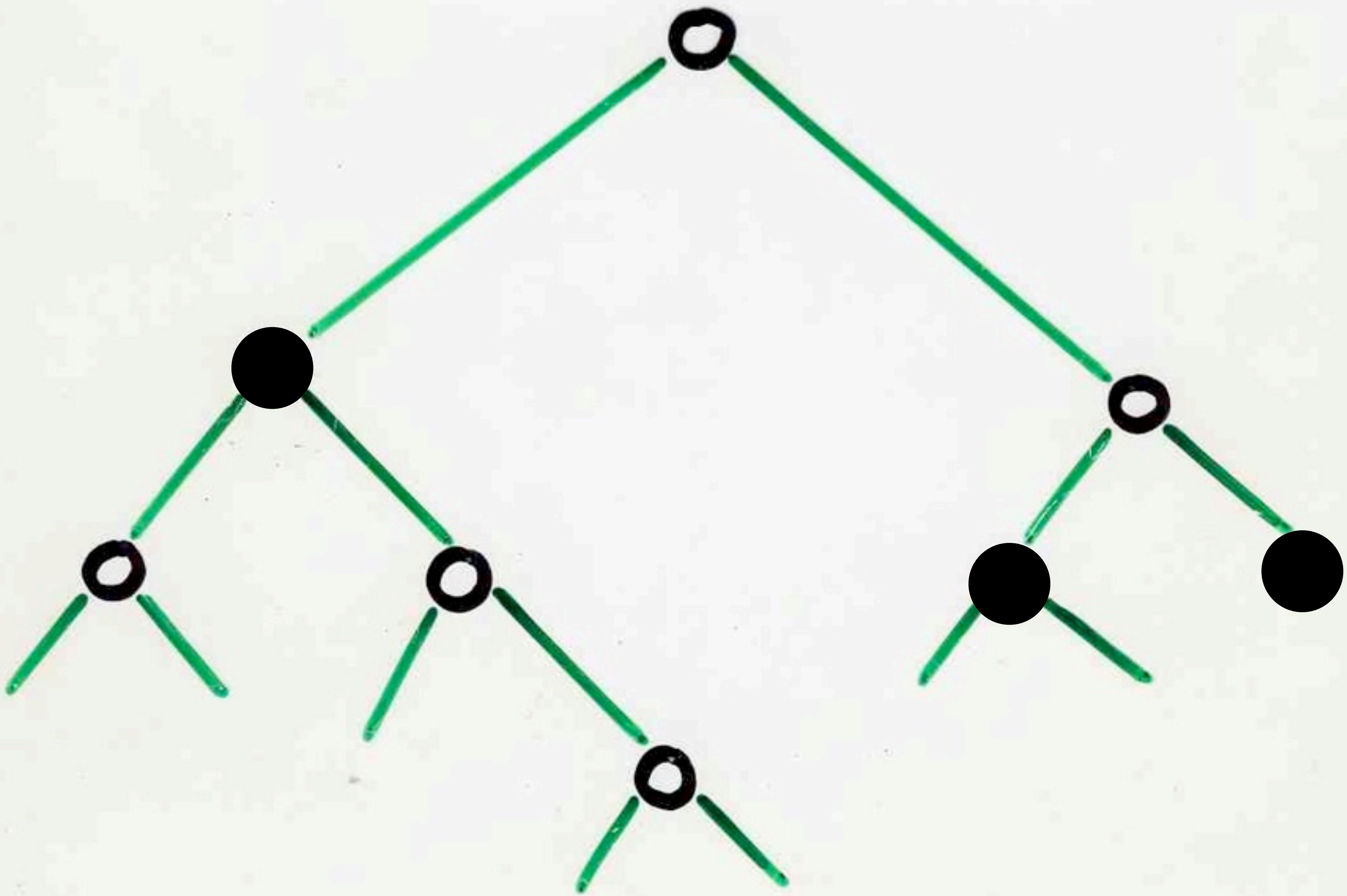


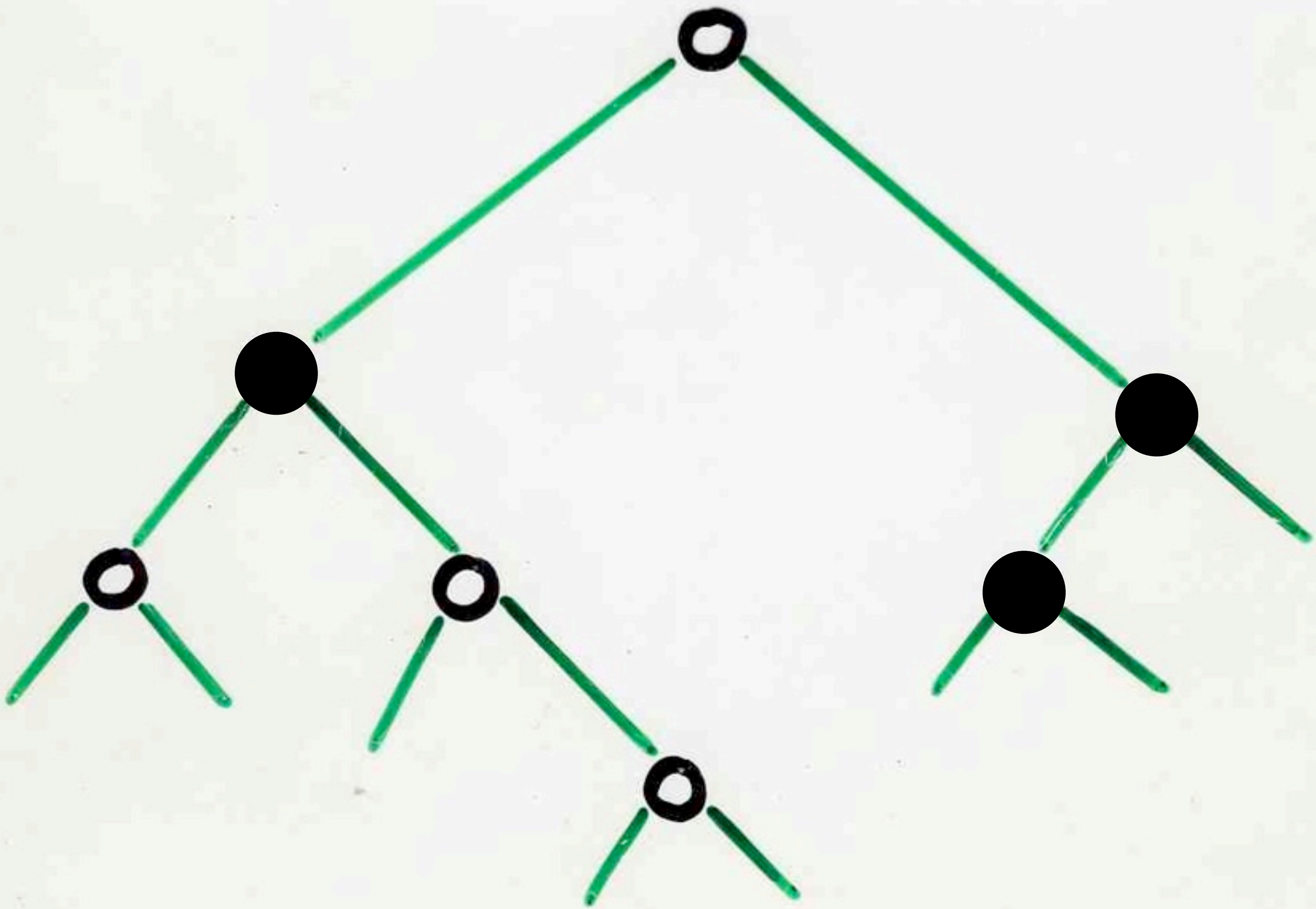


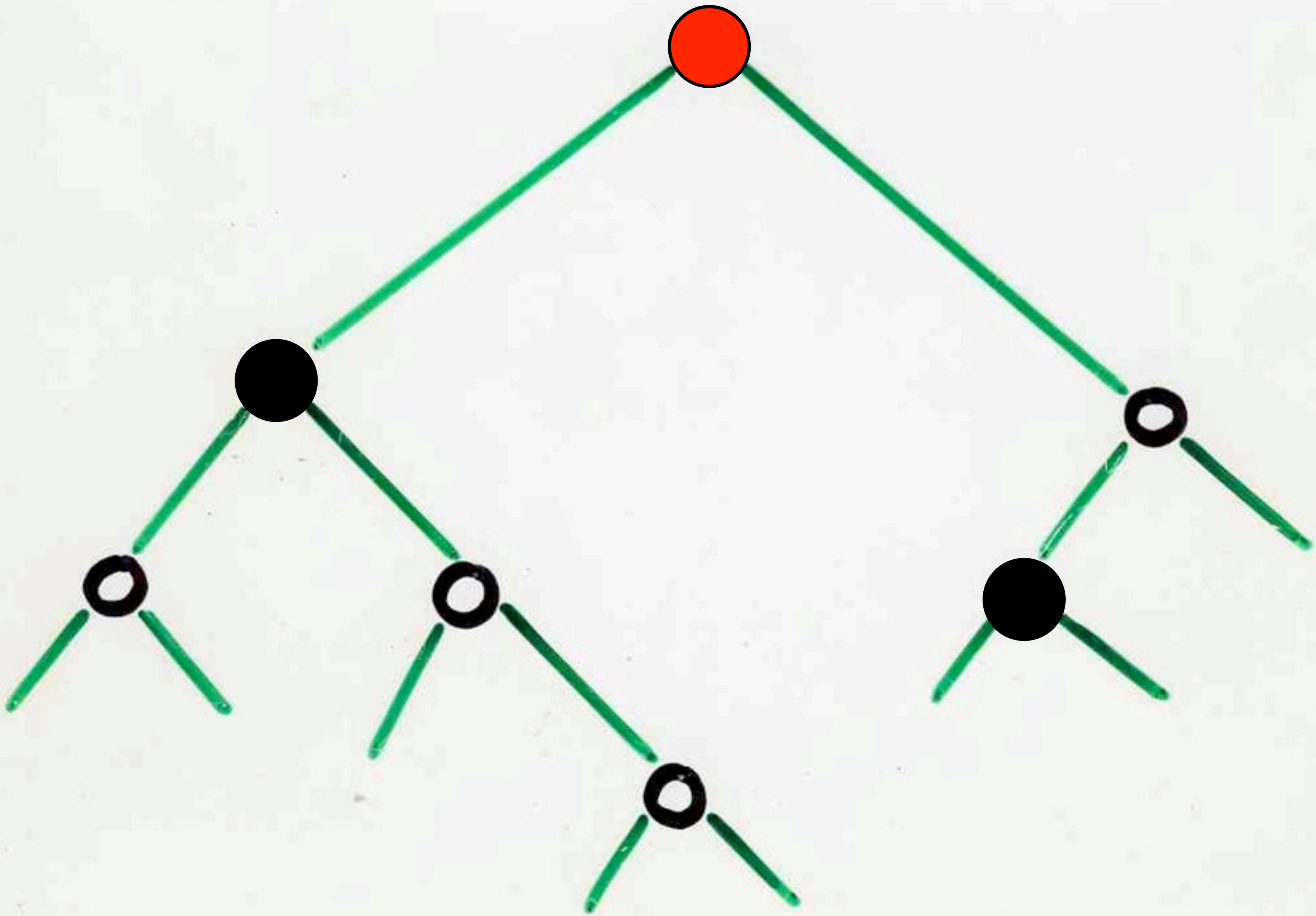












De los árboles a

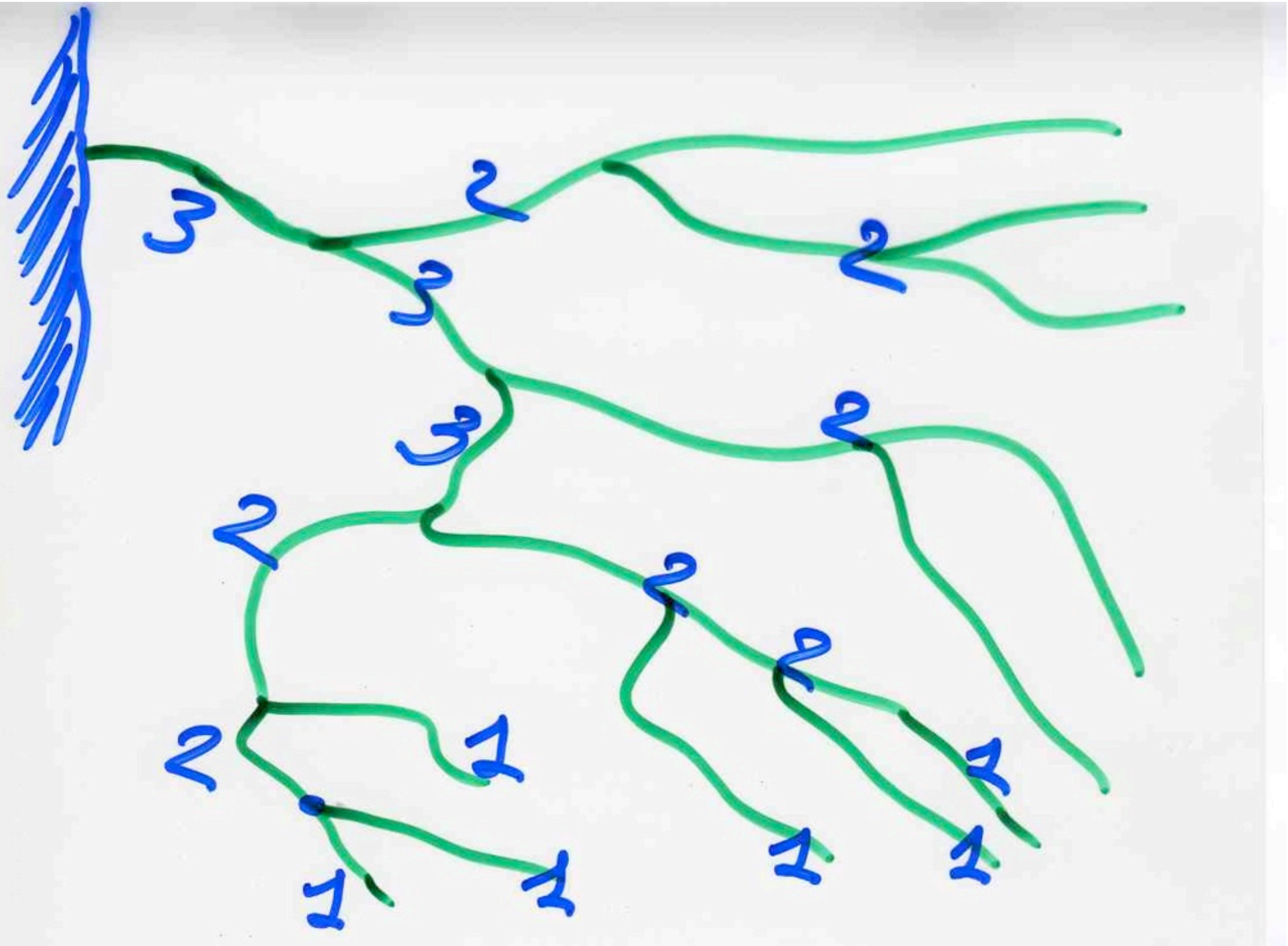
los ríos y redes fluviales ...

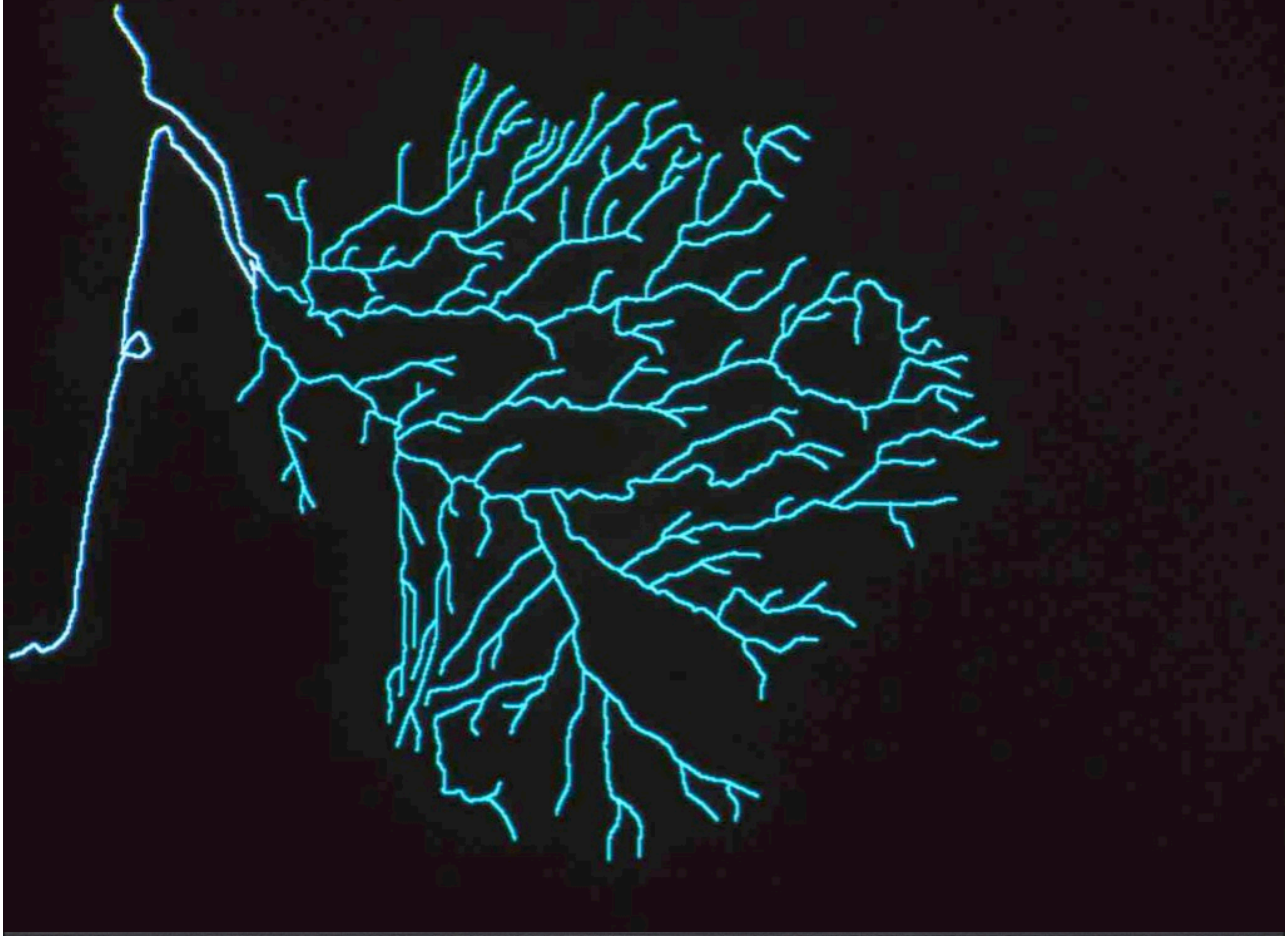
Horton (1945)
Strahler (1952)

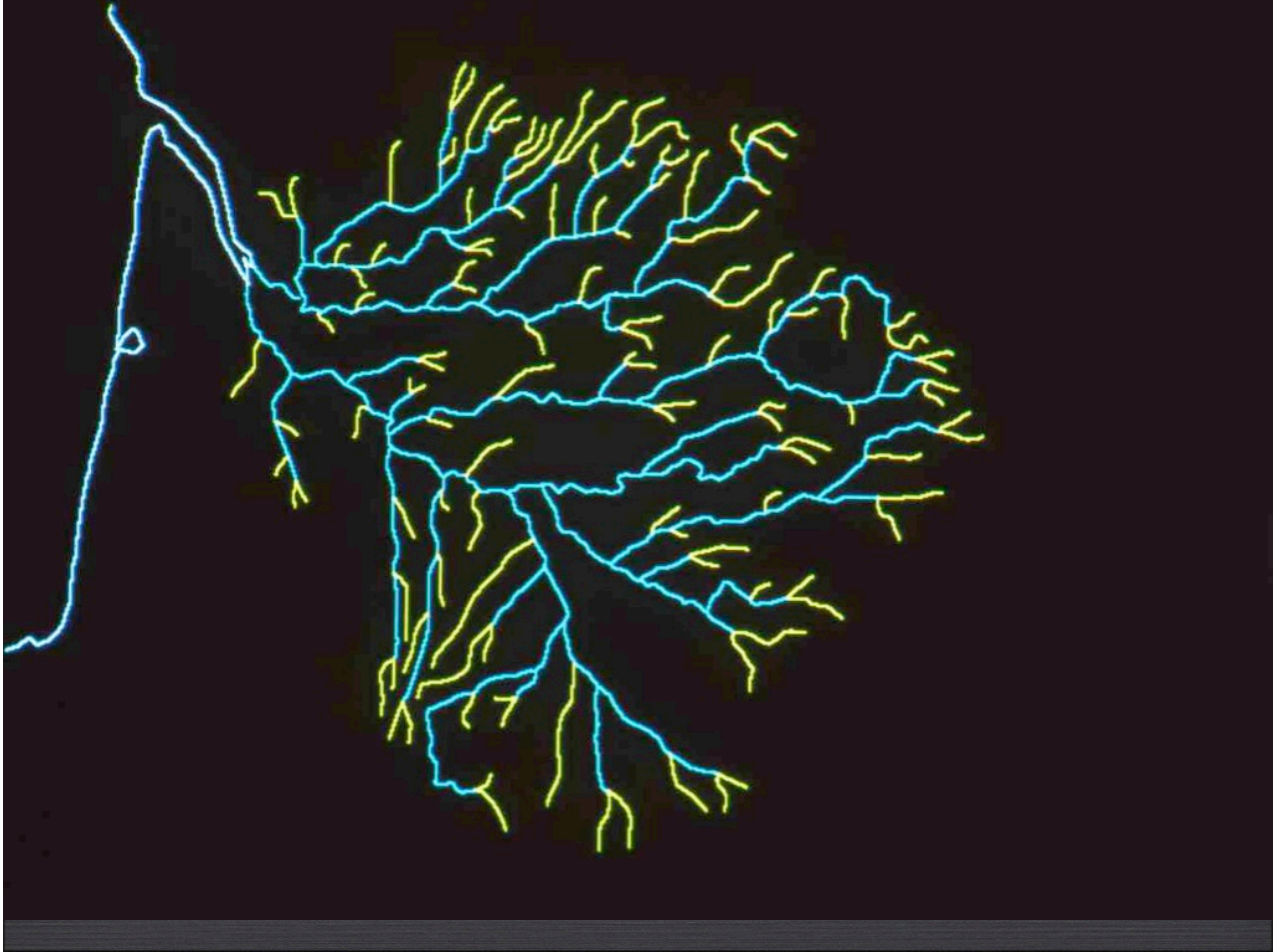
hidrogeología

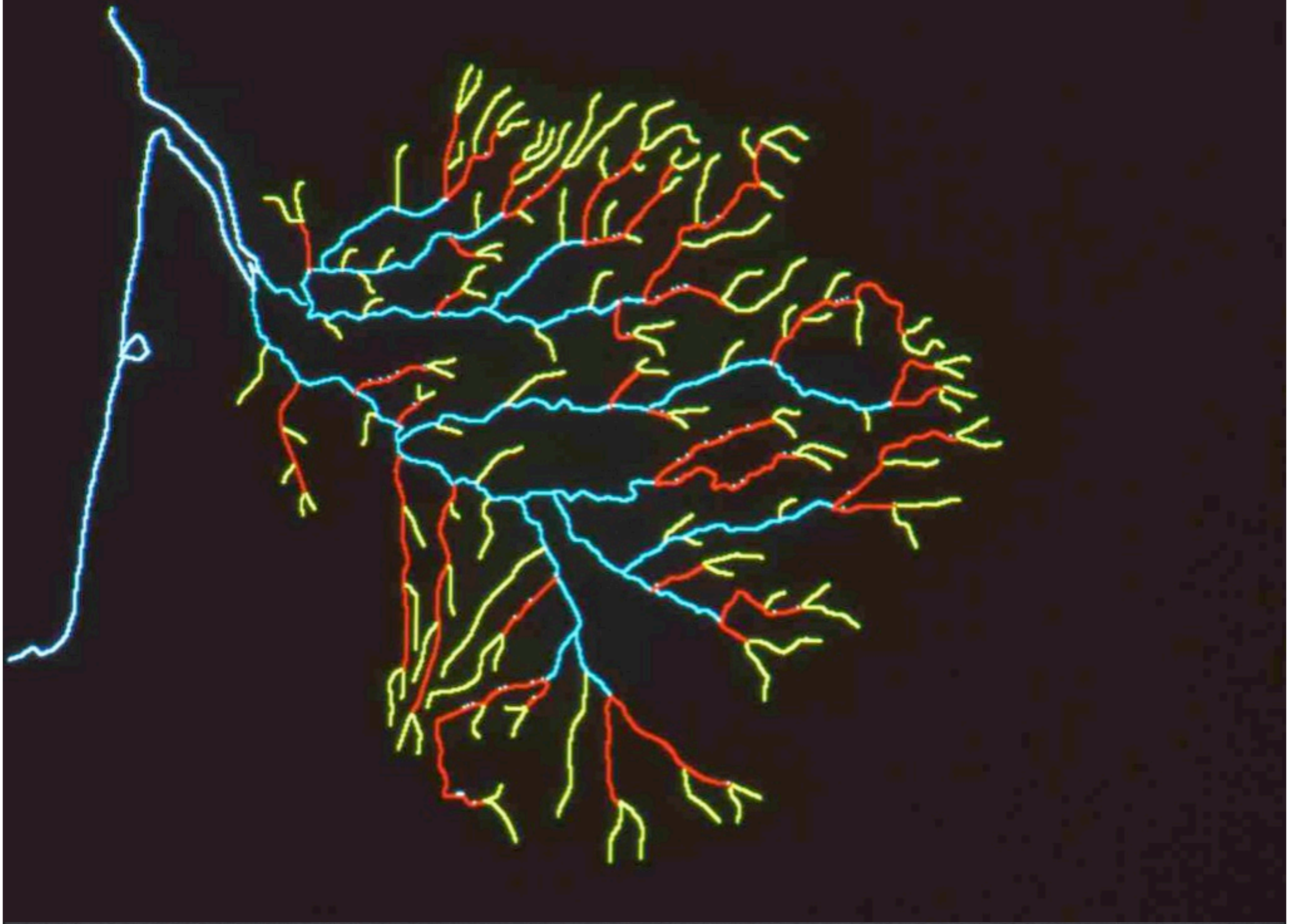
morfología de las cuencas fluviales

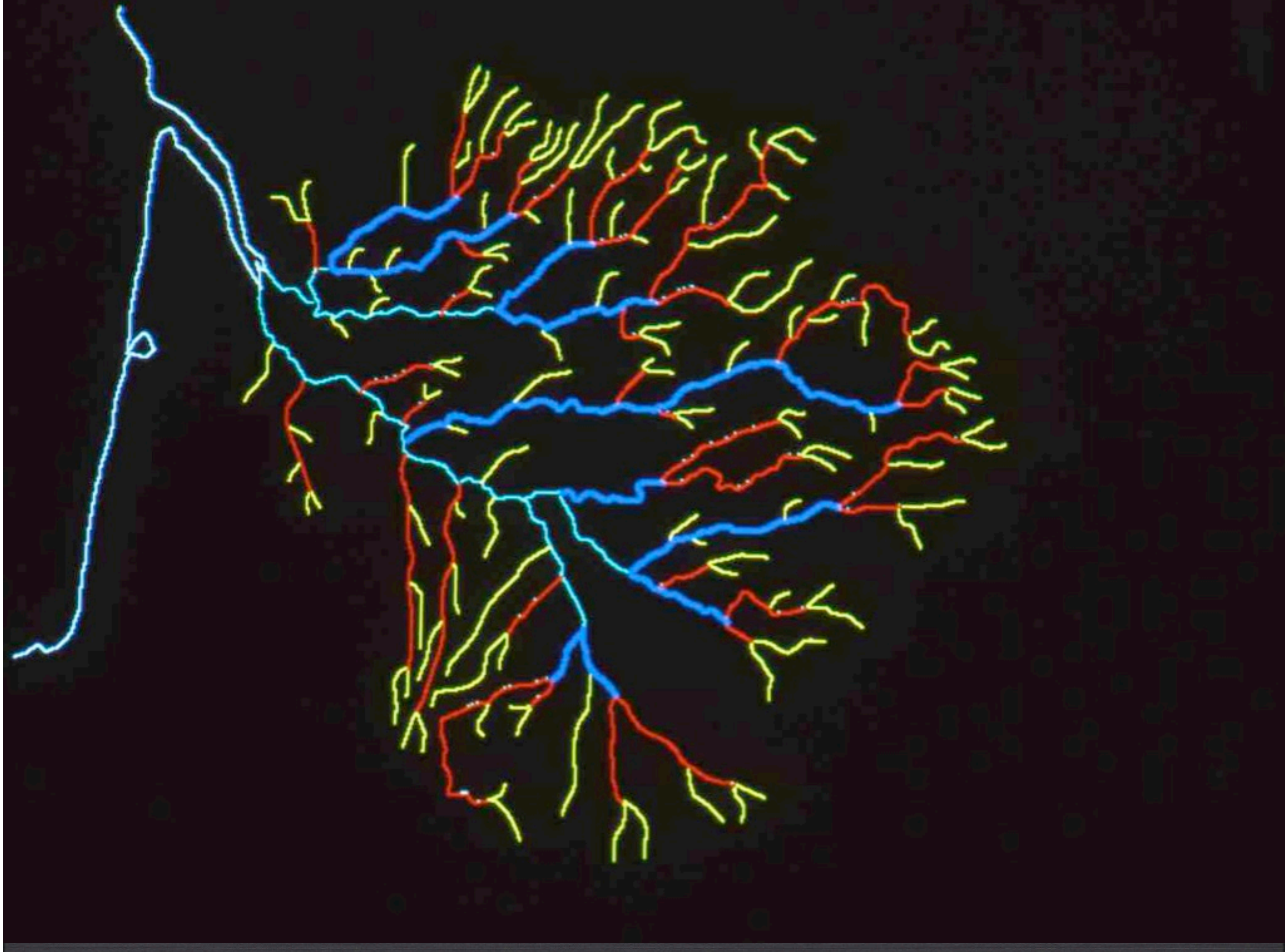
orden de un río

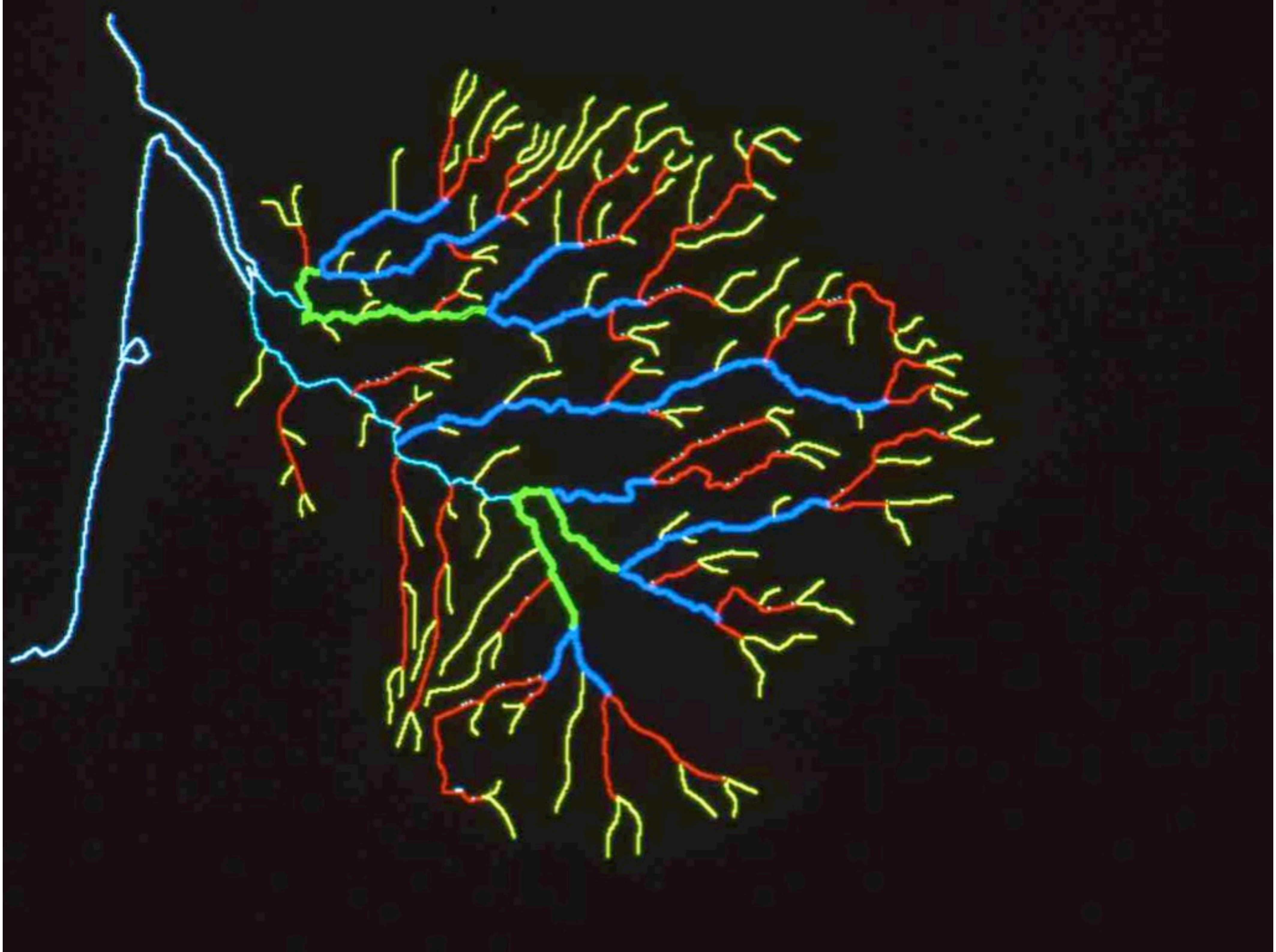

3
2
2
3
3
2
2
2
2
2
1
1
1
1
1
1

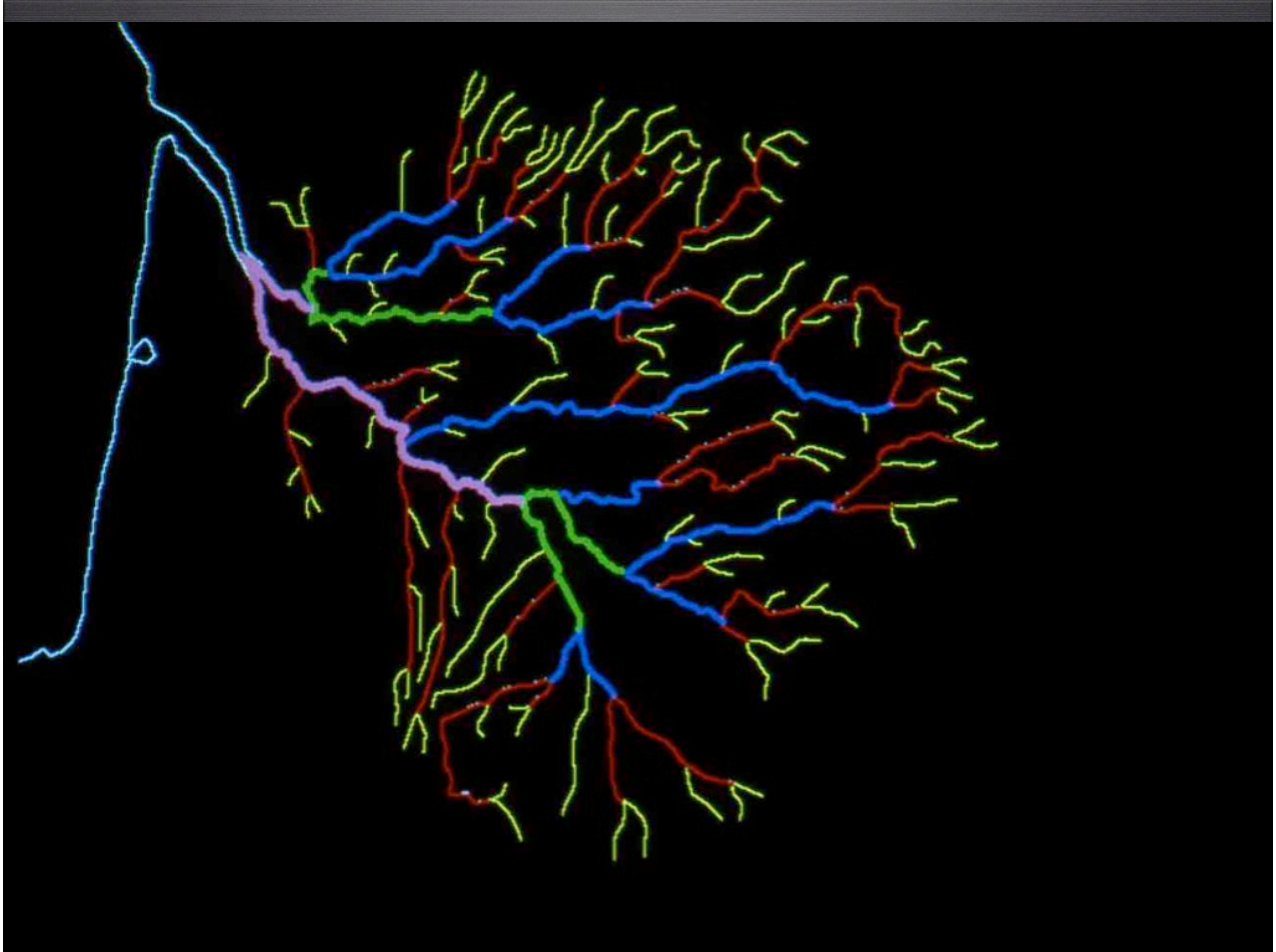


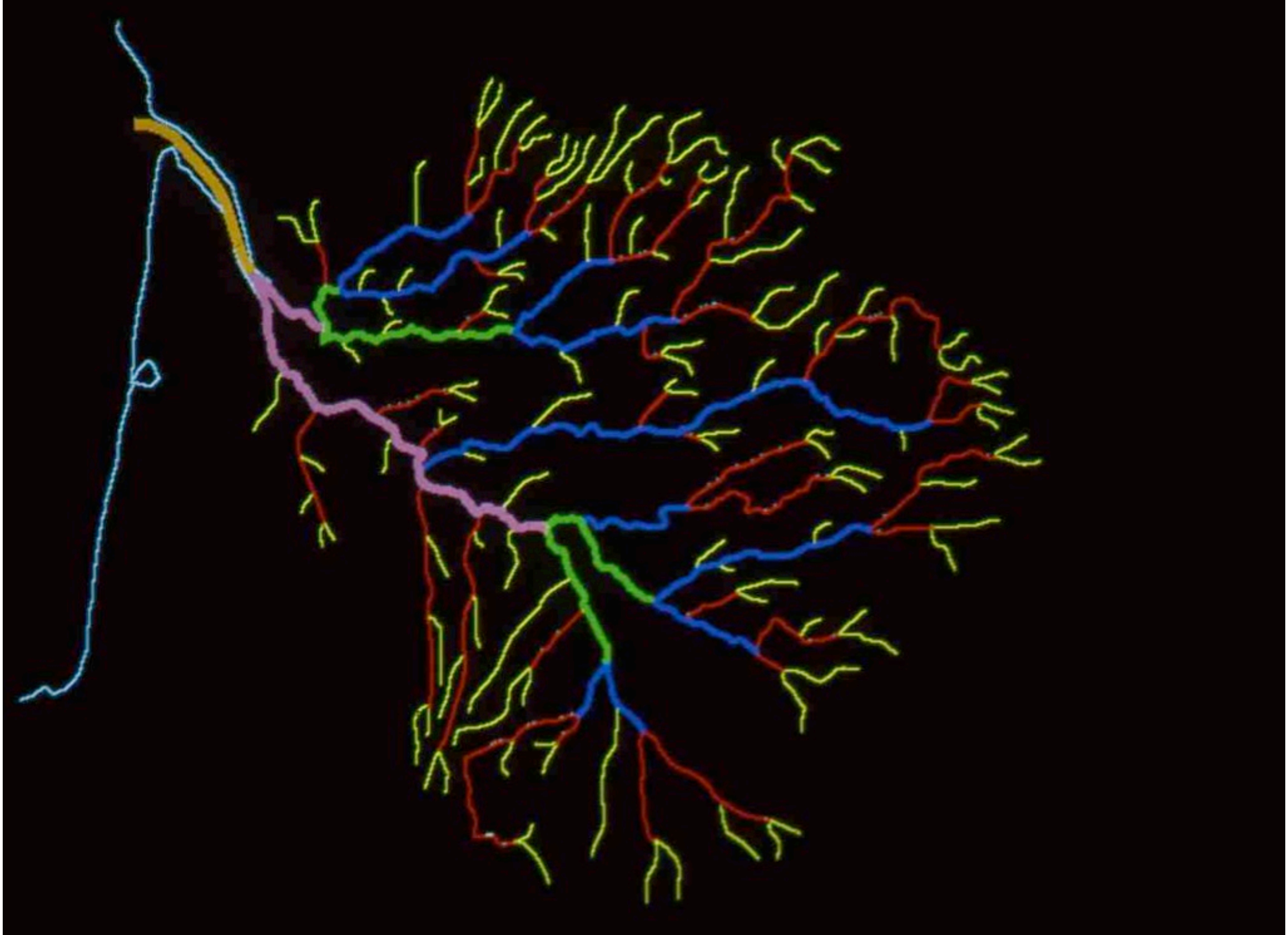


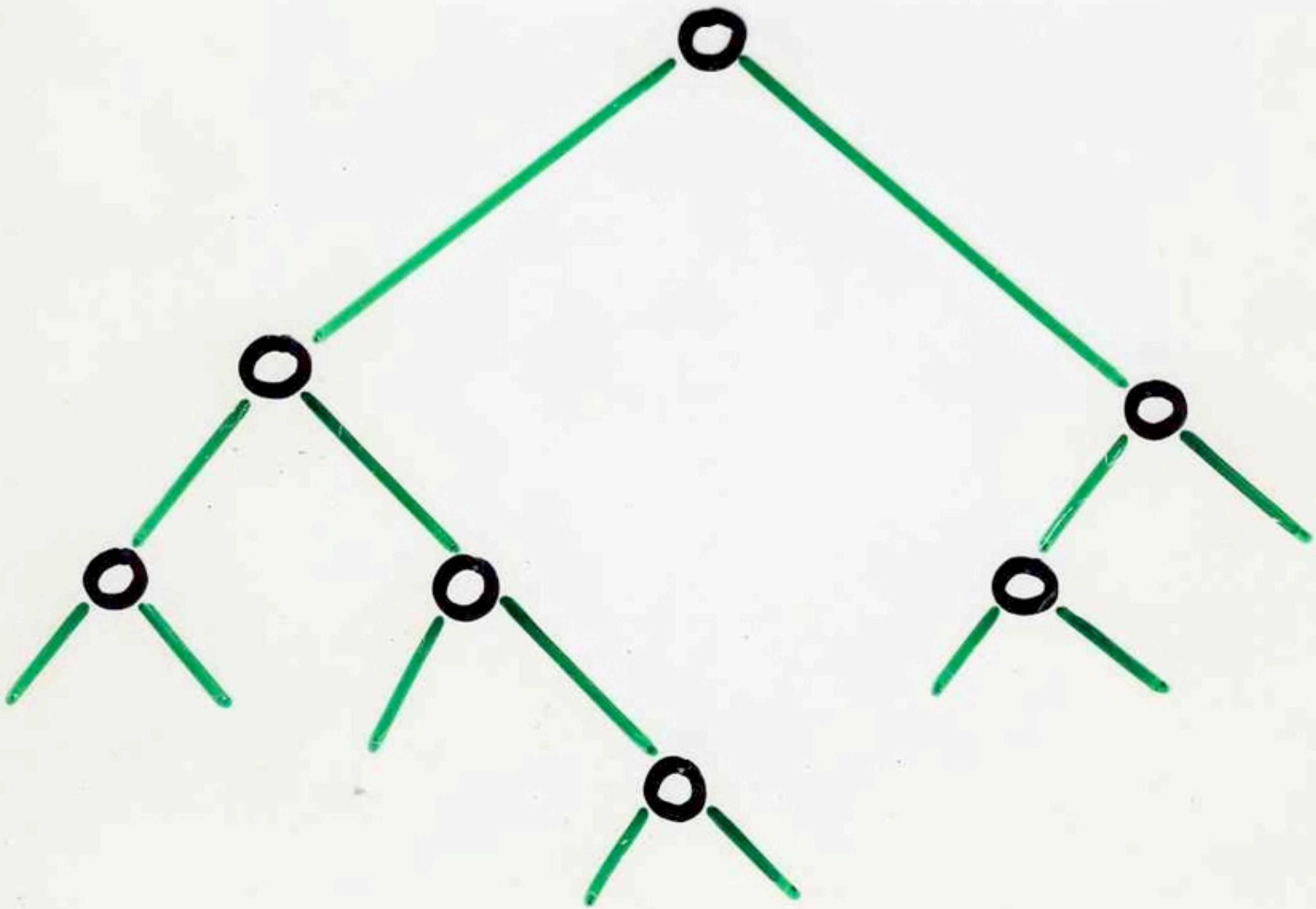


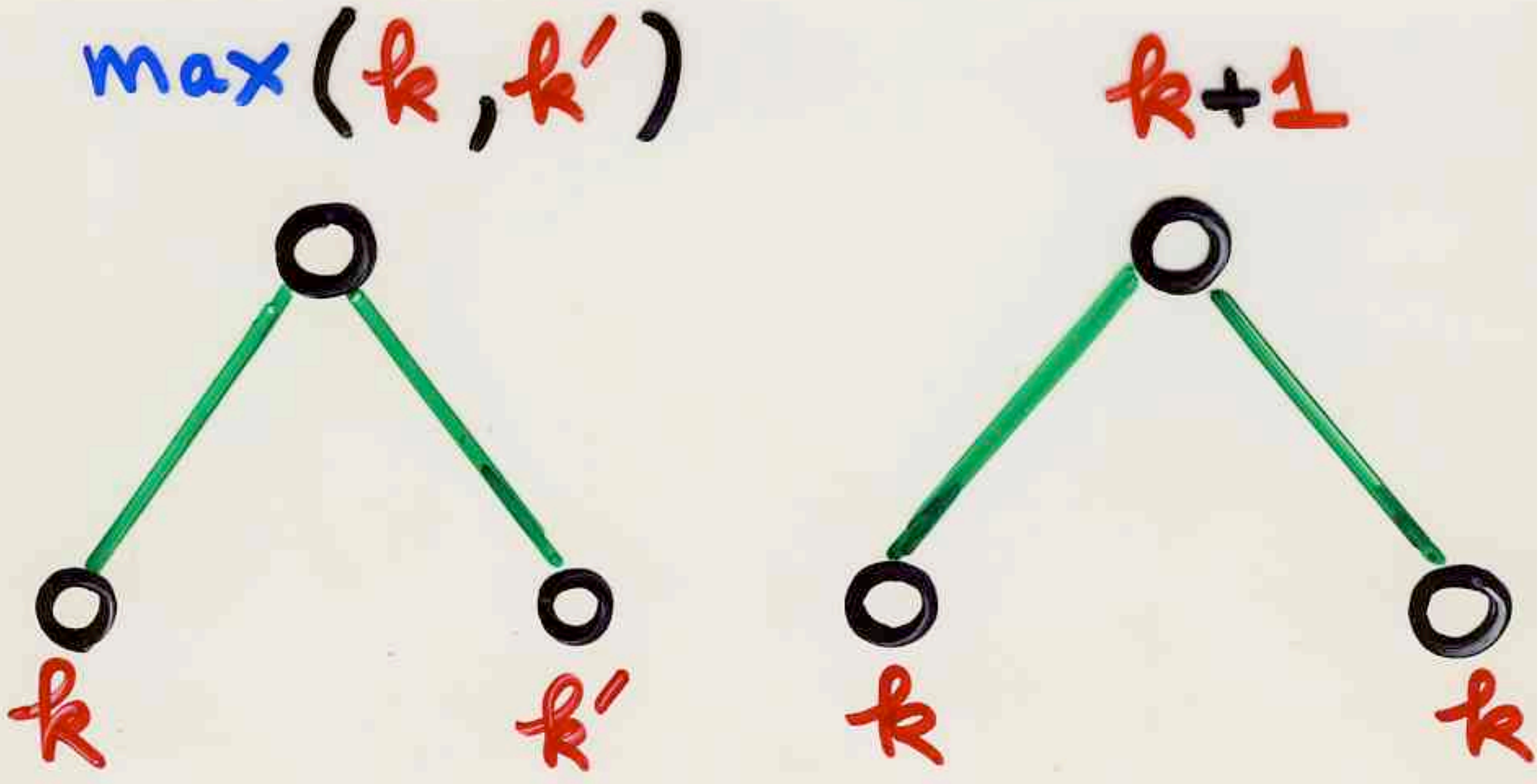




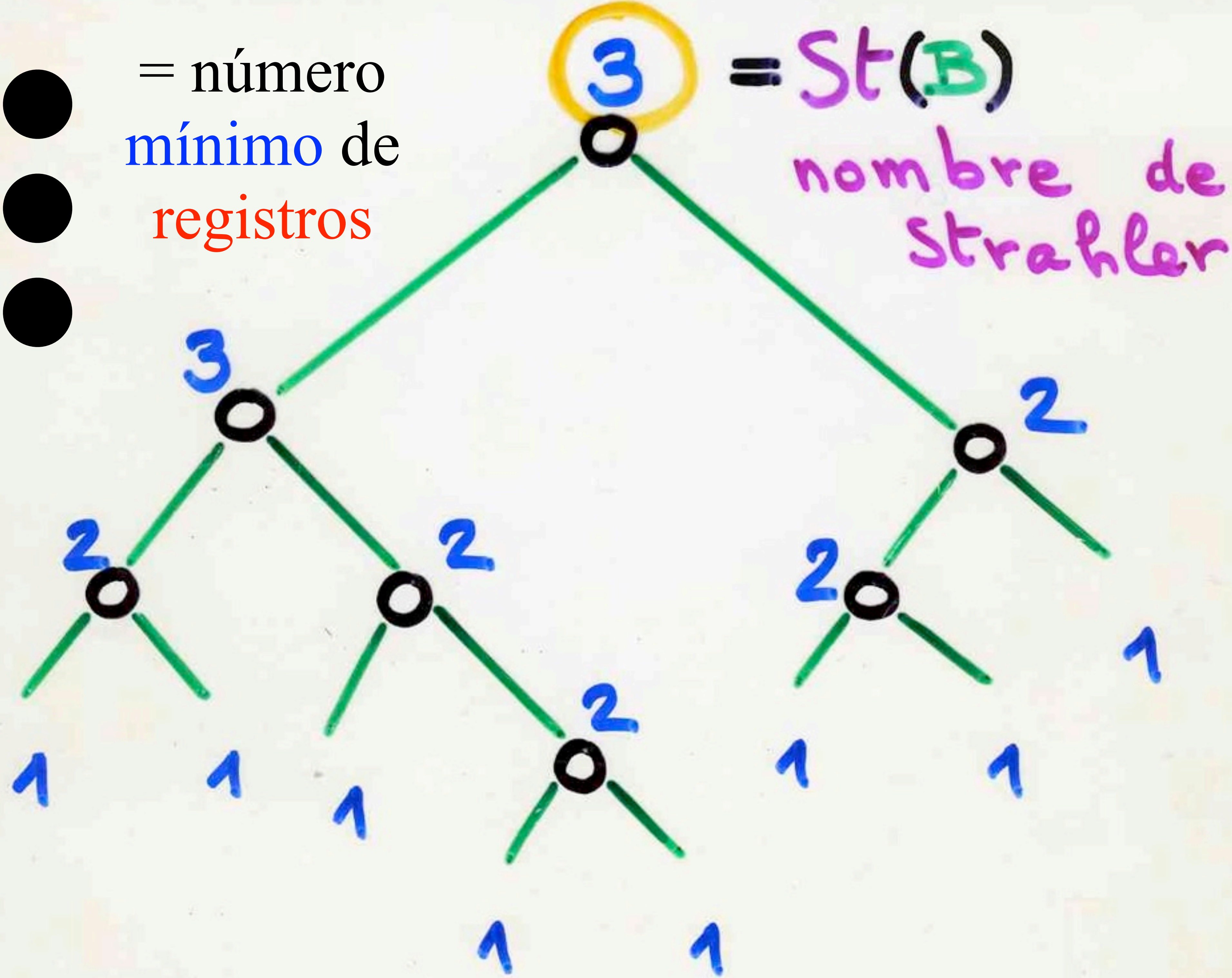




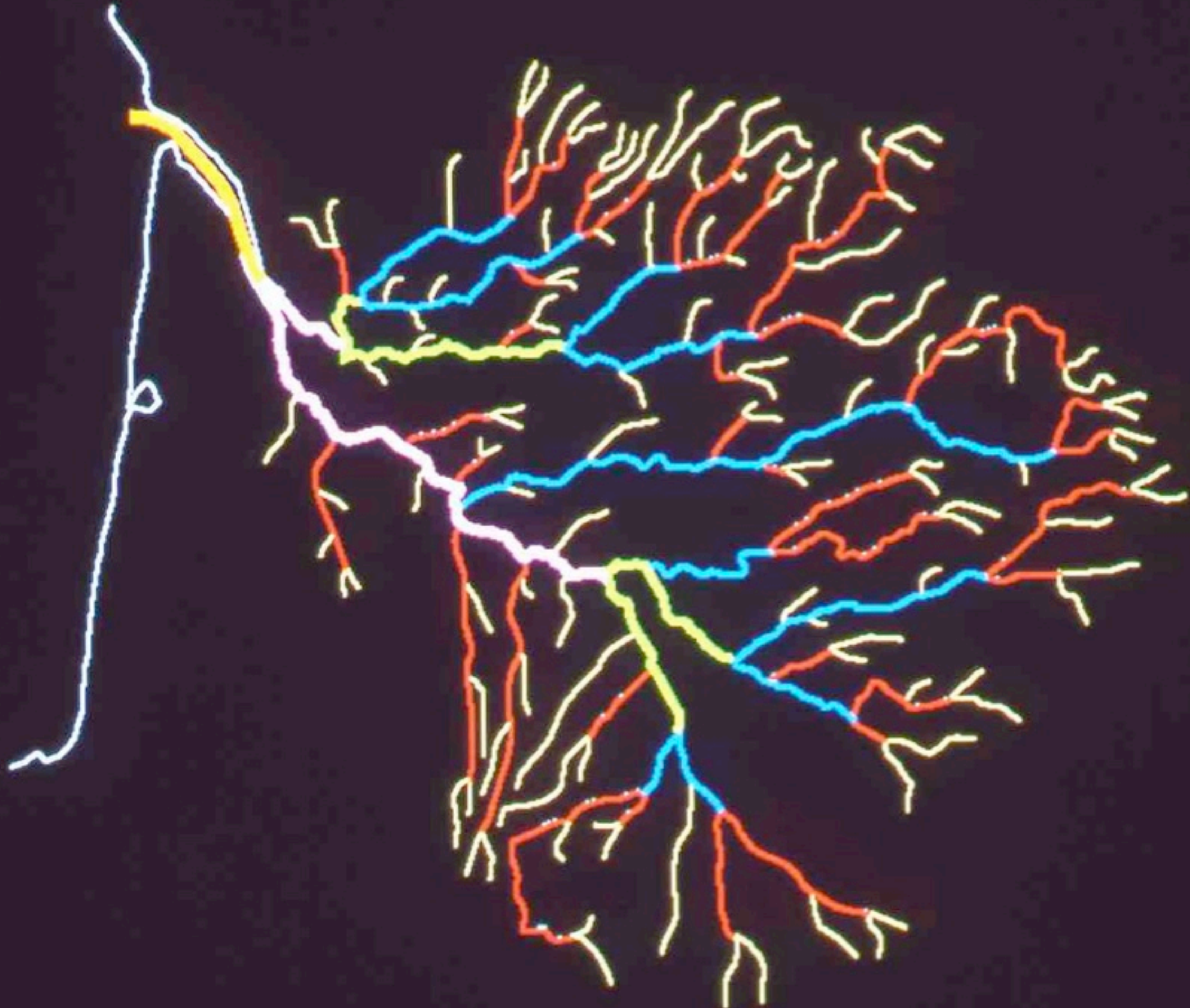


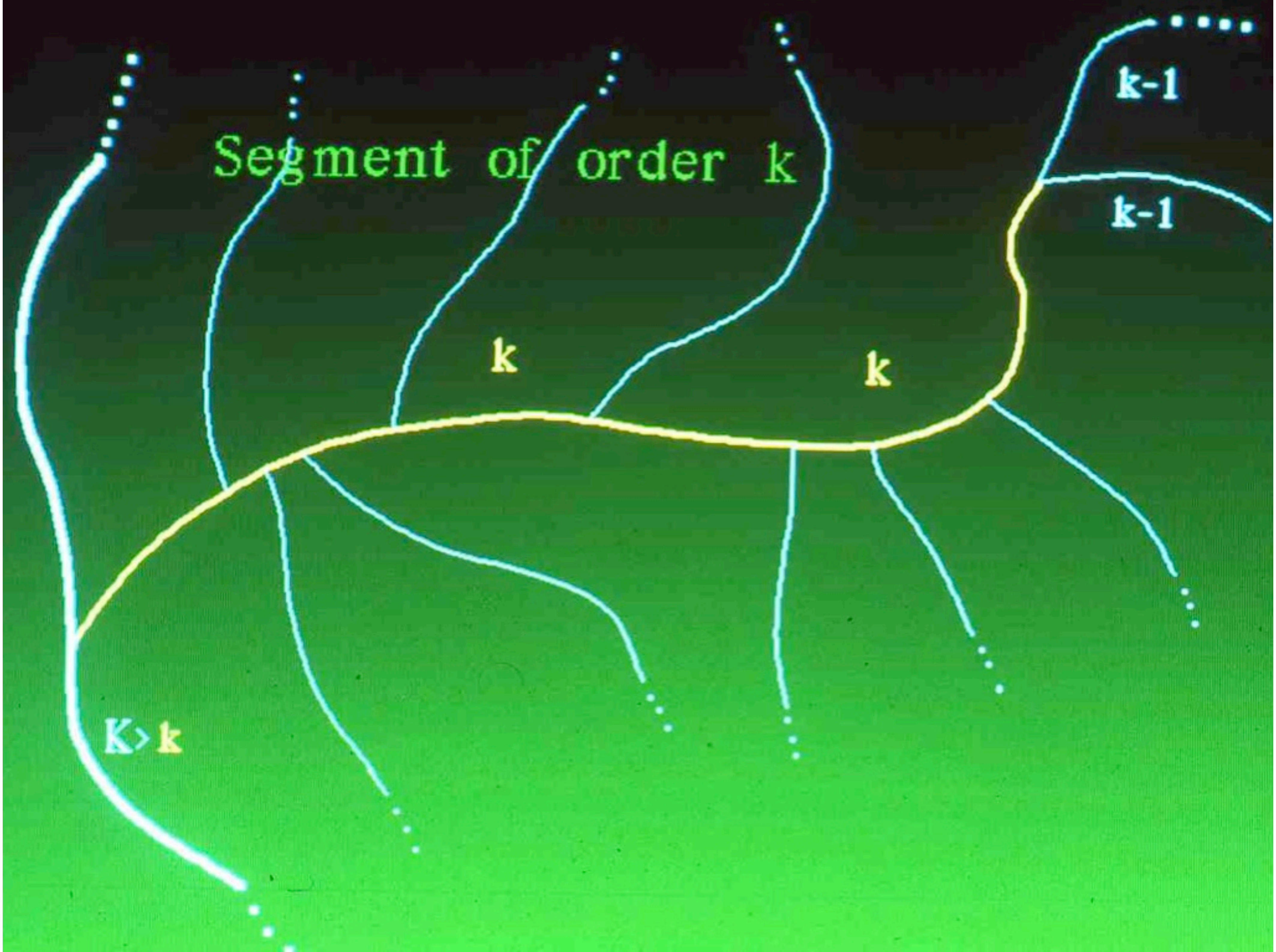

max(k, k')
k+1
k
k'
k
k

= número mínimo de registros



rivière ou segment d’ordre k

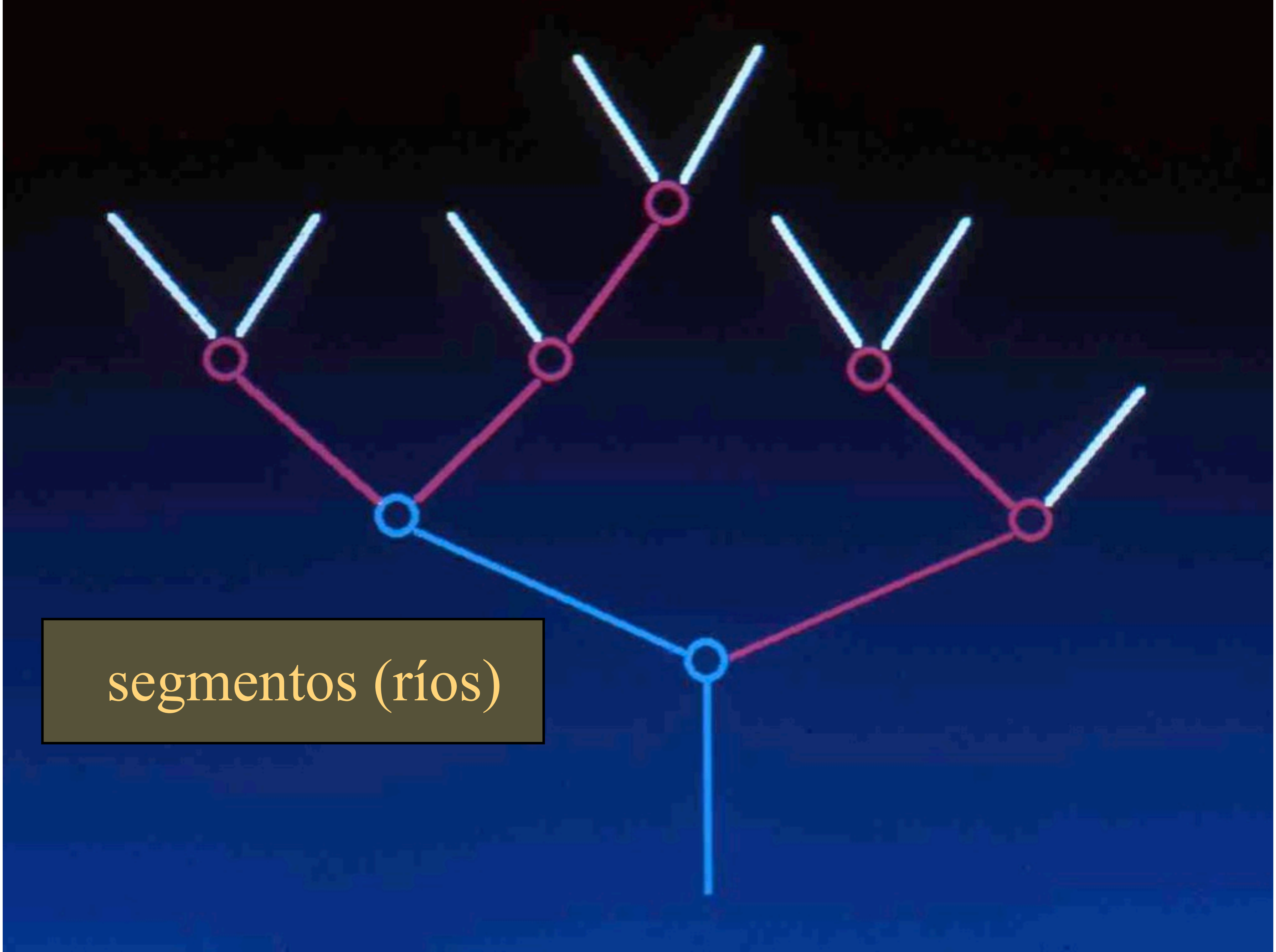



Segment of order k
k-1
k-1
k
k
K>k

número de ramificación

$$\beta_k = \frac{b_k}{b_{k+1}} \qquad 3 < \beta_k < 5$$

$b_k =$ número de segmentos (ríos) de orden k


segmentos (ríos)


1
2
3
4
árbol binario perfecto
1
2
árbol binario muy alargado

correlación entre la «forma» de una red fluvial y la estructura del subsuelo profundo

Prud'homme, Nadeau, Vigneaux, 1970, 1980

informática gráfica

Imágenes sintetizadas de árboles

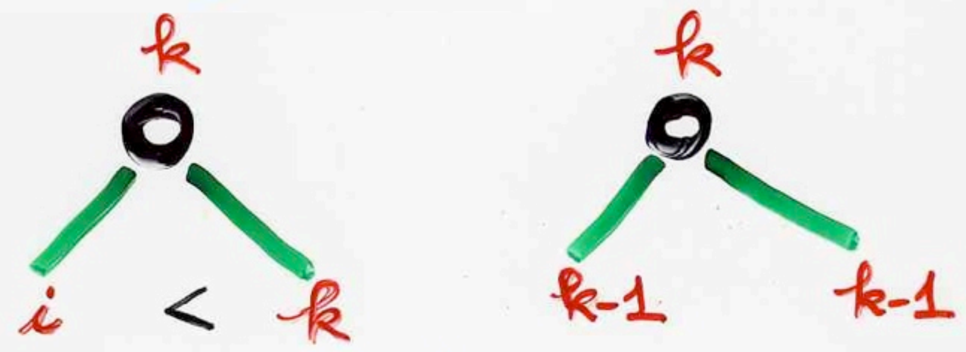
matriz de ramificación
de un árbol

LE CORBUSIER

Imágenes sintetizadas de árboles hojas, paisajes...

Arquès, Eyrolles, Janey, X.G.V.
SIGGRAPH '89

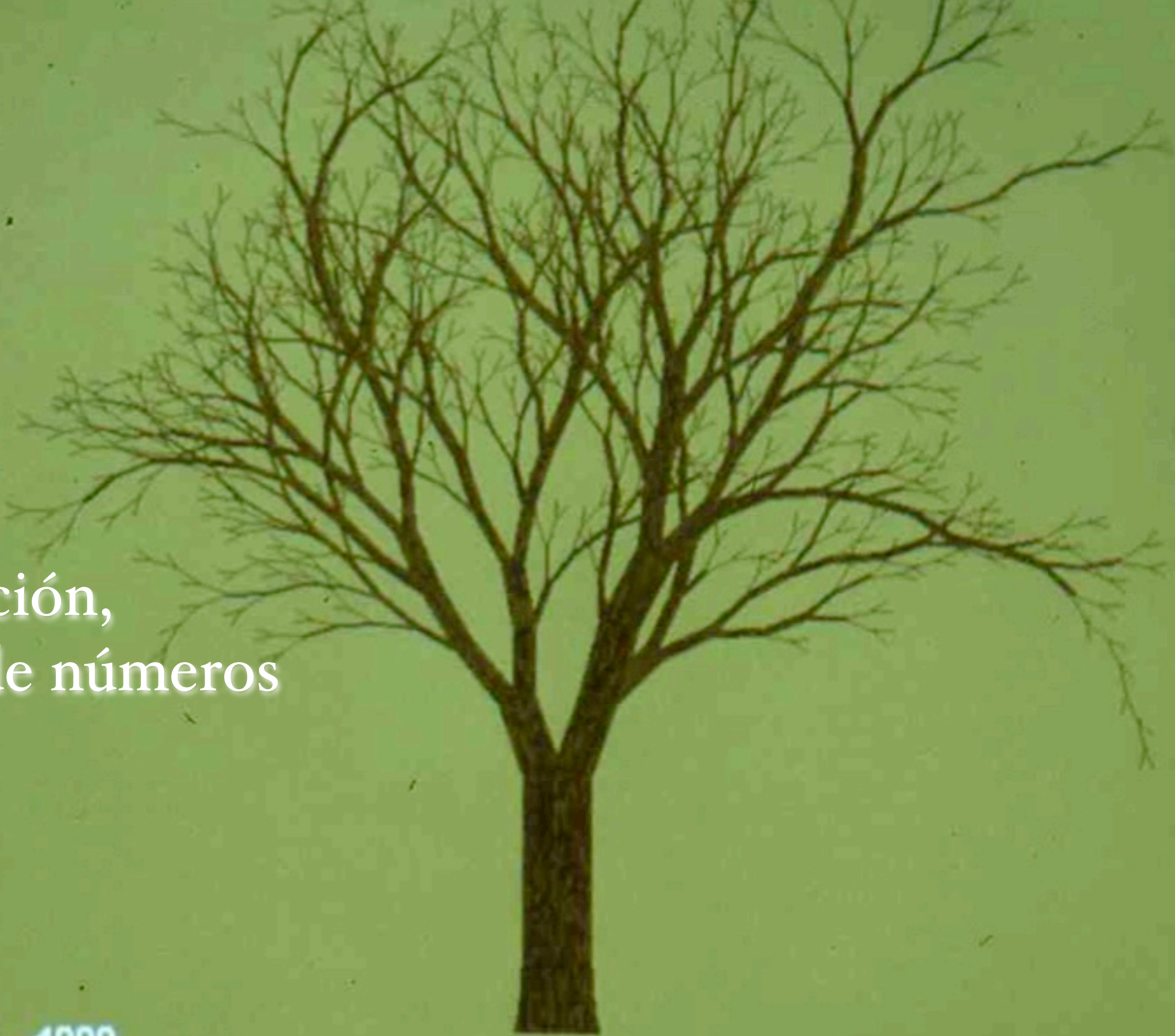
matriz de ramificación
de un árbol



tablero de
probabilidades

$$P_{k,i} = \frac{b_{k,i}}{a_k}$$

bi-orden (k, i)

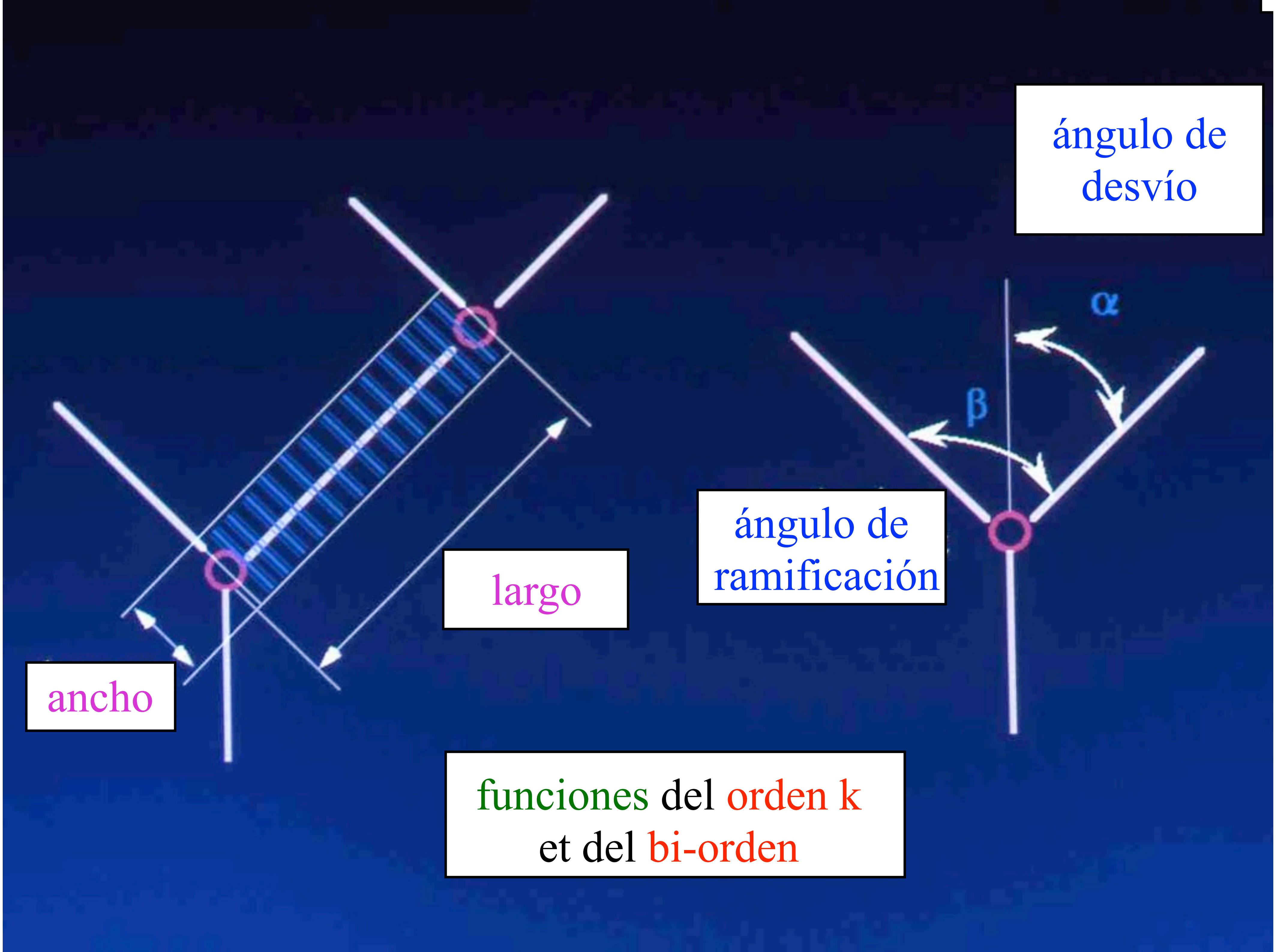


matriz de ramificación,
un tablero (tabla) de números
fila y columna

2 :	4000	6000									
3 :	2000	3000	5000								
4 :	1000	2000	3000	4000							
5 :	500	1000	2000	3000	3500						
6 :	250	500	1000	2000	3000	3250					
7 :	125	250	500	1000	2000	3000	3125				
8 :	63	125	250	500	1000	2000	3000	3062			
9 :	31	63	125	250	500	1000	2000	3000	3031		
10:	15	31	63	125	250	500	1000	2000	3000	3016	
11 :	7	15	31	63	125	250	500	1000	2000	3000	3024

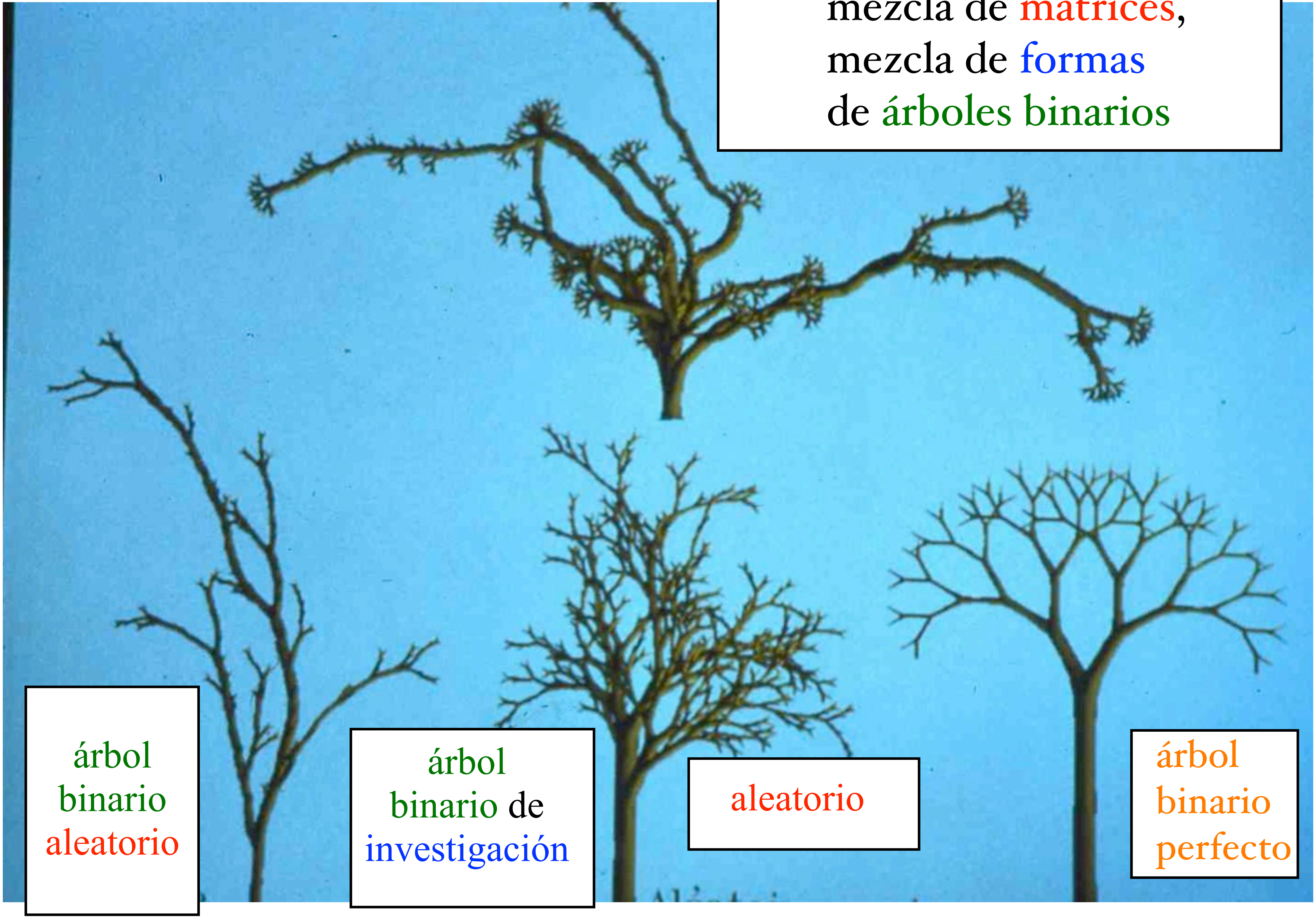
árbol binario perfecto

2 :	0	10000									
3 :	0	0	10000								
4 :	0	0	0	10000							
5 :	0	0	0	0	10000						
6 :	0	0	0	0	0	10000					
7 :	0	0	0	0	0	0	10000				
8 :	0	0	0	0	0	0	0	10000			
9 :	0	0	0	0	0	0	0	0	10000		
10:	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10000	
11:	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10000

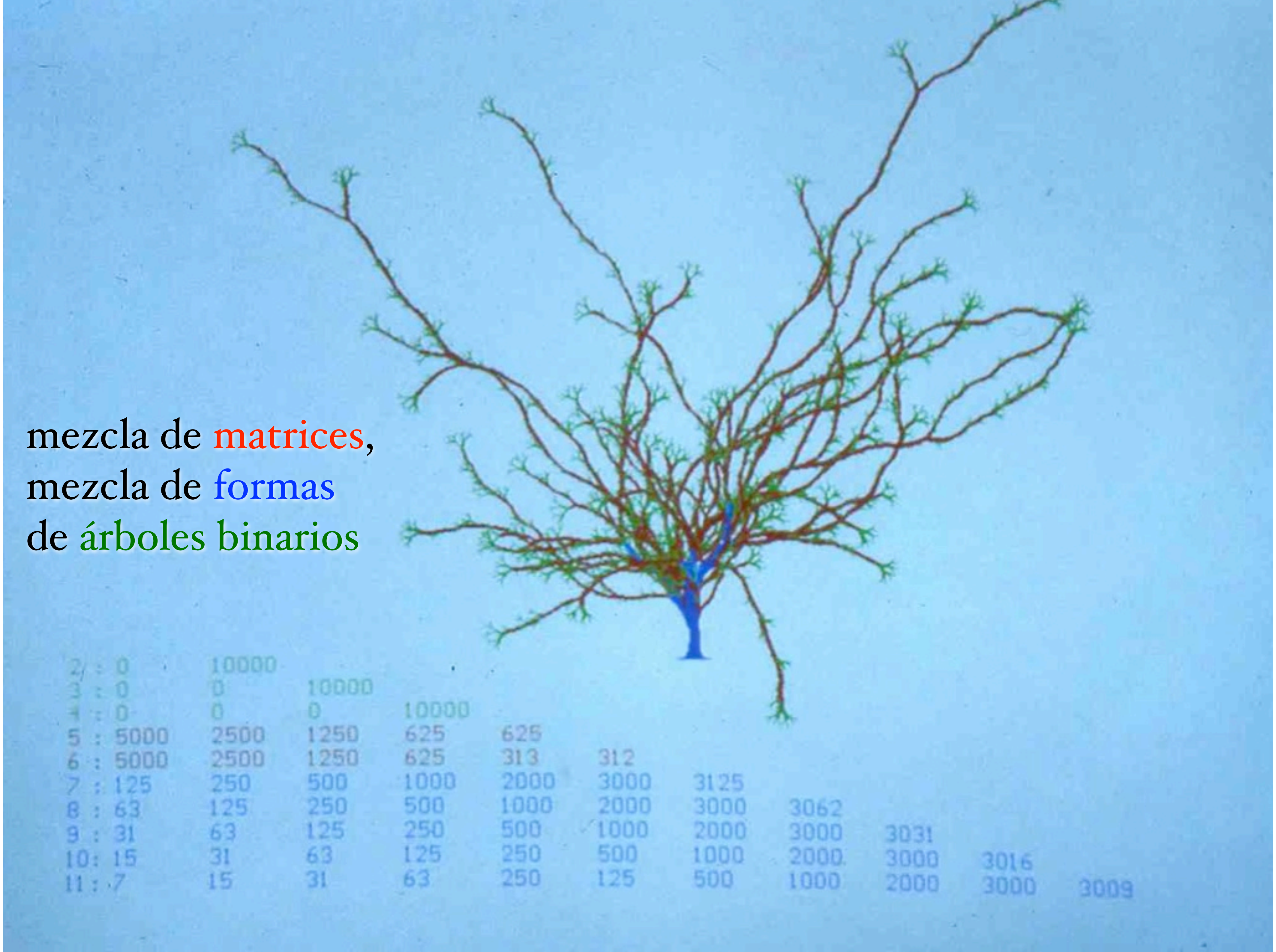

ángulo de desvío
α
β
largo
ángulo de ramificación
ancho
funciones del orden k
et del bi-orden

árbol binario
aleatorio en 3D

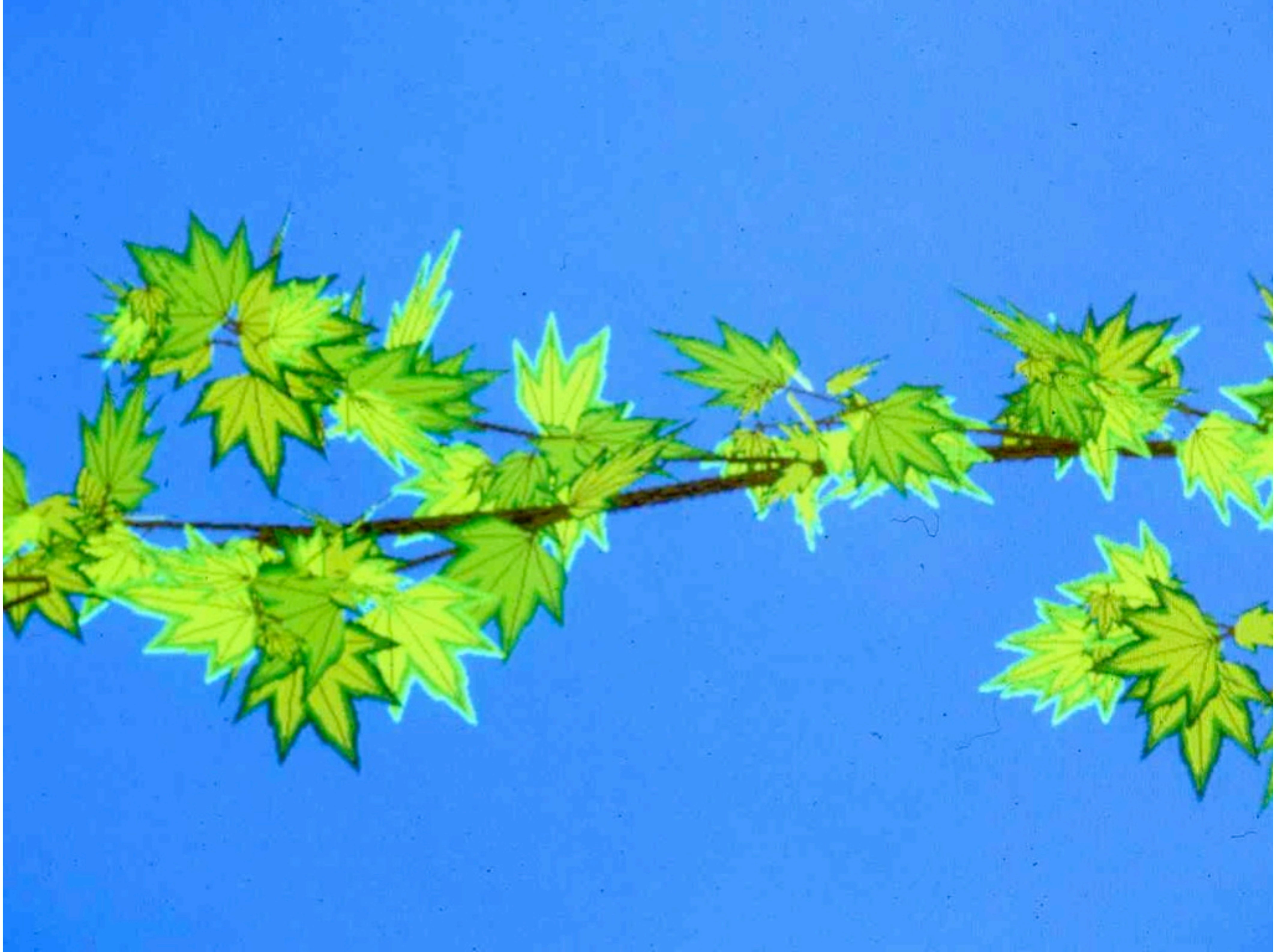
mezcla de matrices,
mezcla de formas
de árboles binarios



mezcla de matrices,
mezcla de formas
de árboles binarios




ASA



Si existe alguna belleza en esas
imágenes sintetizadas de árboles,
ella es sólo un pálido reflejo de la
extraordinaria belleza de las matemáticas
escondidas detrás de los algoritmos,
que generan esas imágenes.

árboles que un artista habría podido dibujar
árboles sin relación con los árboles de la naturaleza

existen modelos matemáticos que simulan
el crecimiento de los árboles en la naturaleza

Nombre de Strahler

moyen

parmi tous les arbres binaires ayant n sommets

f

$$St_n = \log_4 n + f(\log_4 n) + o(1)$$ función periódica

Flajolet, Raoult, Vuillemin (1979)
Kemp (1979)

Teoría de los números

$T(n) =$ número total de 1 en las escrituras binarias de los números 1, 2,..., (n 1).

función generatriz

série génératrice

$S_{n,k}$ = nombre d'arbres binaires B
ayant n sommets (internes)
et nombre de Strahler
$St(B) = k$

$$S_k(t) = \sum_{k \geq 0} S_{n,k} t^n$$

série formelle

$$S_1 = 1$$

$$S_2 = \frac{t}{1-2t}$$

$$S_3 = \frac{t^3}{1-6t+10t^2-4t^3}$$

$$S_4 = \frac{t^7}{1-14t+78t^2-220t^3+330t^4-252t^5+84t^6-8t^7}$$

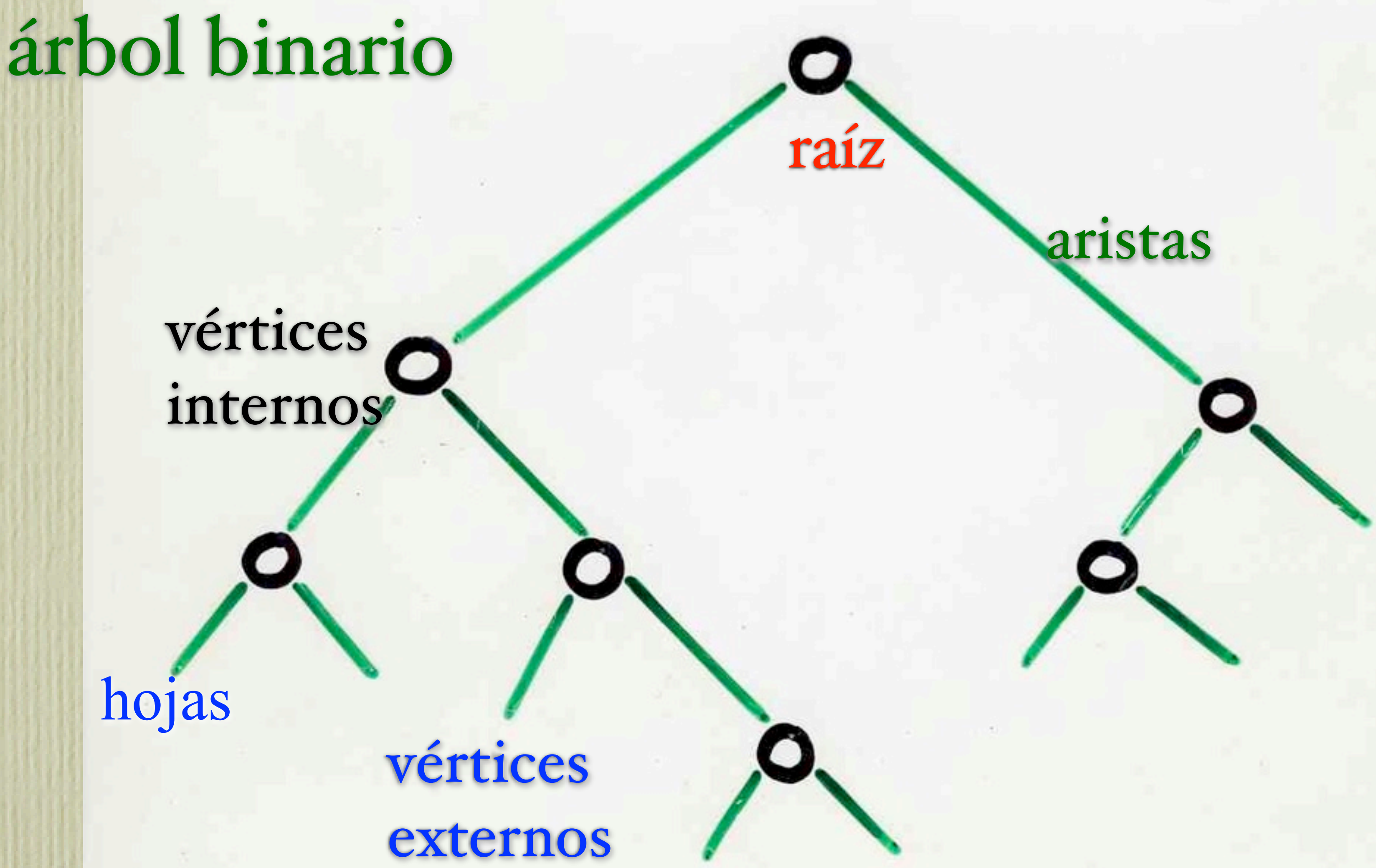
Pafnuty Tchebychev
(1887-1920)

polynômes de Tchebychev

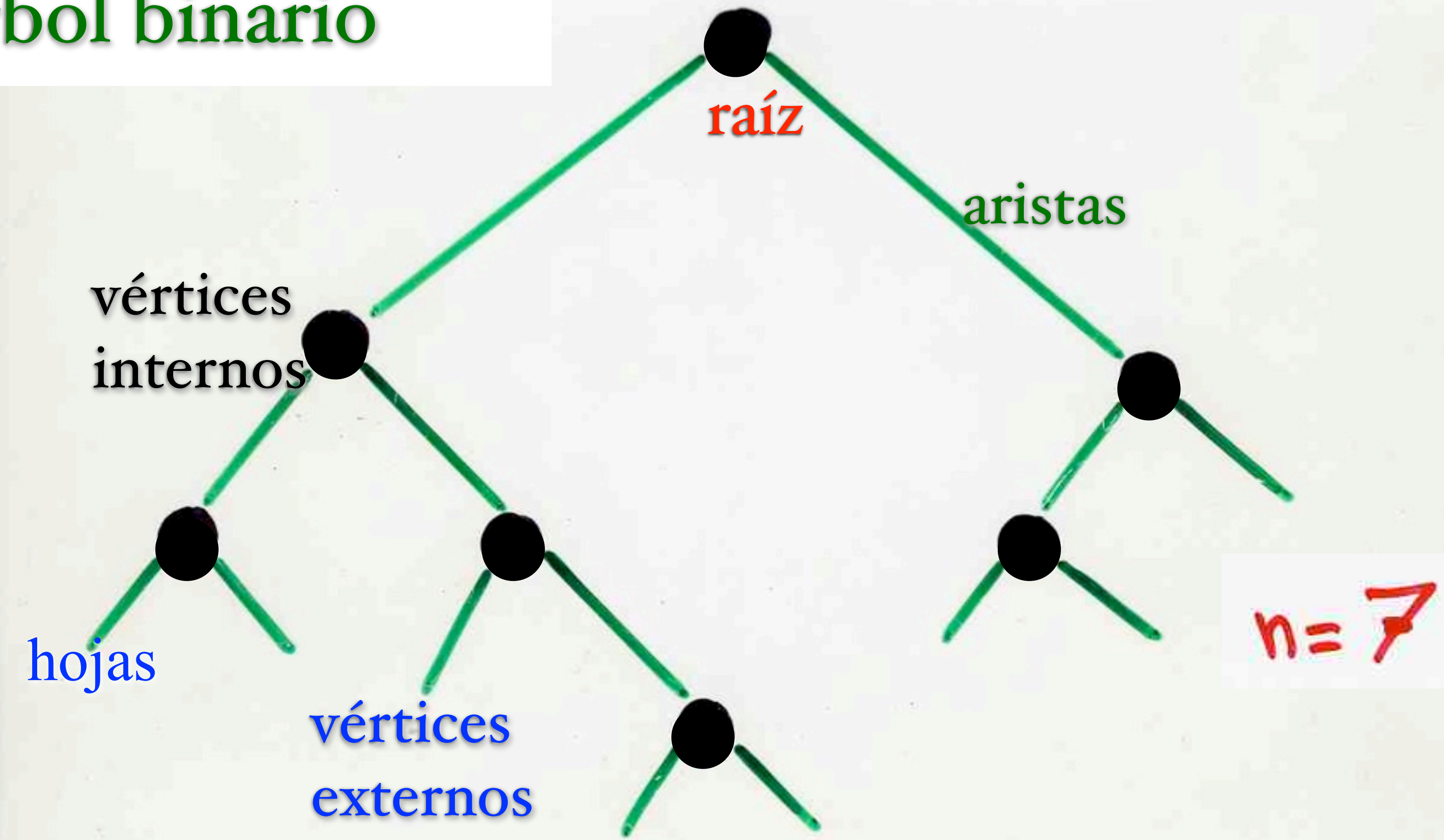
Trigonométrie

$$\sin(n+1)\theta = (\sin\theta)\, U_n(\cos\theta)$$

Contar
los árboles ...


árbol binario
raíz
aristas
vértices internos
hojas
vértices externos

árbol binario

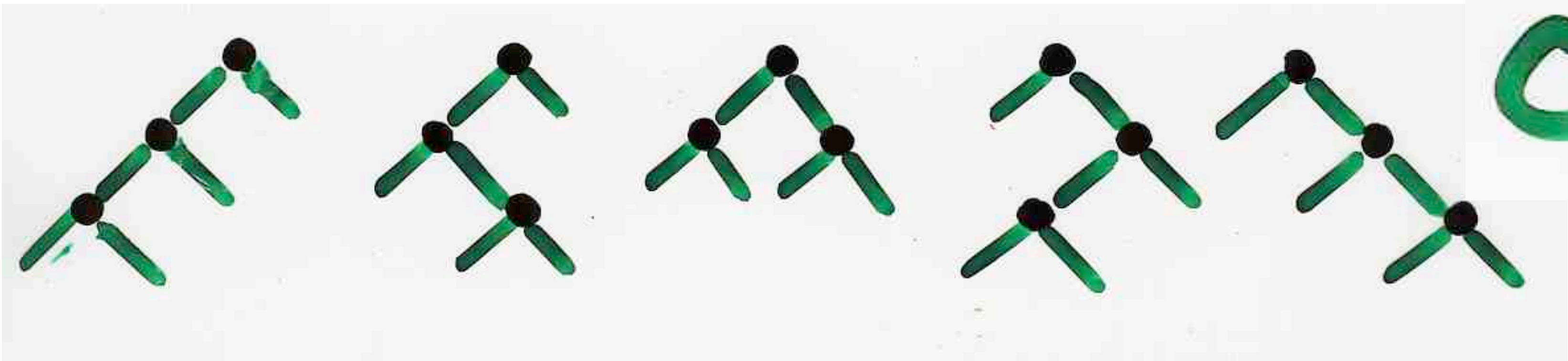


(entonces $n + 1$ hojas)
o vértices externos

C_n = número de árboles binarios
con n vértices internos ●

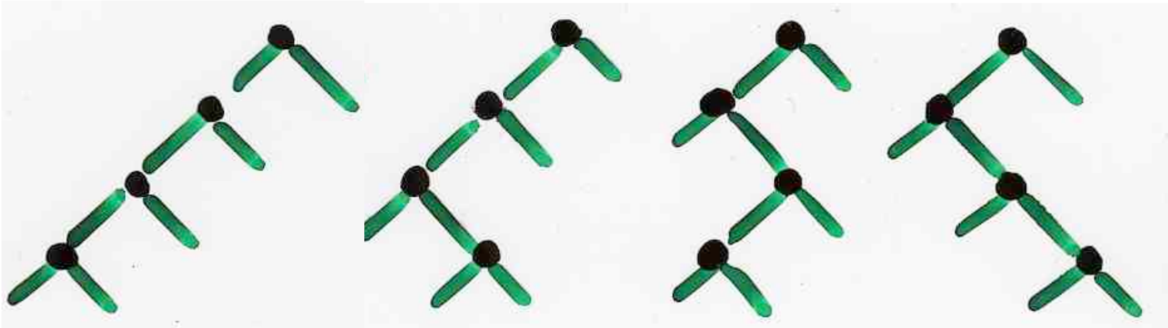
$$C_1 = 1$$

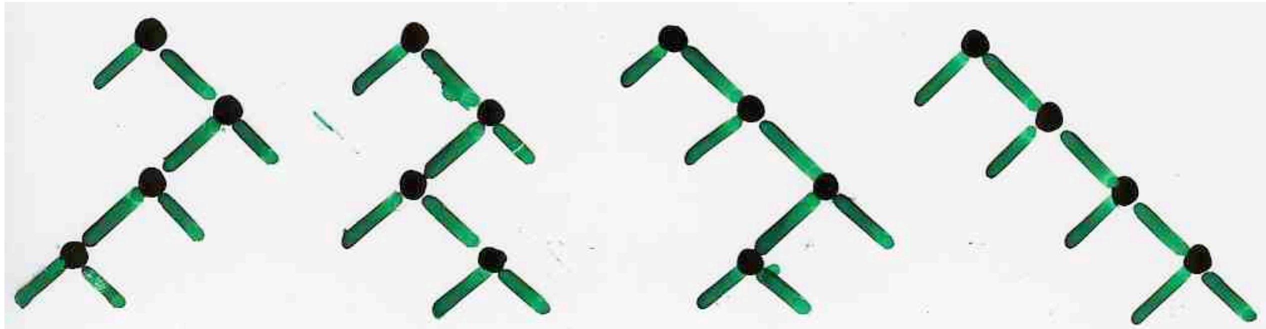
$$C_2 = 2$$

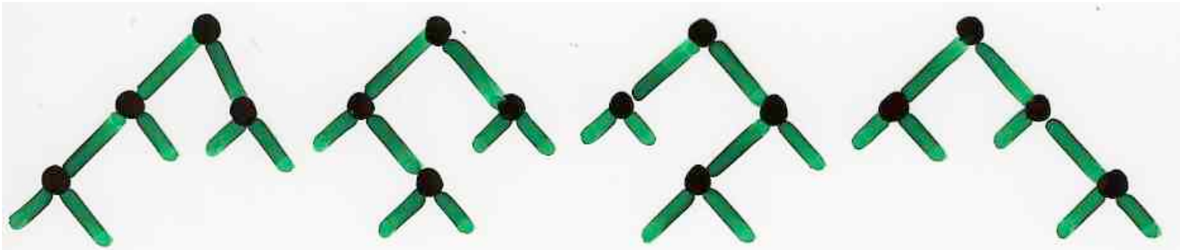


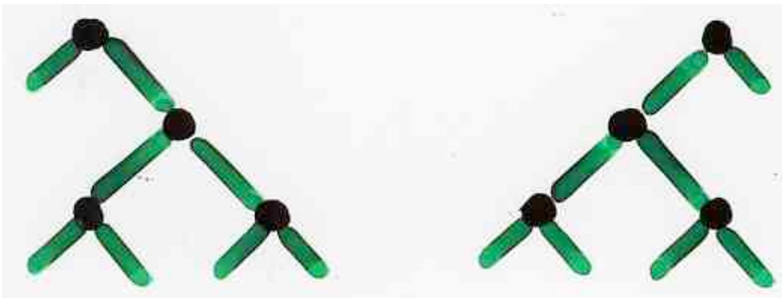
$$C_3 = 5$$

$C_4 = 14$









Una fórmula

para los números de Catalan

$$C_n = \frac{1}{n+1}\binom{2n}{n}$$

Coeficientes binomiales

$$= \frac{(2n)!}{(n+1)!\,n!}$$

$$n! = 1 \times 2 \times \dots \times n$$

factorial n

el producto 1 (multiplicado) por 2, por 3,....por n

$$C_4 = \frac{1\times 2\times 3\times 4\times 5\times 6\times 7\times 8}{1\times 2\times 3\times 4 \quad 1\times 2\times 3\times 4\times 5}$$

$$= 14$$

1 1 2 5 14 42

número de Catalan

E. Catalan
(1814 - 1894)

getheilet, und solches kan auf 5 verschiedene Arten geschehen nehmlich
durch die Diagonales I. ac, ad; II. bd, be; III. ca, ce; IV. db, da; V. ec, eb.
Ferner kan ein Sechseck durch 3 Diagonales in 4 Triangula
zerschnitten und dieses kan auf 14 verschiedene Arten geschehen.
Nun ist die Frage generaliter. Da ein Polygonum von n Seiten
durch $n-3$ Diagonales in $n-2$ Triangula zerschnitten wird, auf
wie vielerley verschiedene Arten solches geschehen könne.
Setze ich nun die Anzahl dieser verschiedenen Arten $= x$
so habe ich per inductionem gefunden

1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1430, ...

wenn $n =$

so ist $x = 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1430$
Hieraus habe ich nun den Schluss gemacht, dass generaliter
sey

$$x = \frac{2.6.10.14.18.22.\ldots(4n-10)}{2.3.4.5.6.7.\ldots(n-1)} = \frac{(2n)!}{(n+1)!\,n!}$$

$2 = 1\cdot\frac{6}{3}$; $5 = 2\cdot\frac{10}{4}$; $14 = 5\cdot\frac{14}{5}$; $42 = 14\cdot\frac{18}{6}$; ...

$$C_n = \frac{1}{n+1}\binom{2n}{n}$$

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times n$$

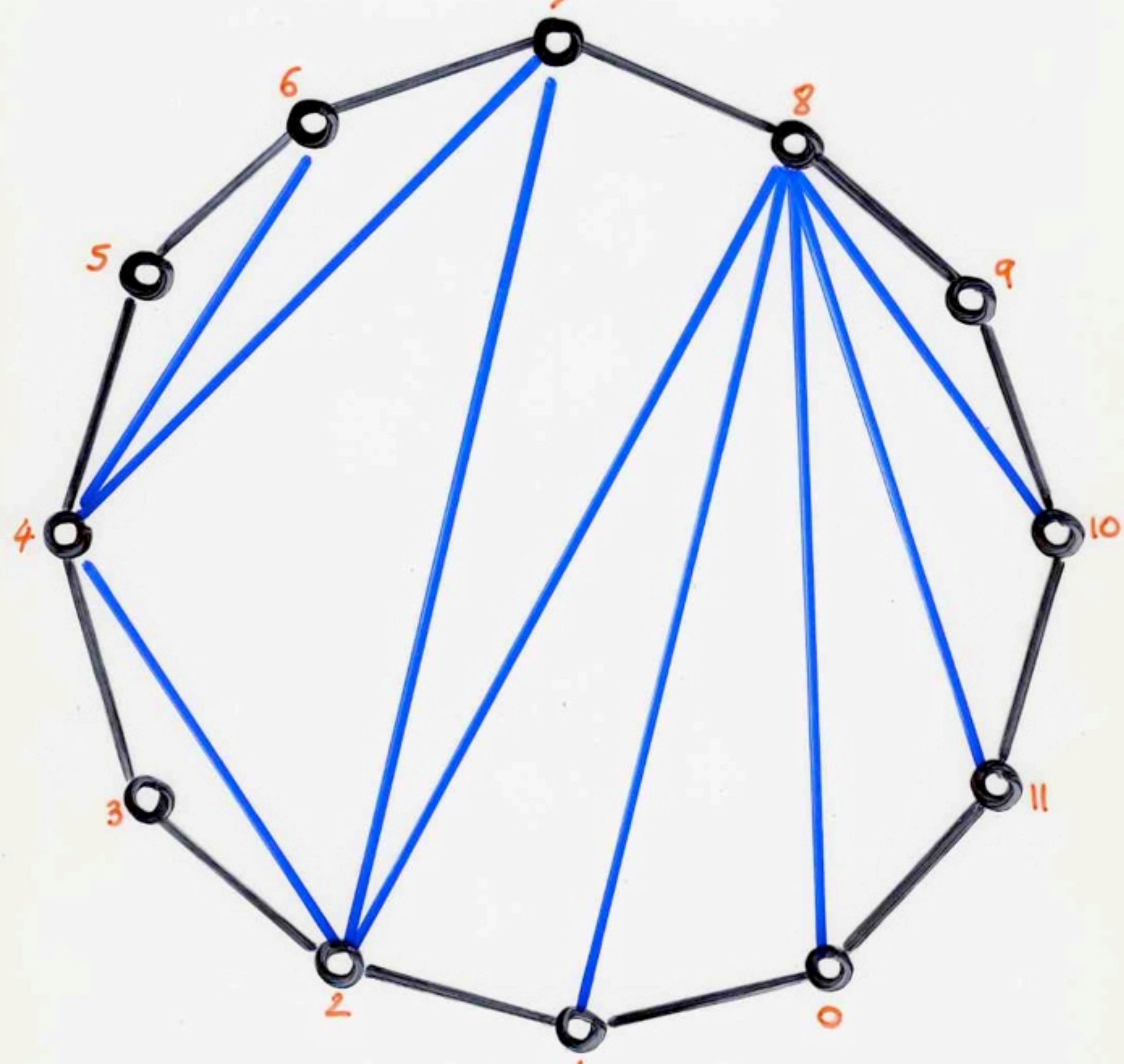
un poco de historia ...

Una carta olvidada de Euler
a Christian Goldbach....

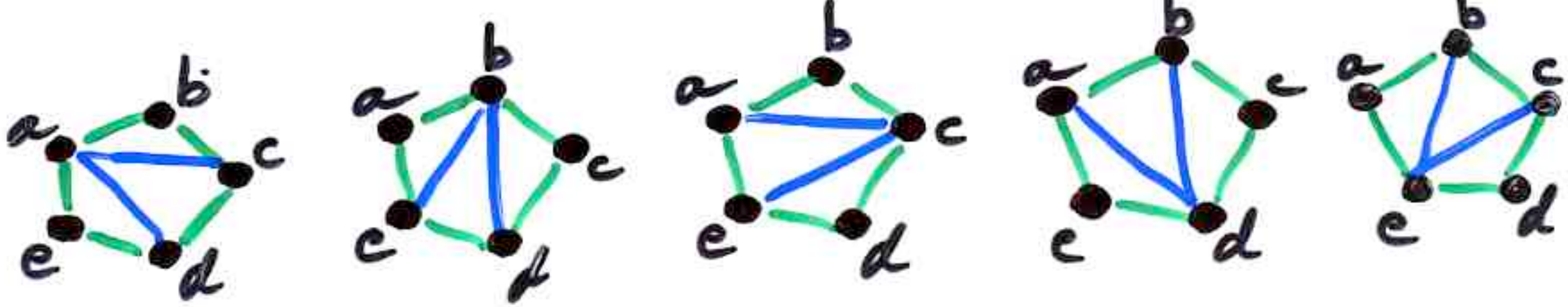
Berlín, 4 de Septiembre de 1751

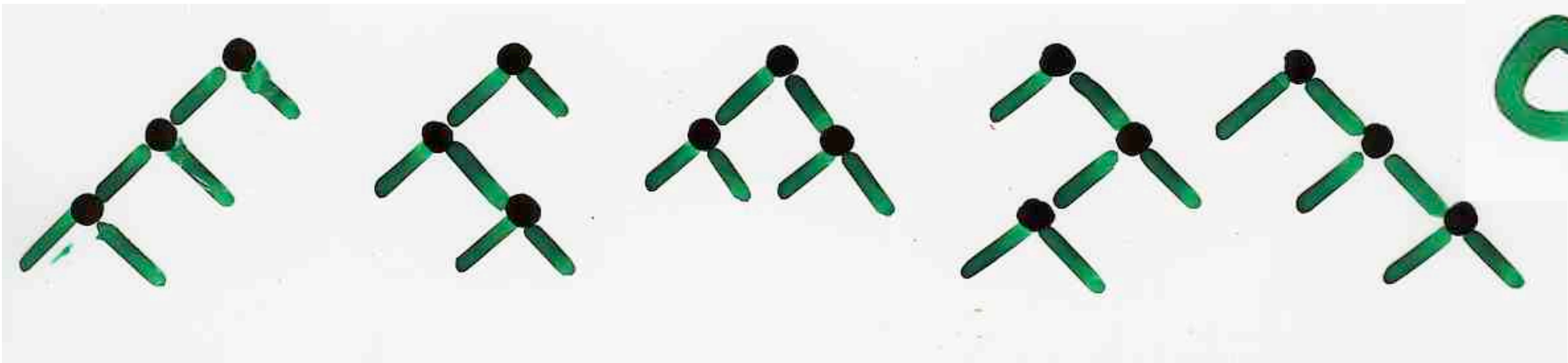
Leonhard
Euler
1707 - 1783


4000 BASEL
e-k+f=2
Leonhard Euler
1707-1783
AUSGABETAG 6. MÄRZ 2007
LEONHARD EULER
1707–1783
130
HELVETIA
300
300. Geburtstag
300ème anniversaire
300° anniversario
300th anniversary



7
6
8
5
9
4
10
3
11
2
0
1





$$C_3 = 5$$

$$\frac{1-2a-\sqrt{1-4a}}{2a^2}$$

$$1+2a+5a^2+14a^3+42a^4+132a^5+\text{etc}$$

$$1+2a+5a^2+14a^3+42a^4+132a^5+\text{etc} = \frac{1-2a-\sqrt{(1-4a)}}{2aa}$$

$$a=\tfrac{1}{4} \qquad 1+\frac{2}{4}+\frac{5}{4^2}+\frac{14}{4^3}+\frac{42}{4^4}+\text{etc} = 4.$$

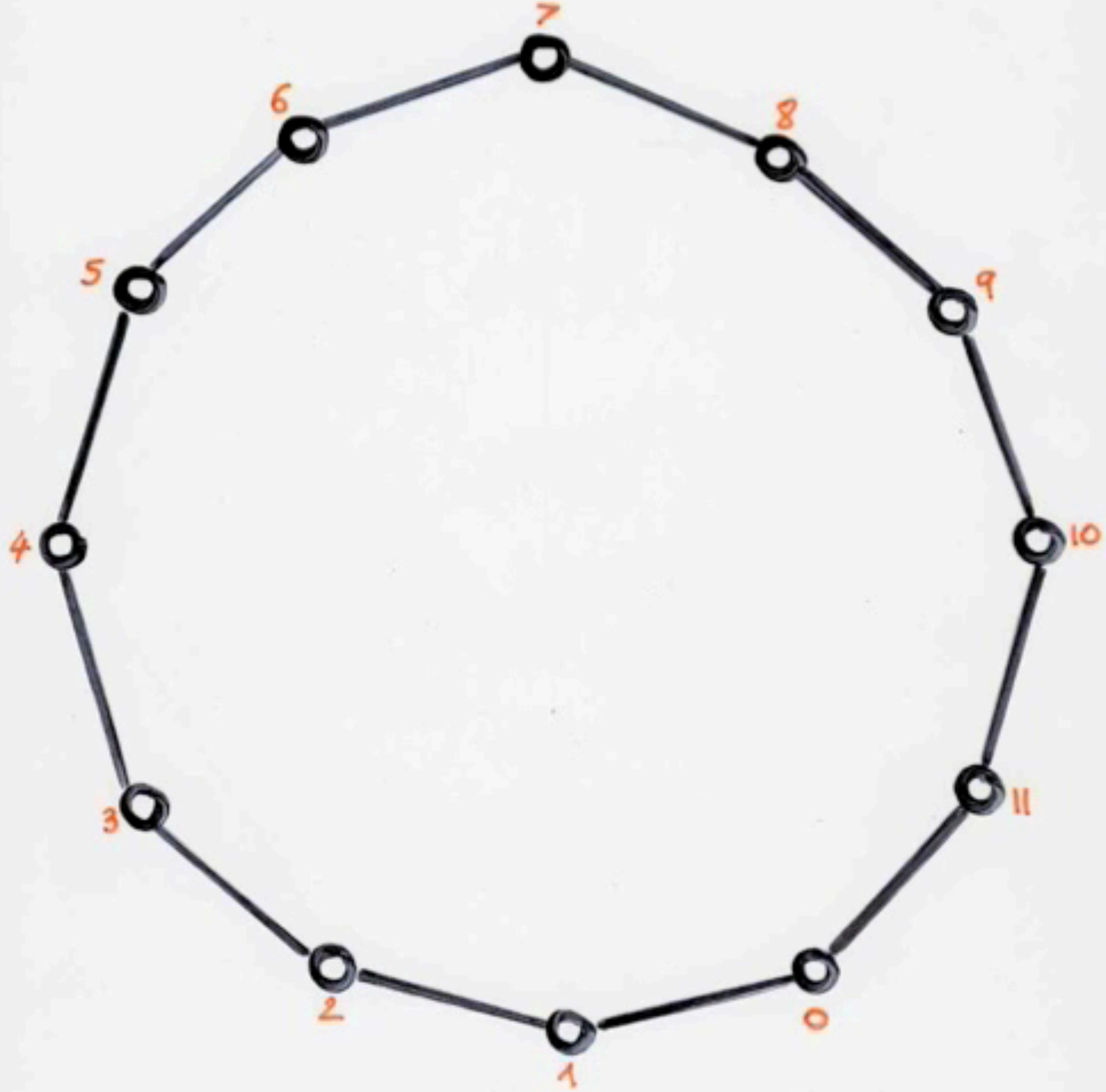
1751.

4 Sept 1751
Berlin

L. Euler

bijección

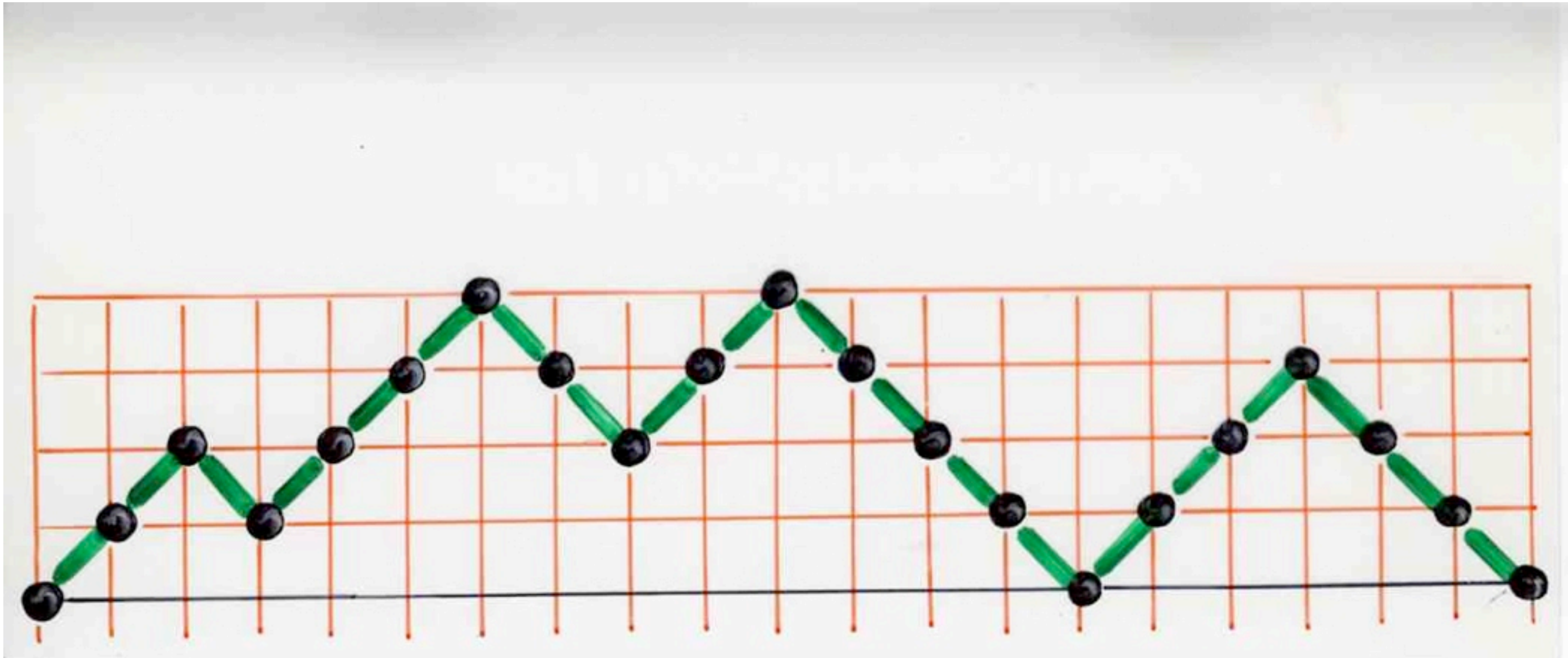
De las Triangulaciones
a los árboles binarios


7
6
8
5
9
4
10
3
11
2
0
1

¿Cómo demostrar la relación existente entre la distribución de los números de Strahler y los polinomios de Tchebychef?

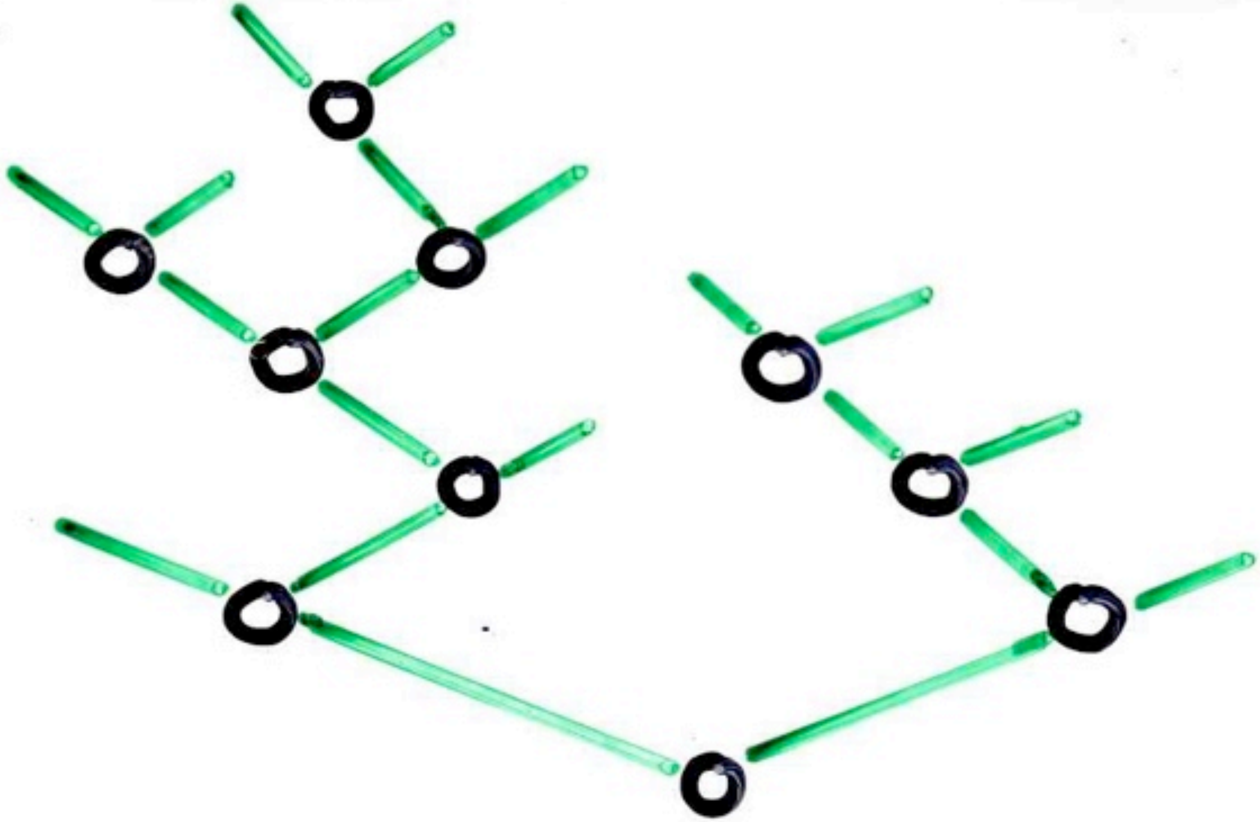
$$S_k(t) = \sum_{k \geq 0} S_{n,k} \, t^n$$

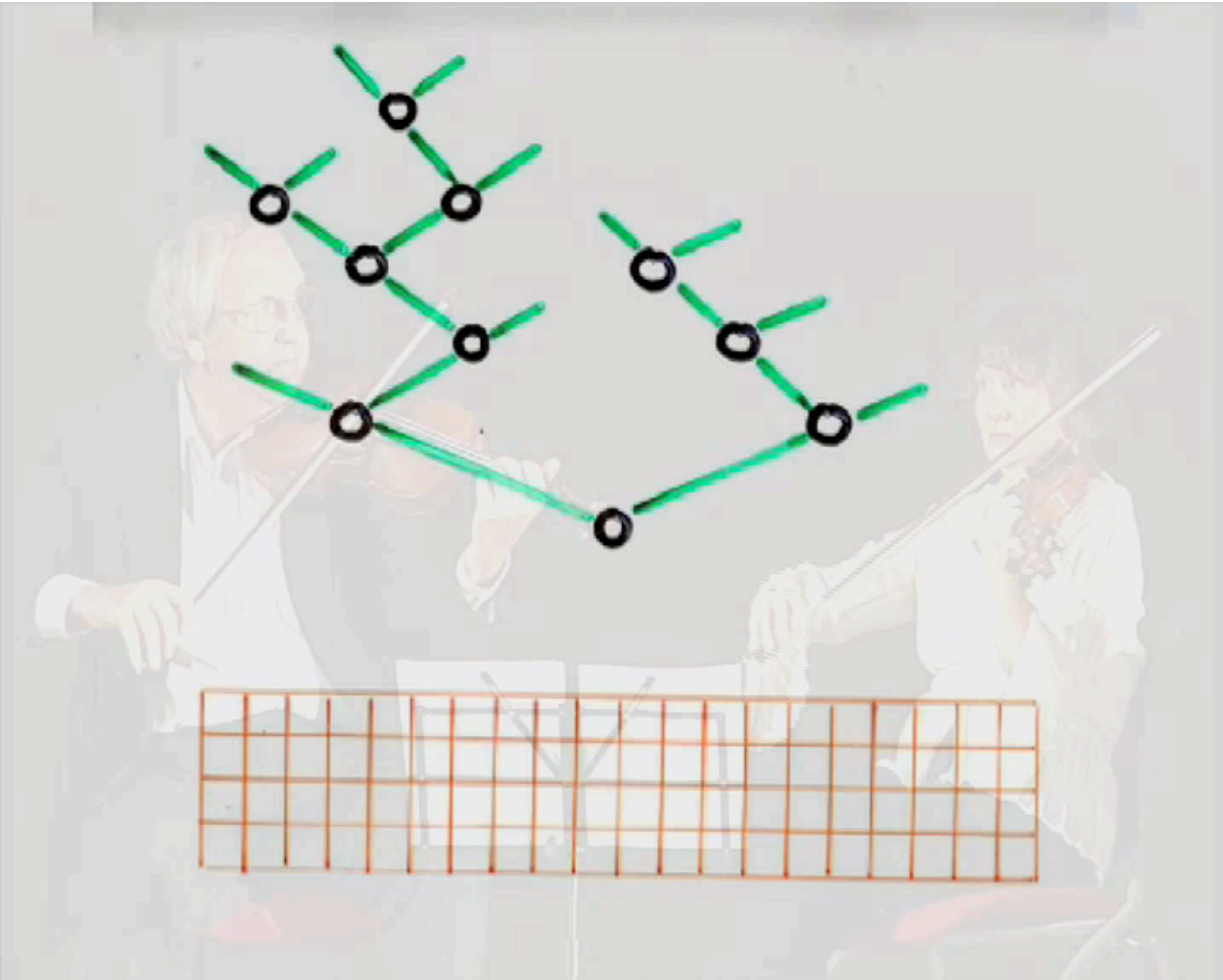
$$\sin(n+1)\theta = (\sin\theta)\, U_n(\cos\theta)$$

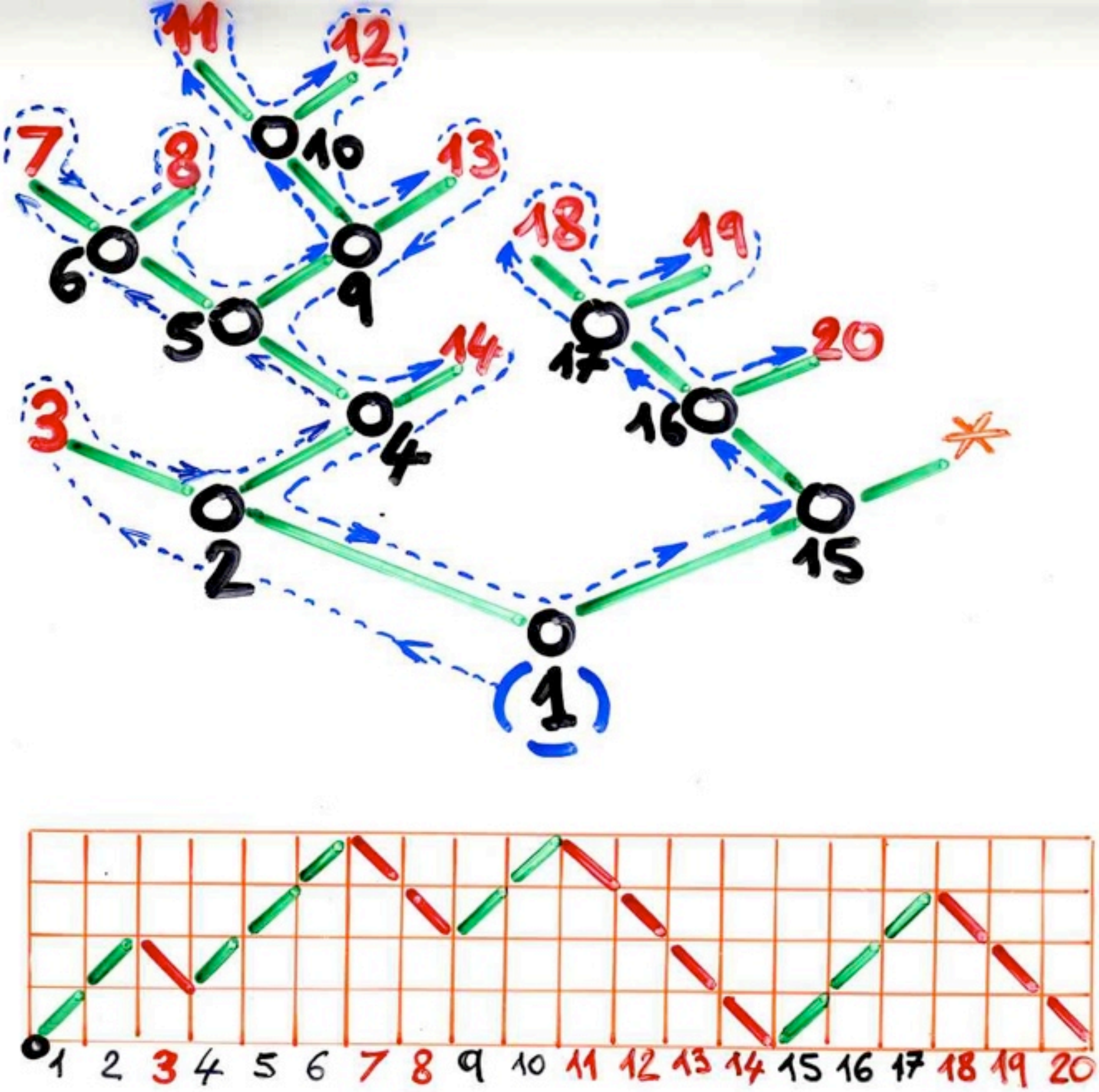


Camino de Dyck

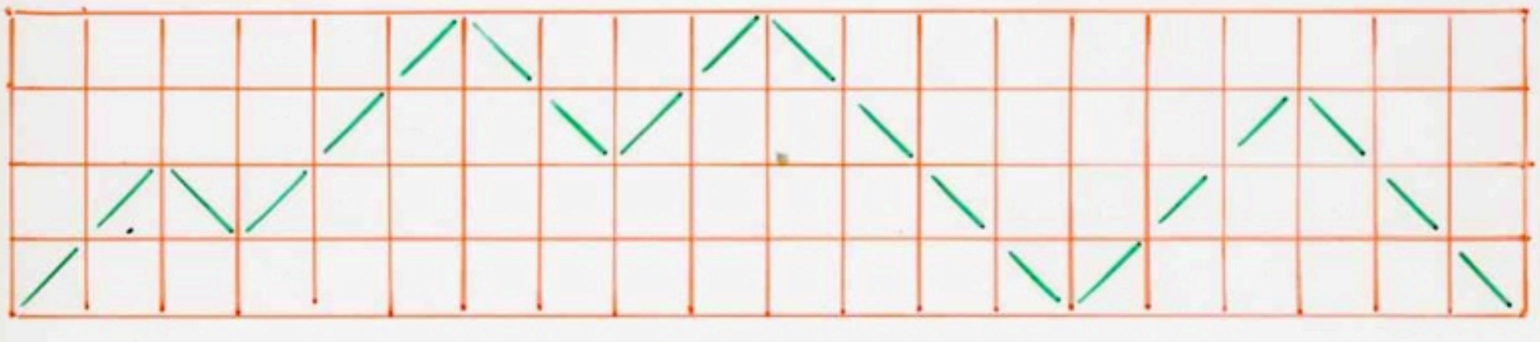
De los árboles binarios........
a los caminos de Dyck

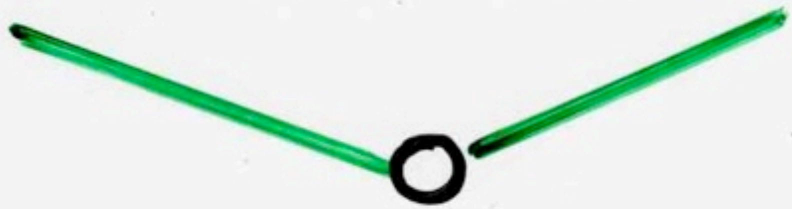


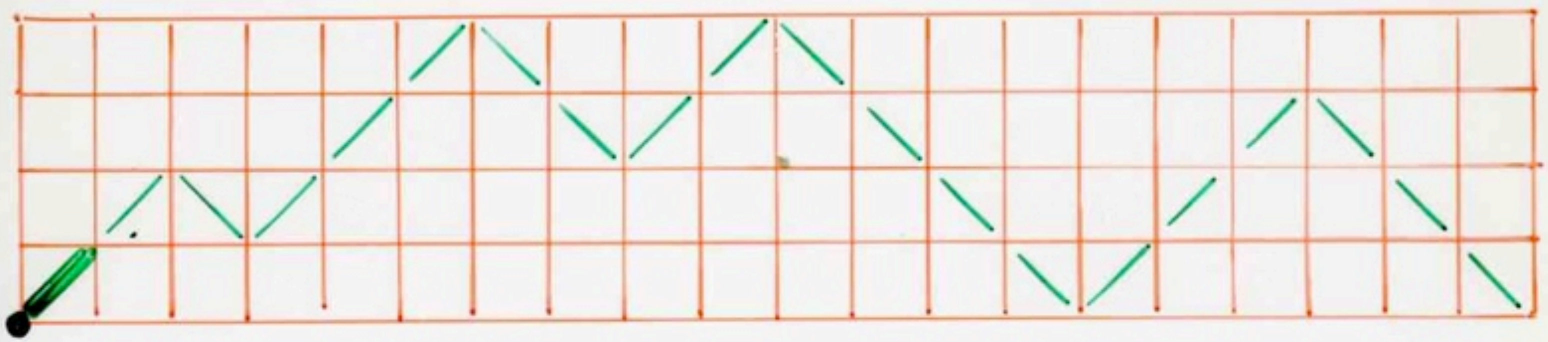


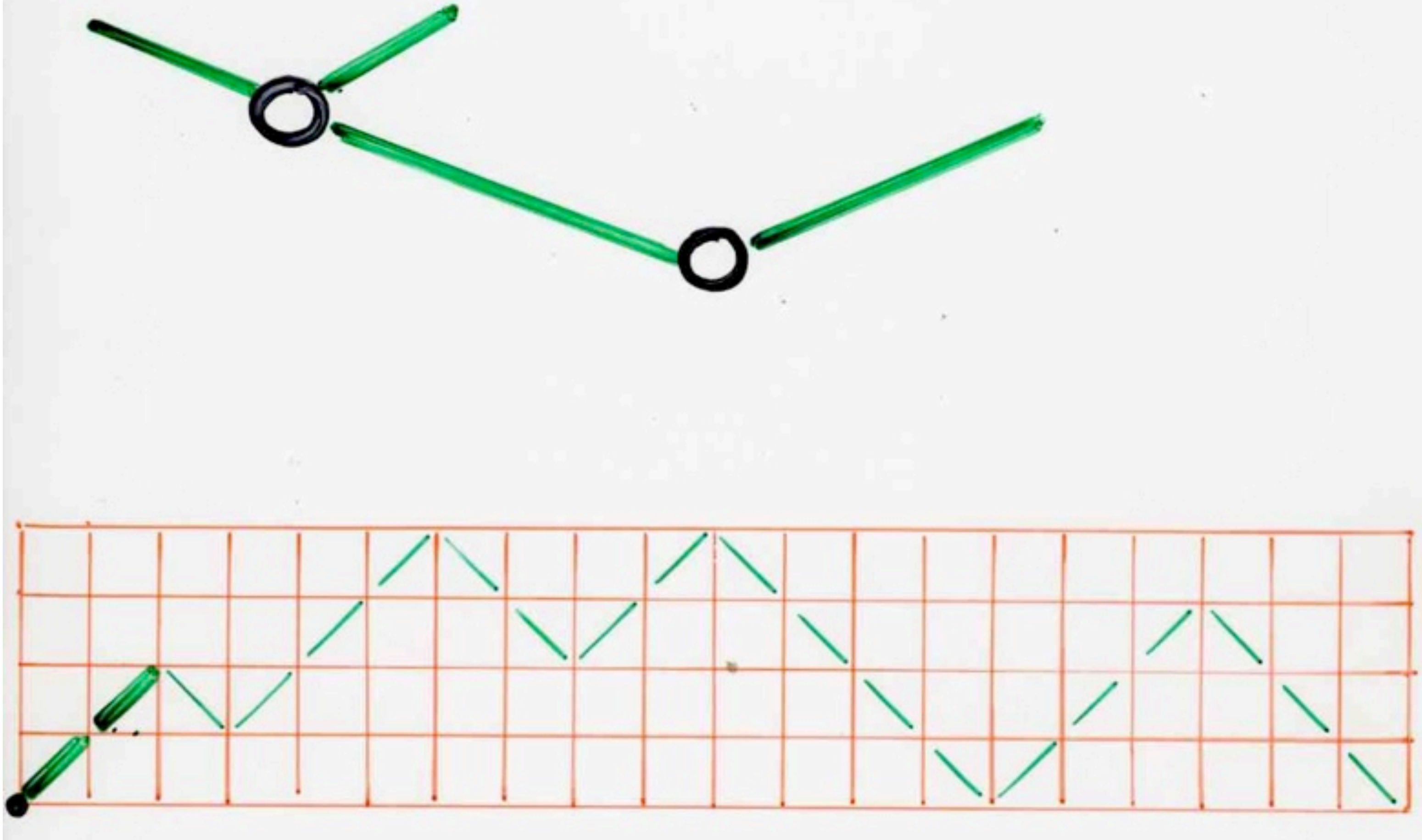

11
12
10
7
8
13
6
9
5
18
19
17
20
14
3
4
16
15
2
1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

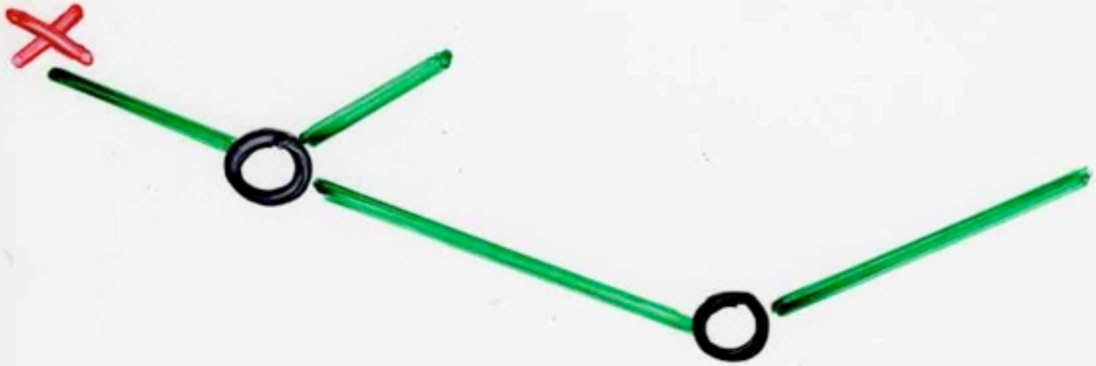
bijección inversa

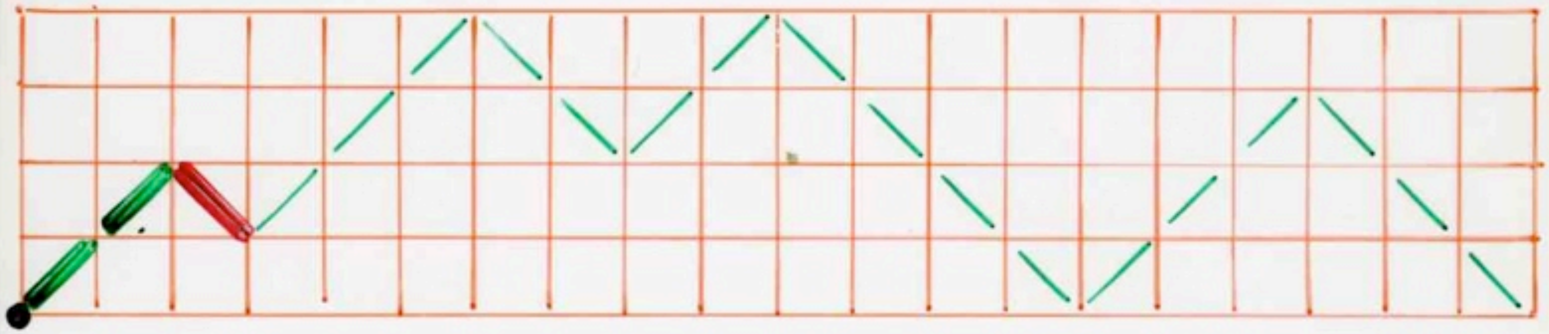


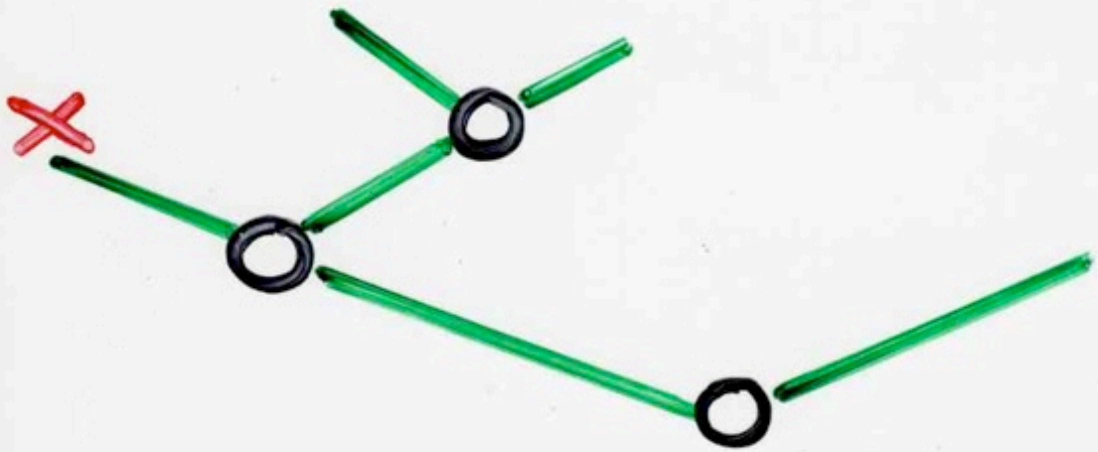


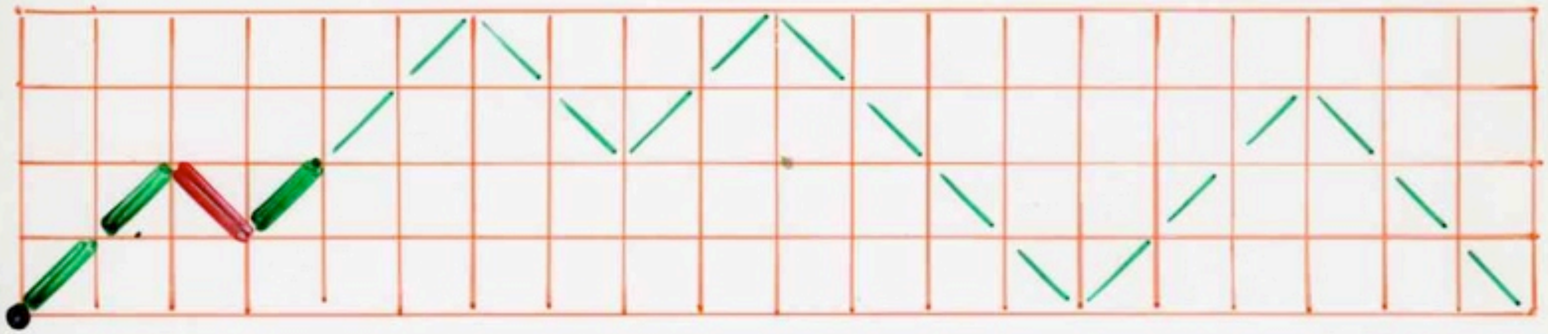


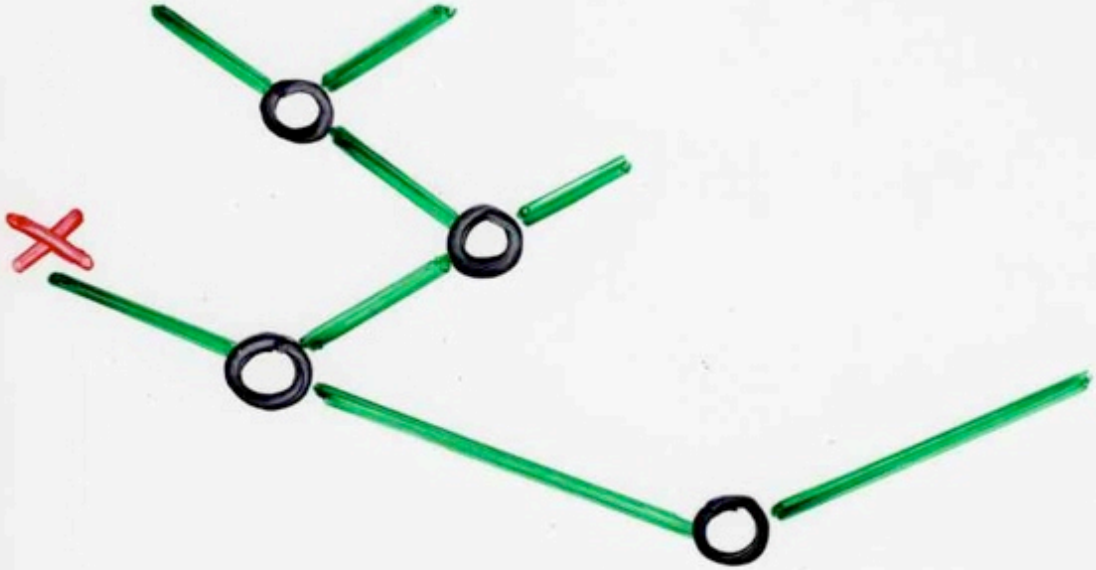


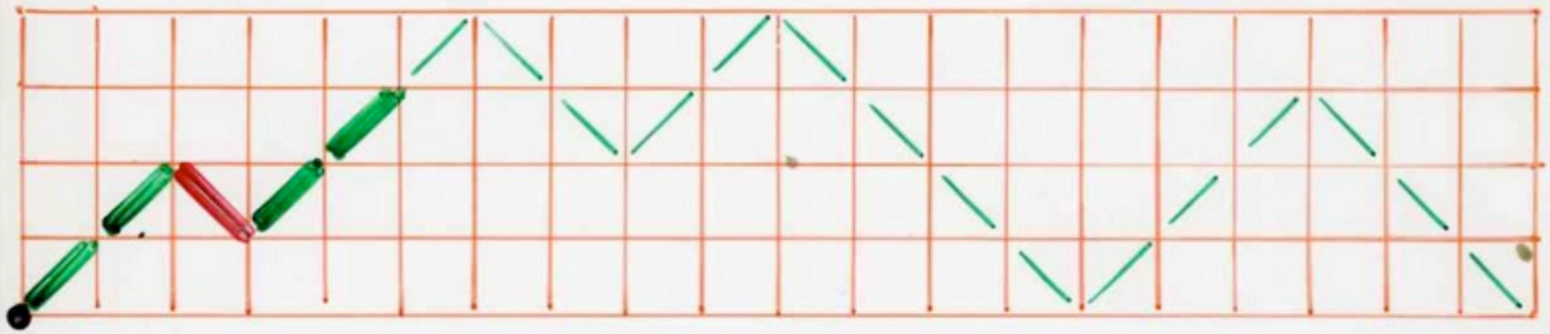


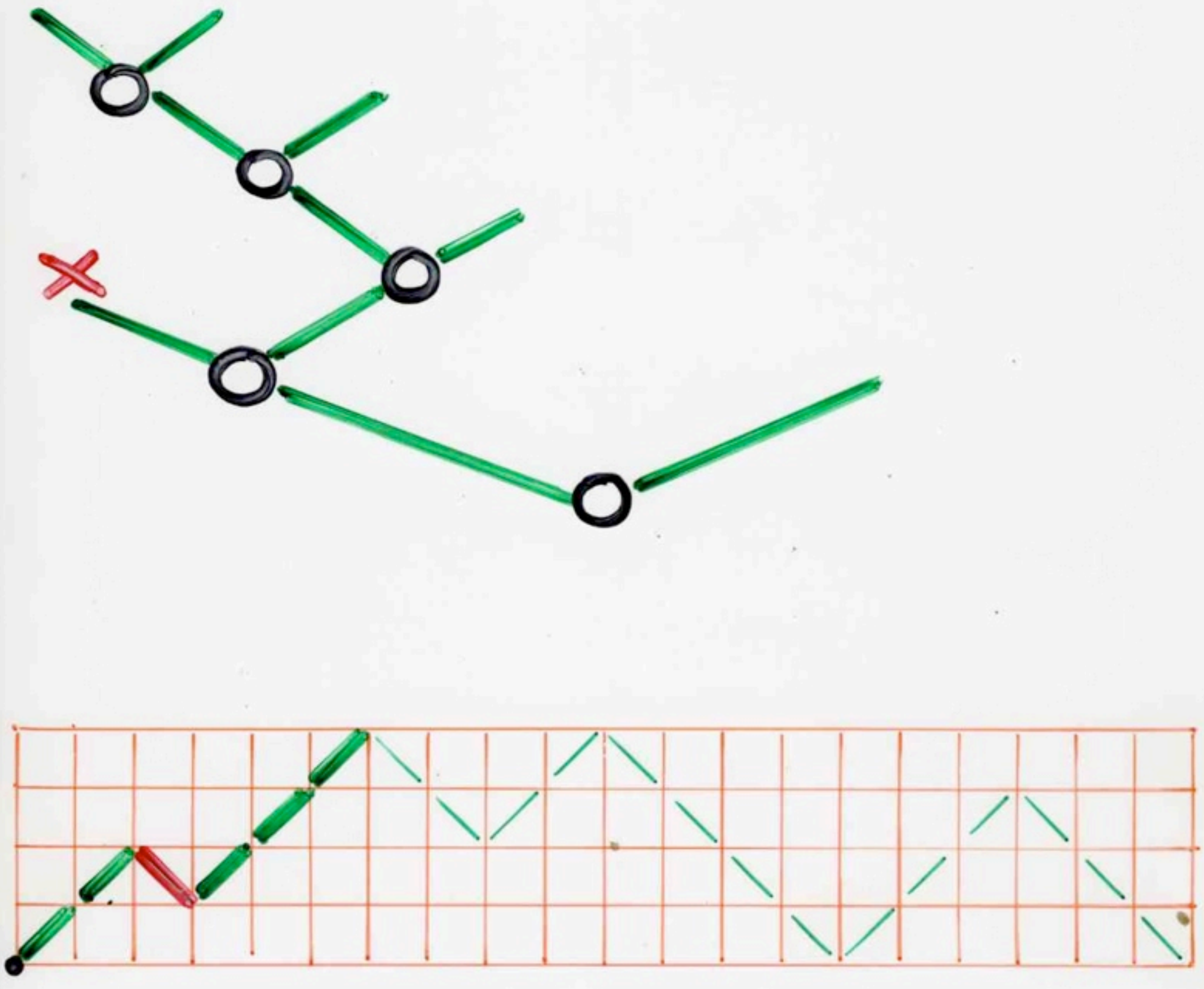


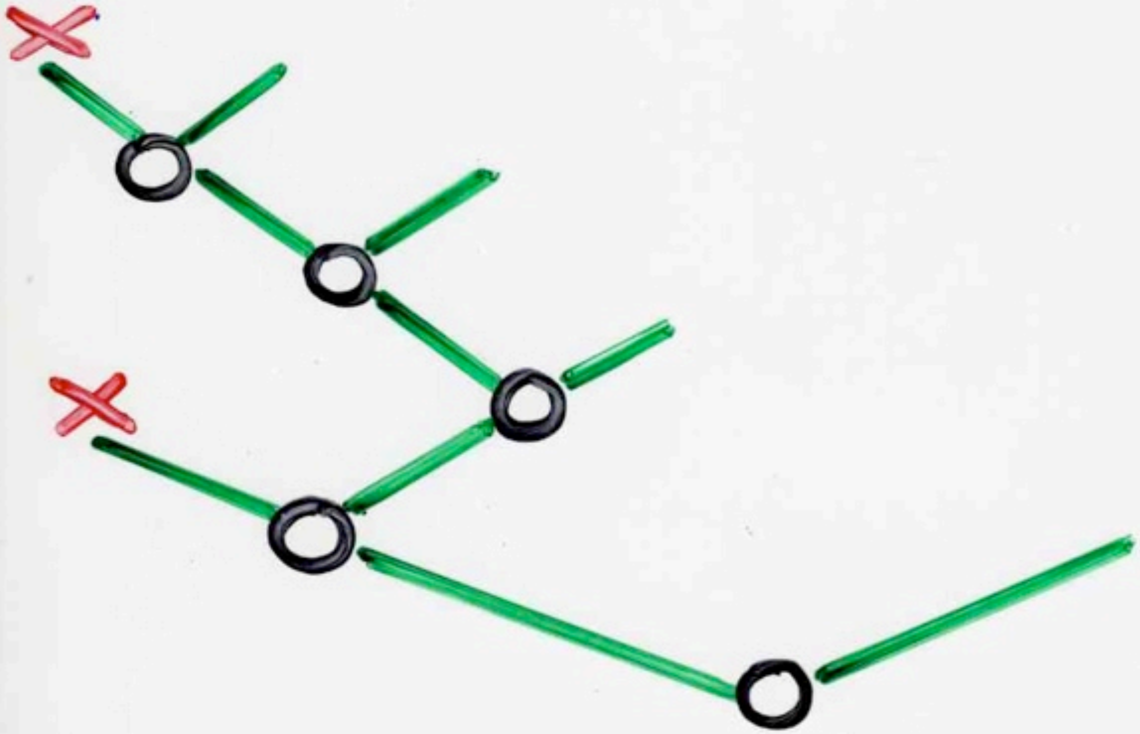


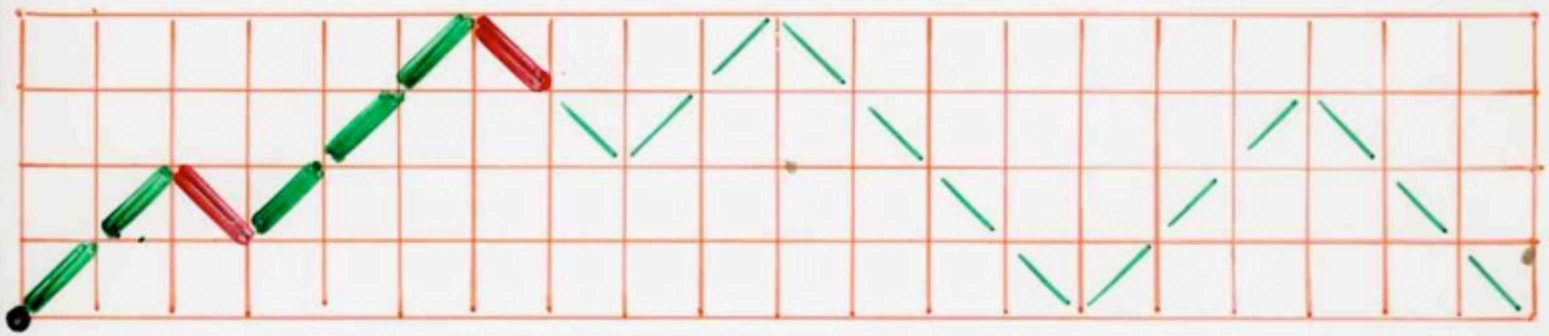


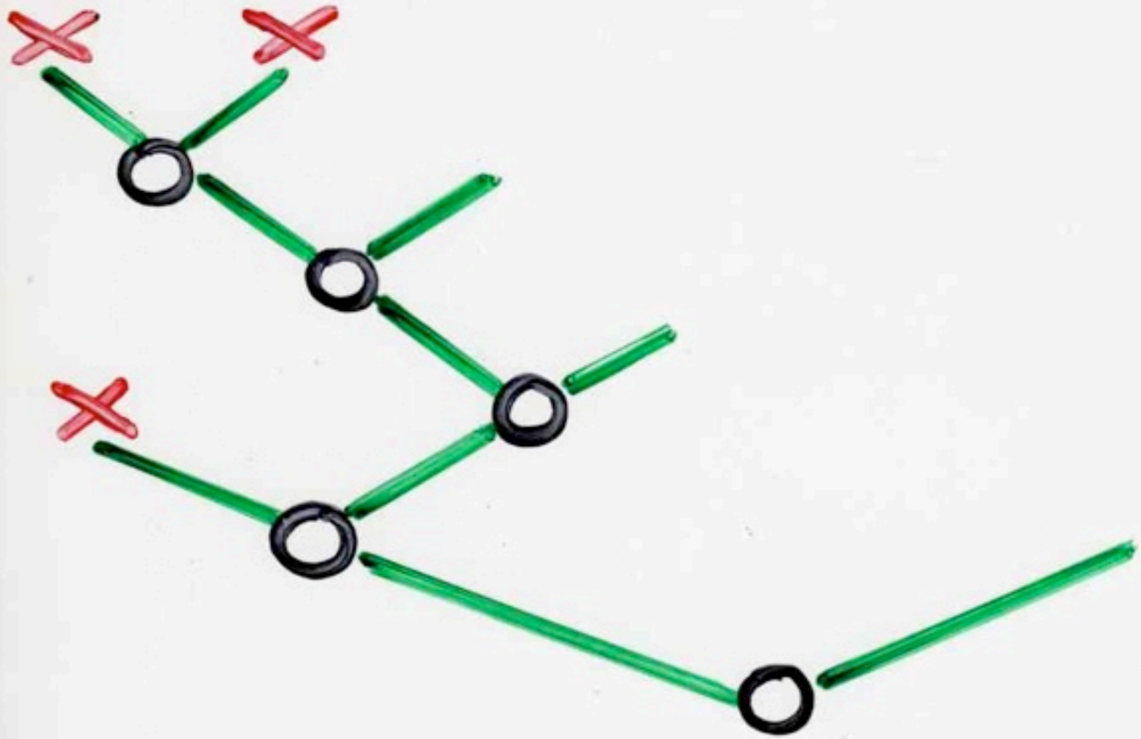


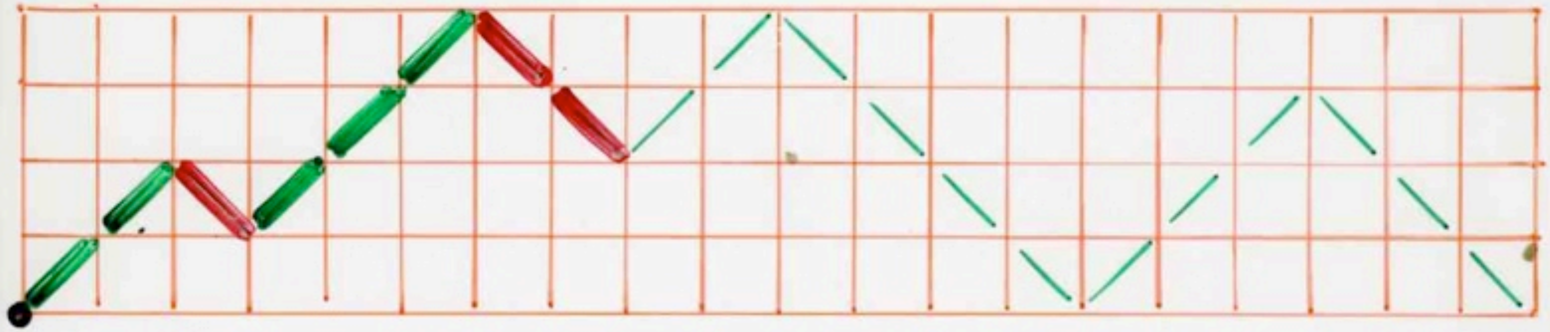


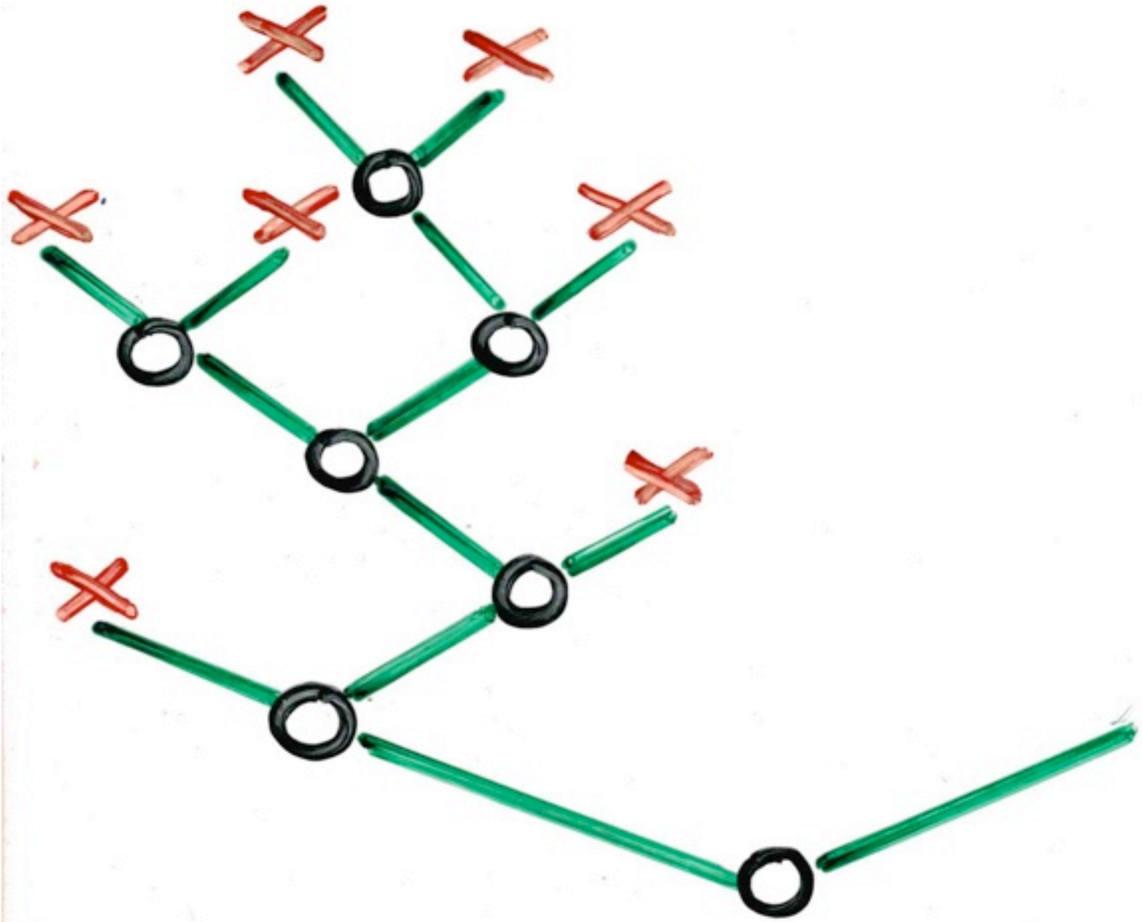


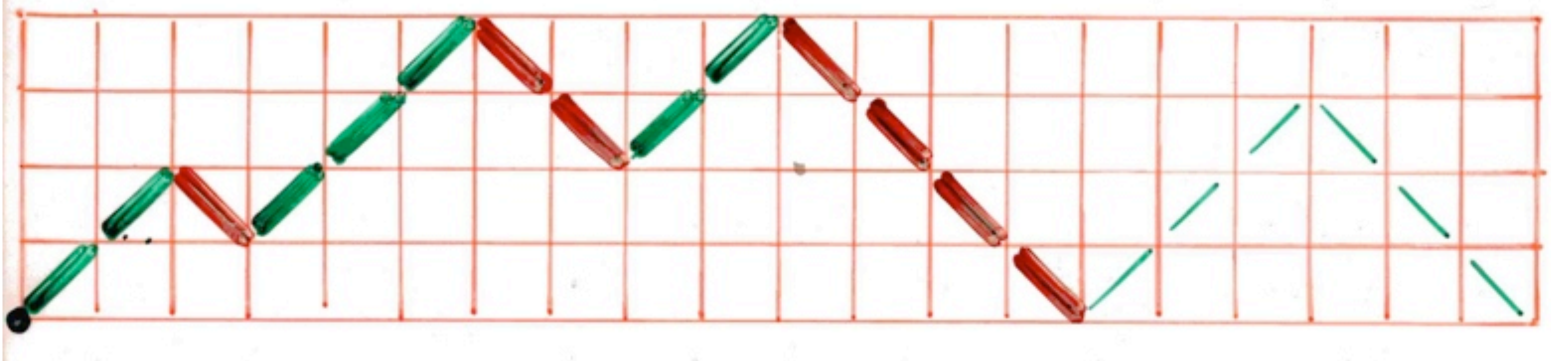


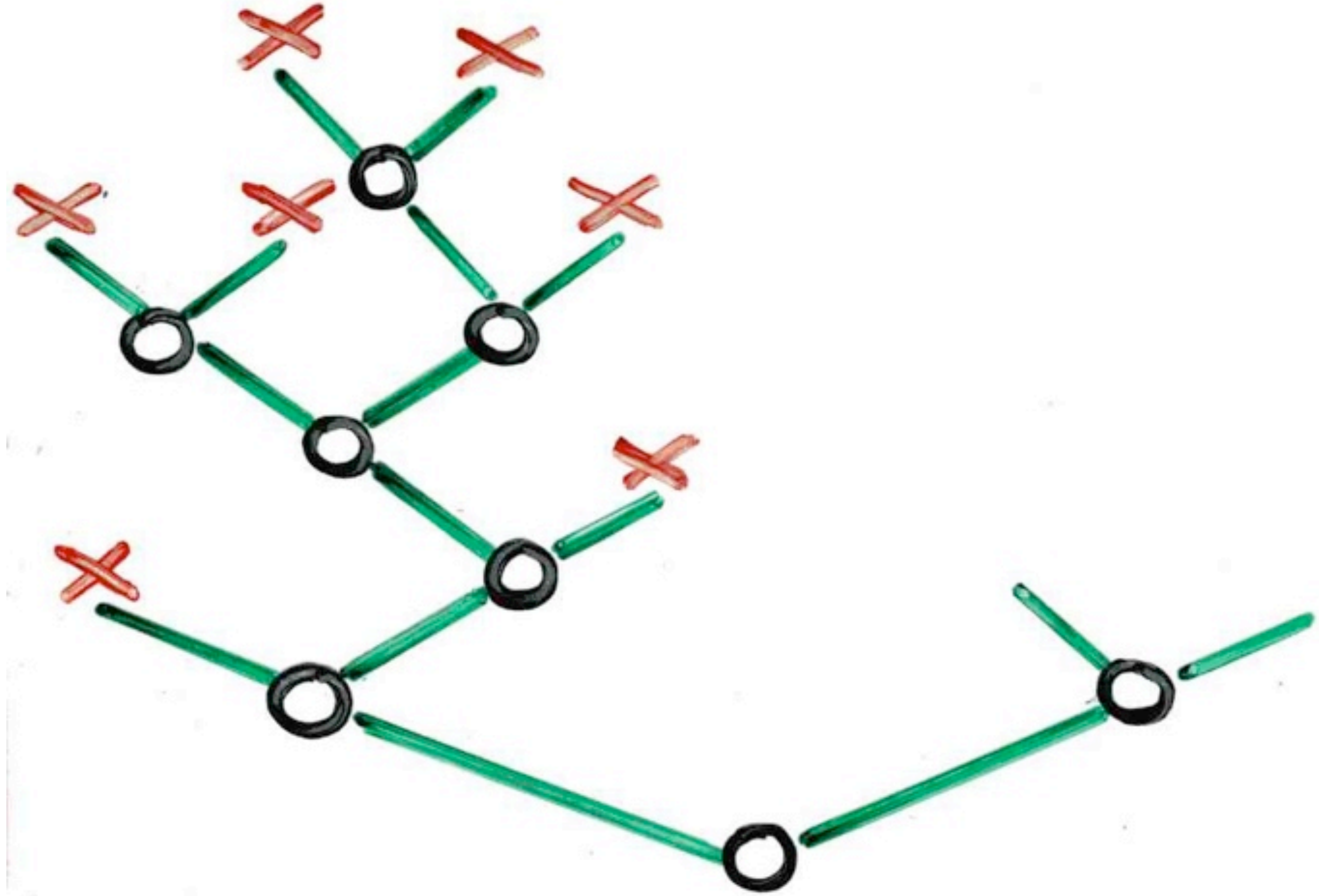


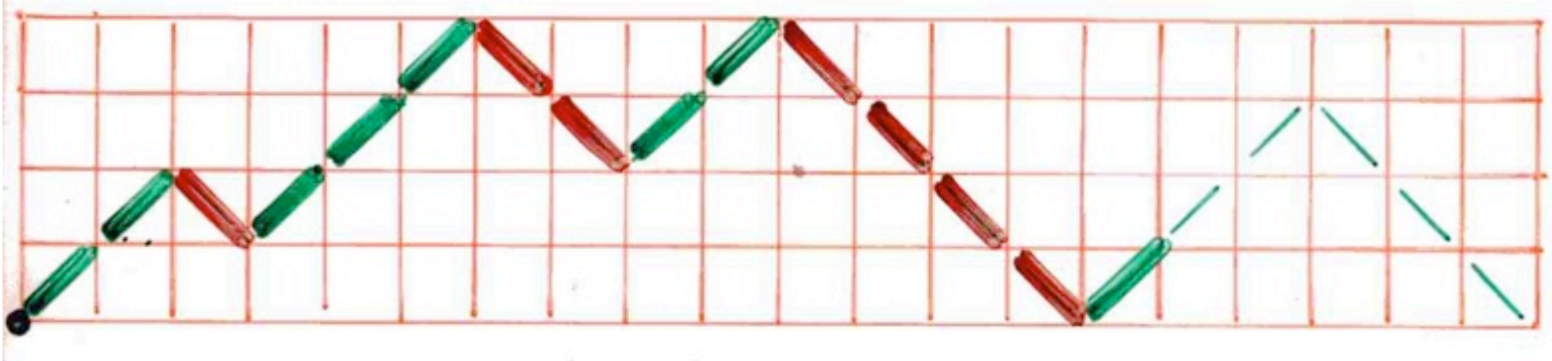


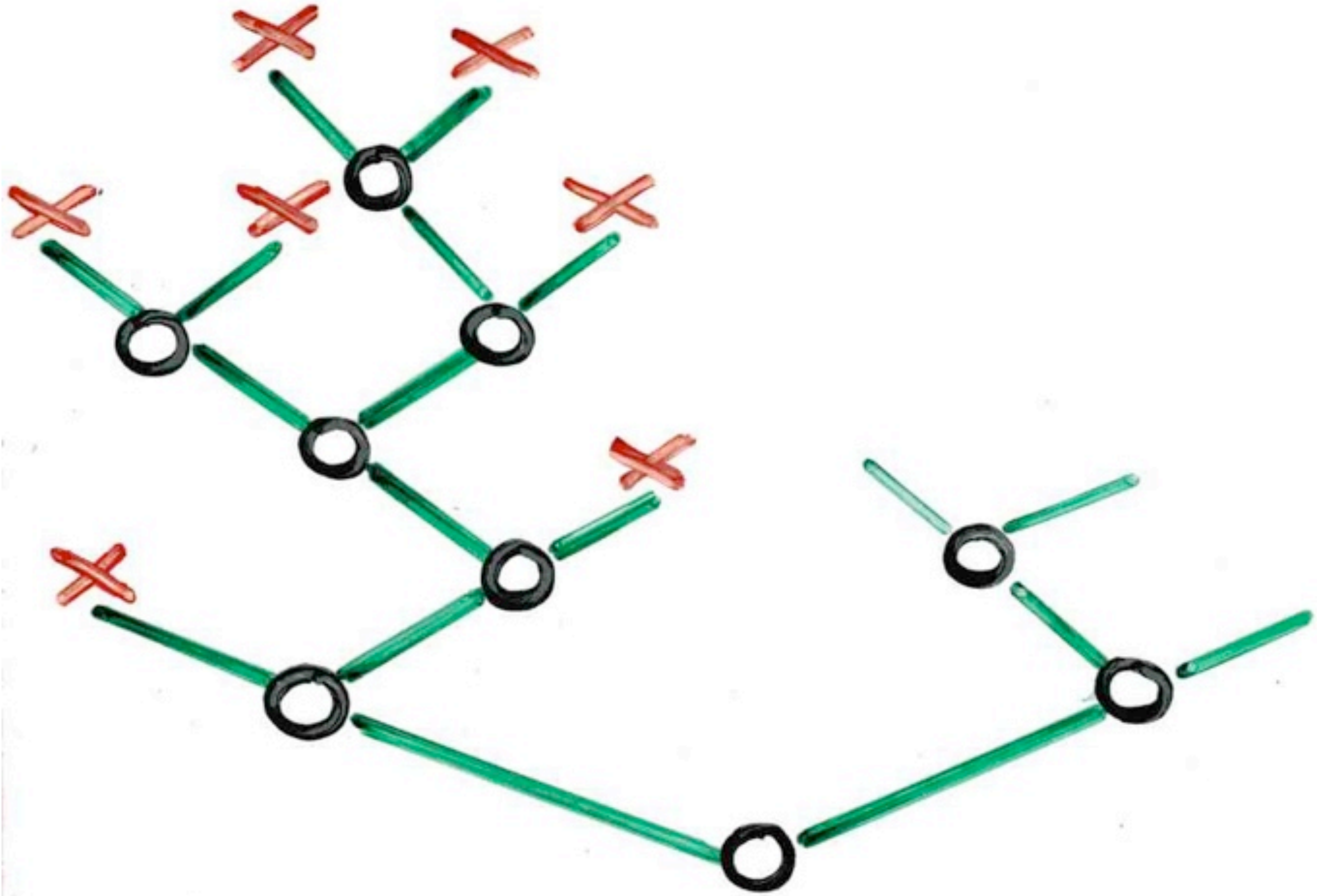


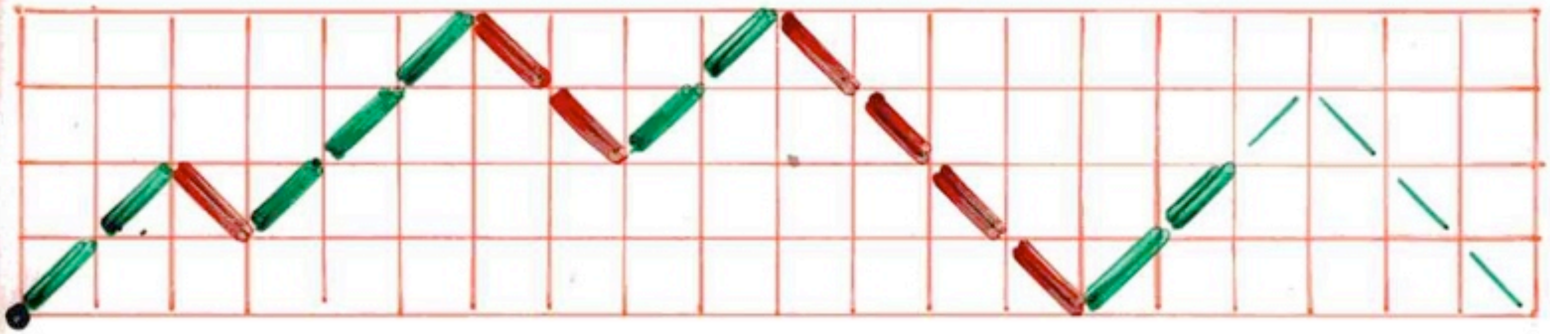


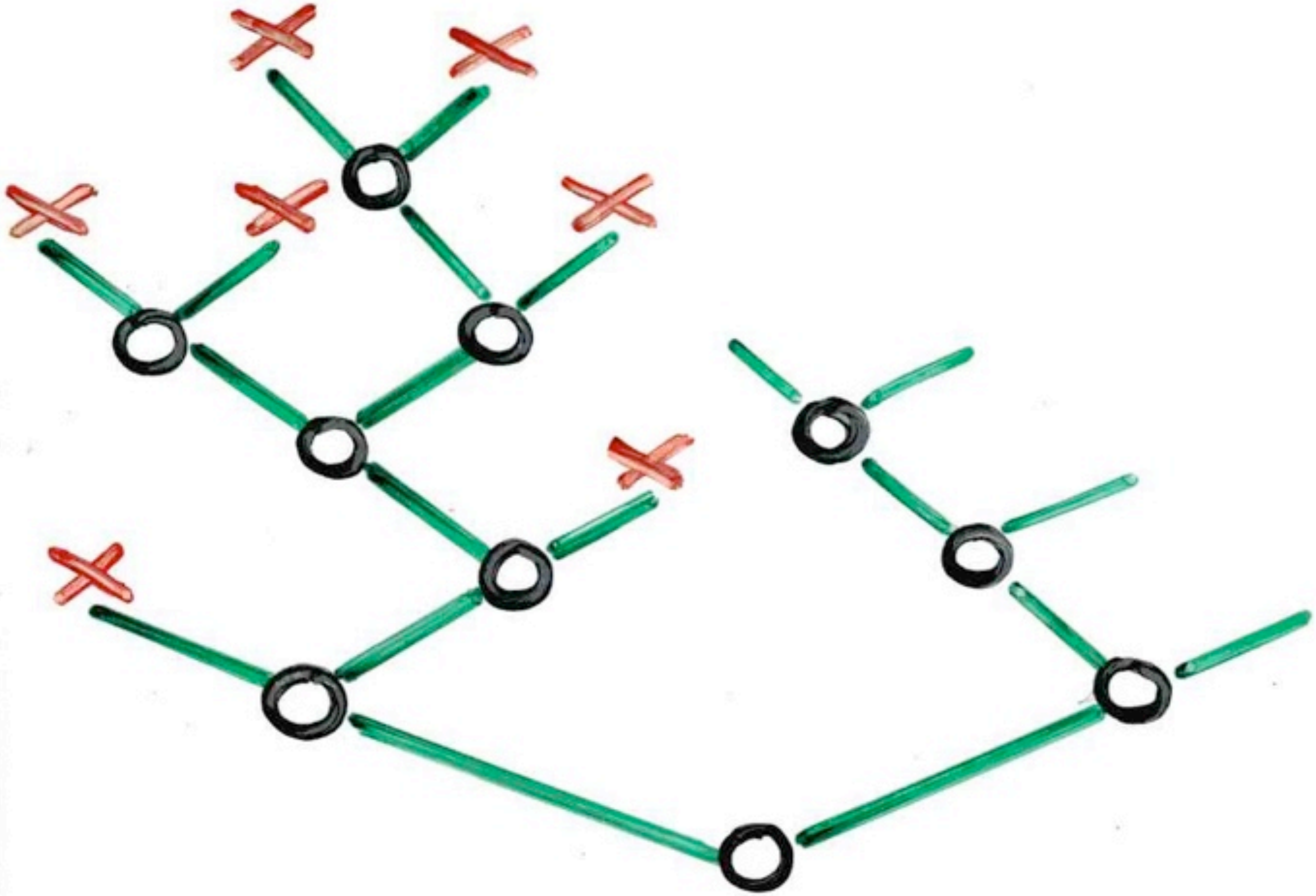


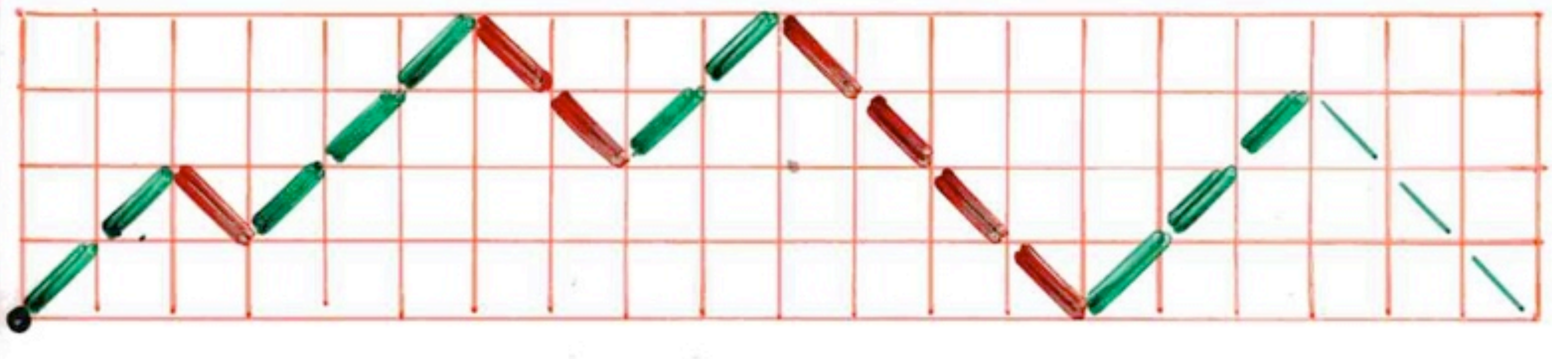


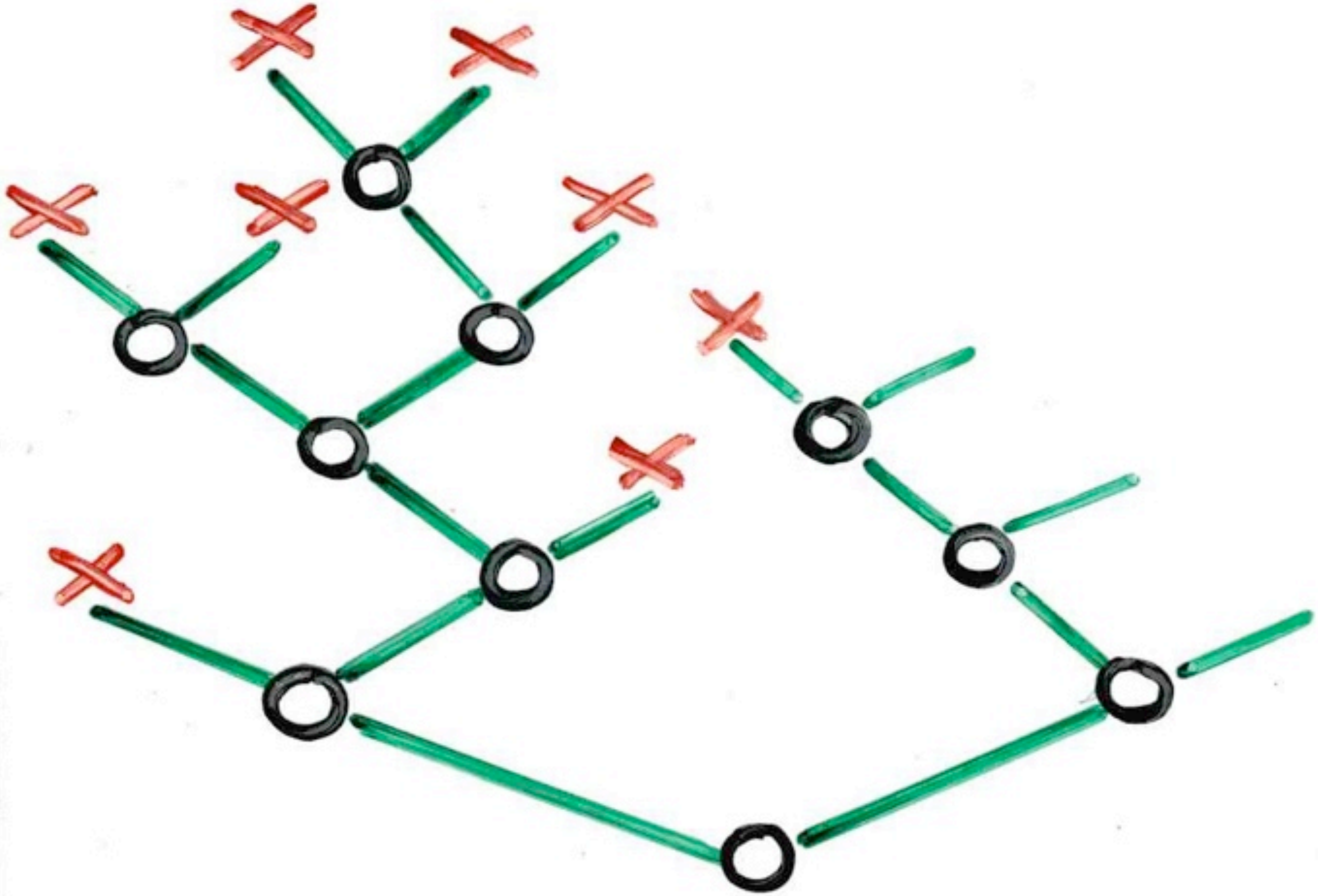


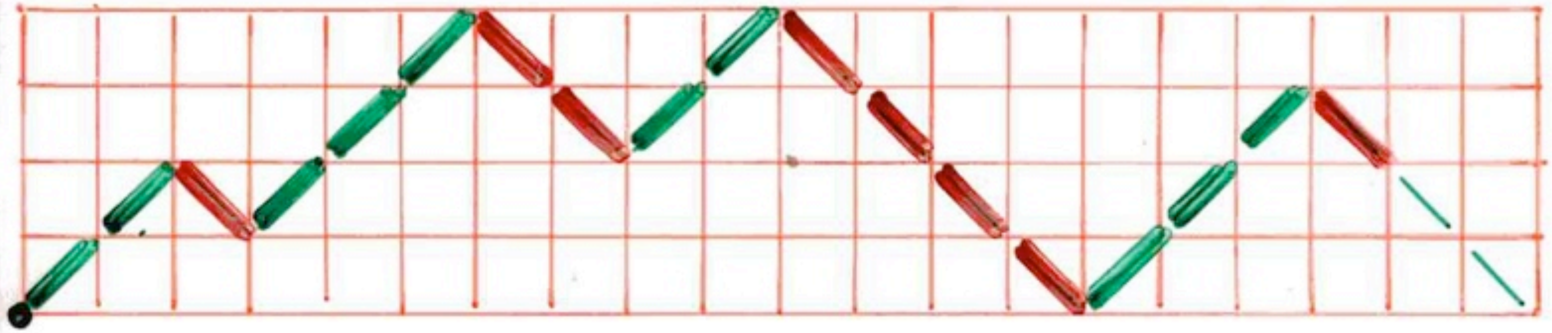


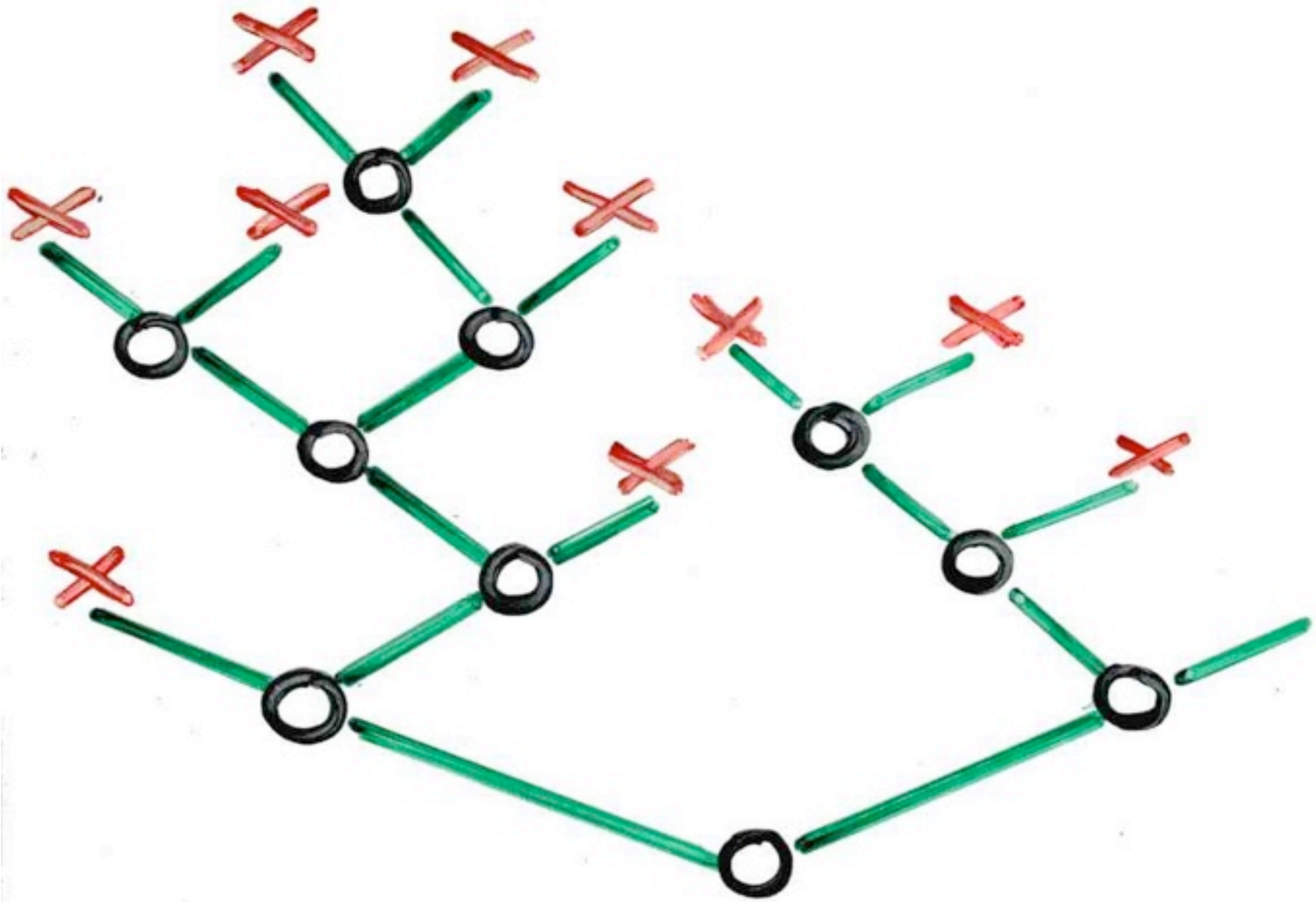


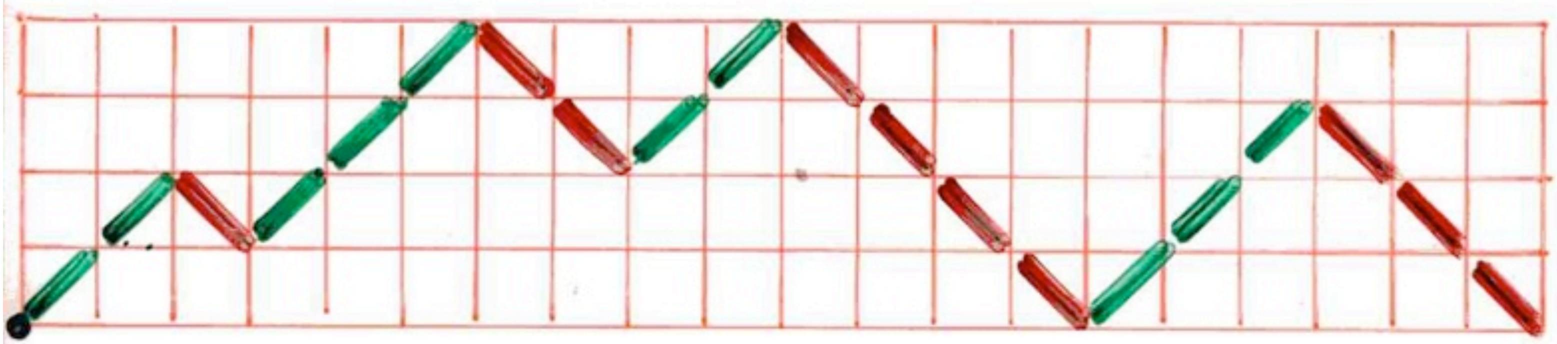


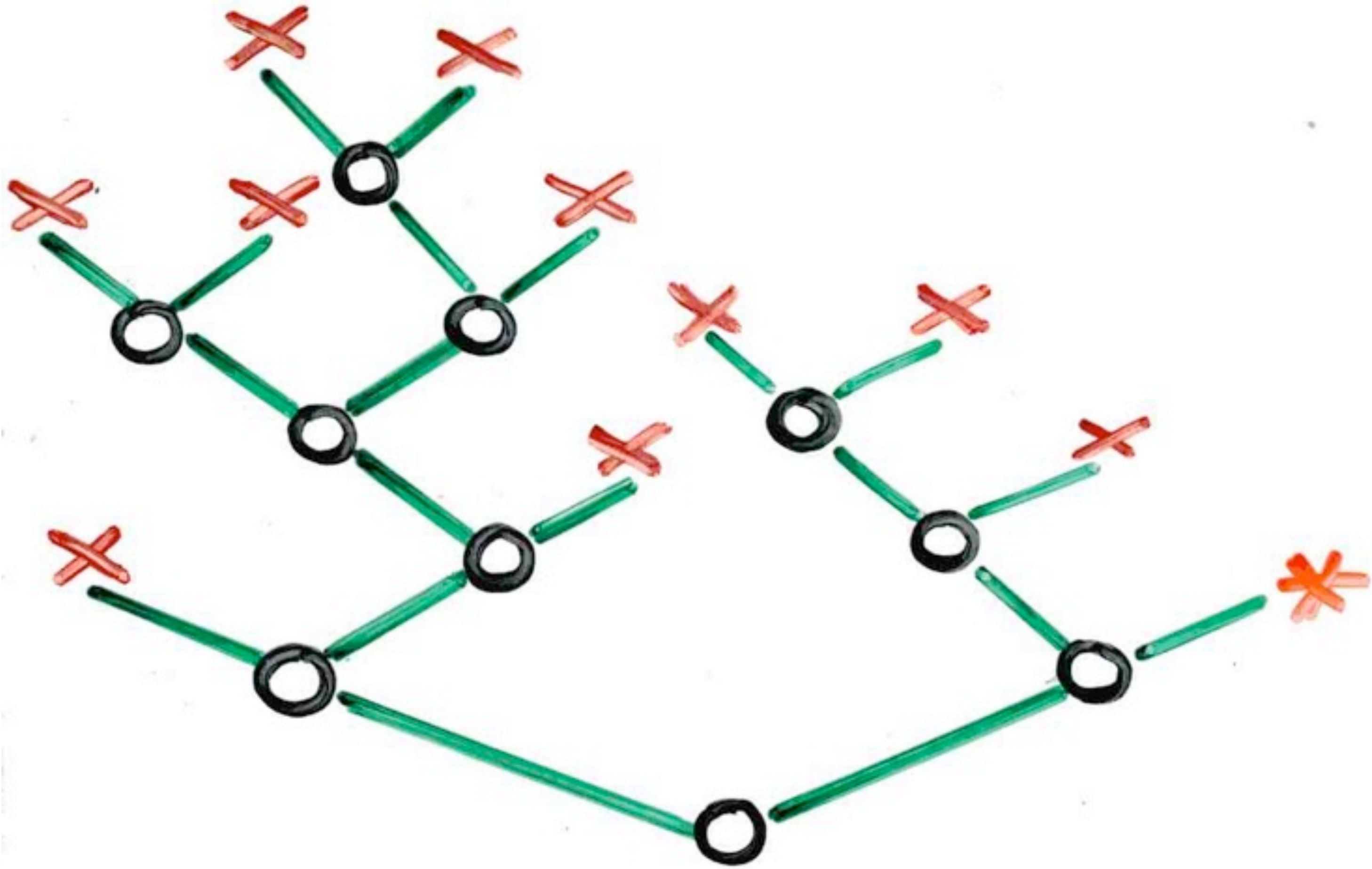


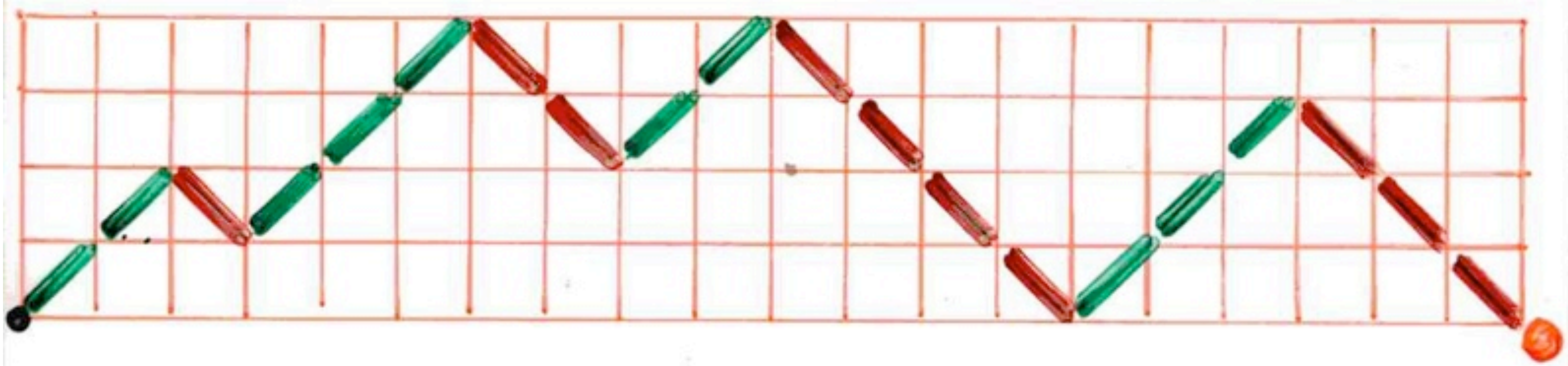










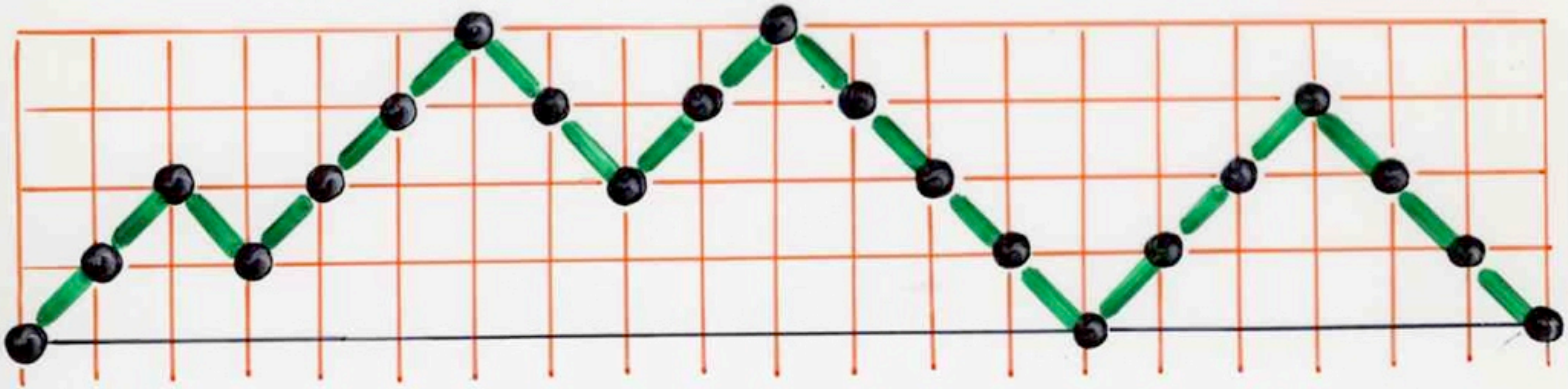



El majestuoso Nogal
Marcia Pig Lagos
autora

Altura logarítmica

chemin de Dyck w

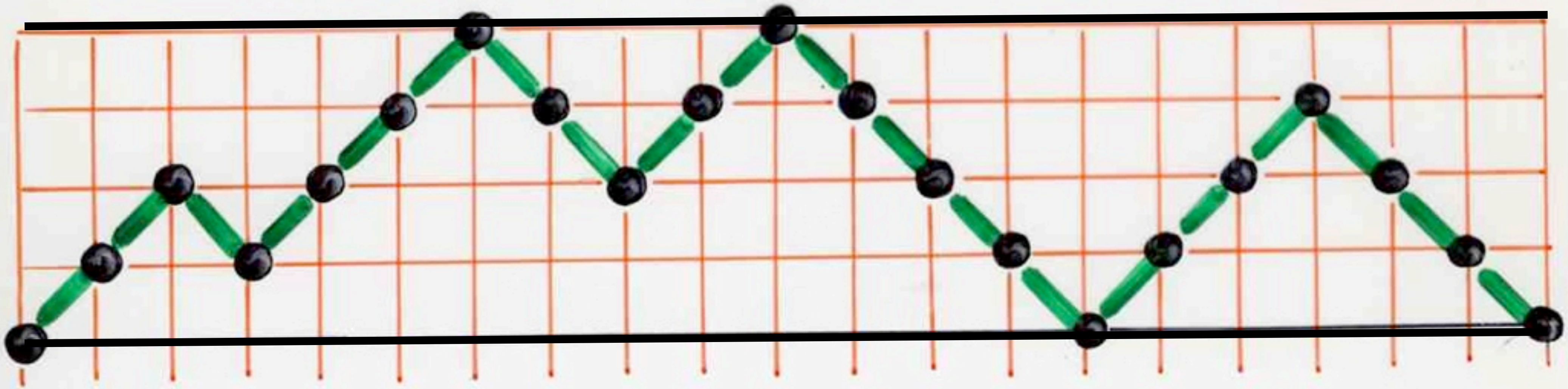
Camino de Dyck



chemin de Dyck w

hauteur $h(w) = 4$ altura

Camino de Dyck



chemin de Dyck w

Camino de Dyck

hauteur $h(w)$ $= 4$ altura

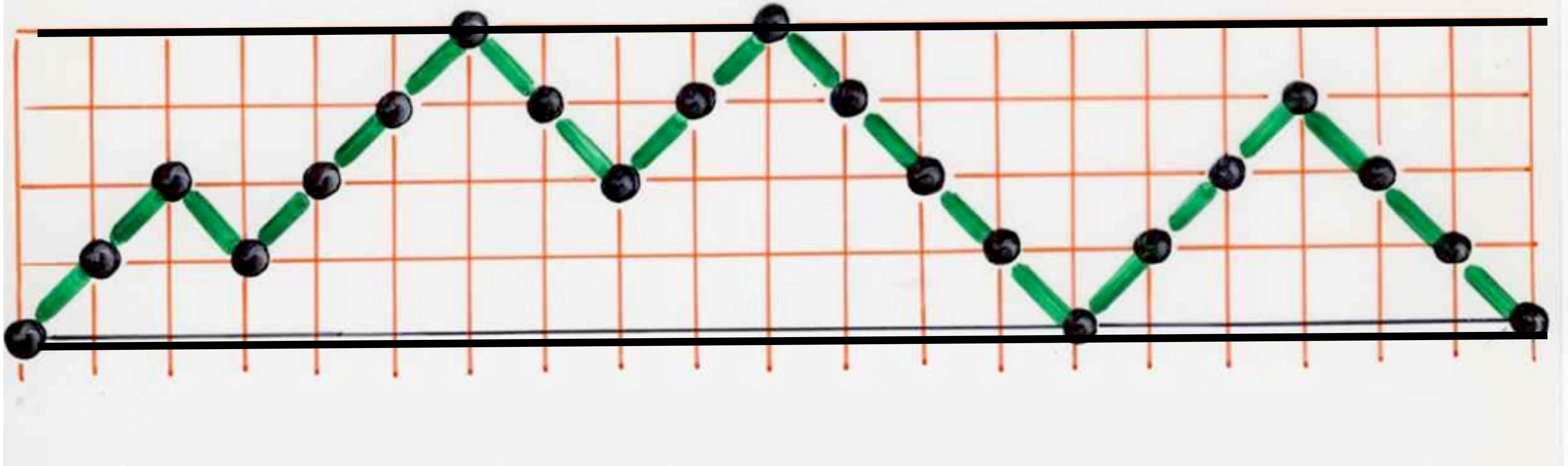
hauteur logarithmique $lh(w)$

$$= \lfloor \log_2(1 + h(w)) \rfloor$$

$\lfloor \ \rfloor$ partie entière

altura logaritmica

el entero



árbol binario

Camino de Dyck

arbres binaires B ayant n sommets

nb de Strahler

$St(B) = k$

$\longleftrightarrow$

Françon (1984)

chemins de Dyck w de longueur $2n$

hauteur log.

$lh(w) = k$

même distribution !

¡misma distribución!

Nombre de Strahler

moyen

parmi tous les arbres binaires
ayant n sommets

$$St_n = \log_4 n + f(\log_4 n) + o(1)$$

Flajolet, Raoult, Vuillemin (1979)
Kemp (1979)

f fonction périodique

función periódica

¿cómo medir la forma de un árbol?
dar informaciones cuantitativas

matriz de ramificación,
un tablero (tabla) de números

un análisis matemático de la forma de las estructuras arborescentes

Bernard Gantner

ARBRES AUX CORBEAUX Musée du Louvre

¿cómo medir la forma de un árbol?

Quantifier la forme d'un arbre binaire ...

árbol frondoso

arbre touffu

effilé alargado

brousailleux desordenado

épineux espinoso

bien équilibré ....

bien equilibrado...

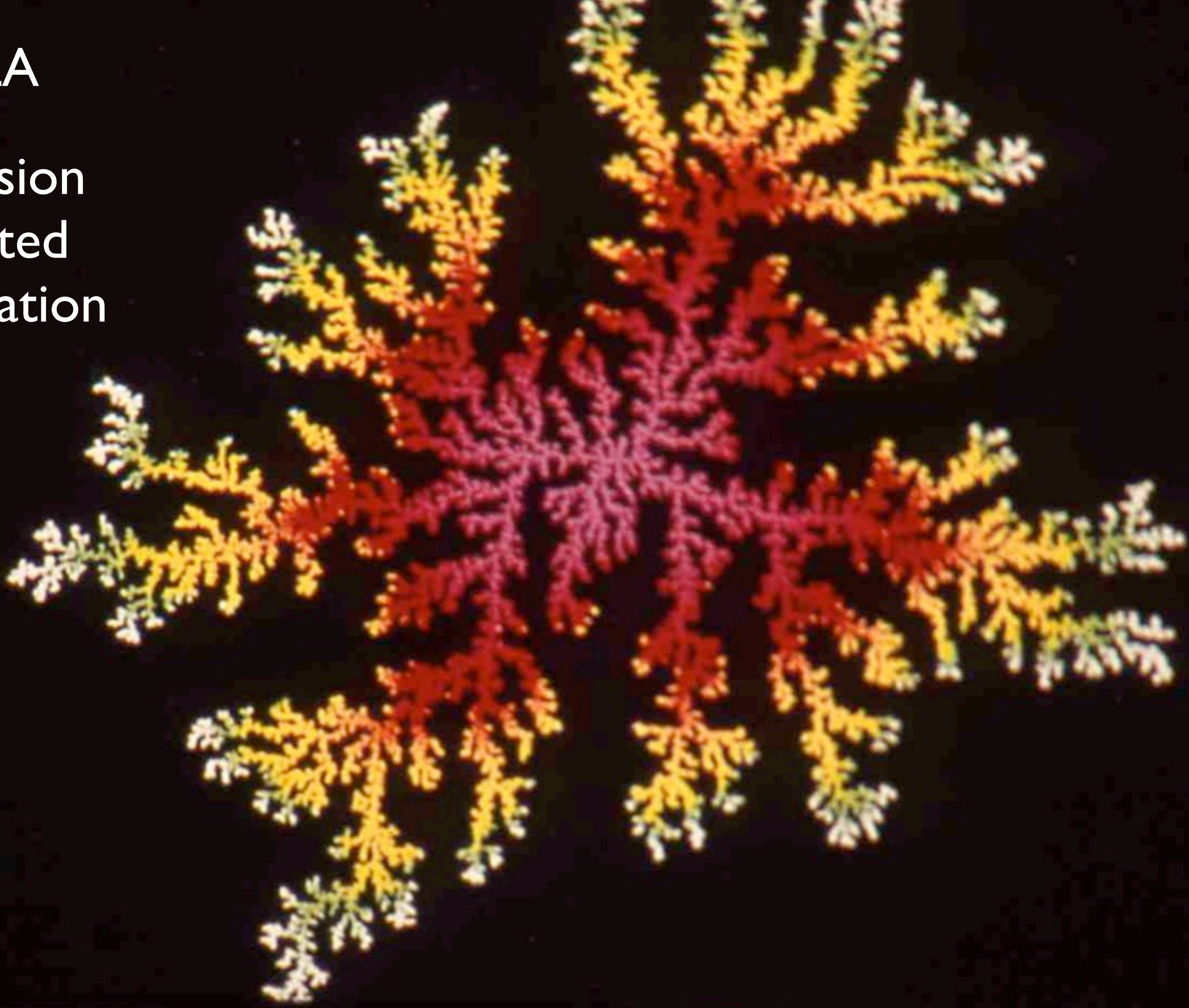
SAINT-EXUPÉRY

matriz de
ramificación
en física


Infiltración de aceite
entre dos placas

DLA

Diffusion
Limited
Agregation



P. Bakic, M. Albert, A. Maidment (2003)

Clasificación de galactogramas con matrices de ramificación

galactografía

digitales

mamografía

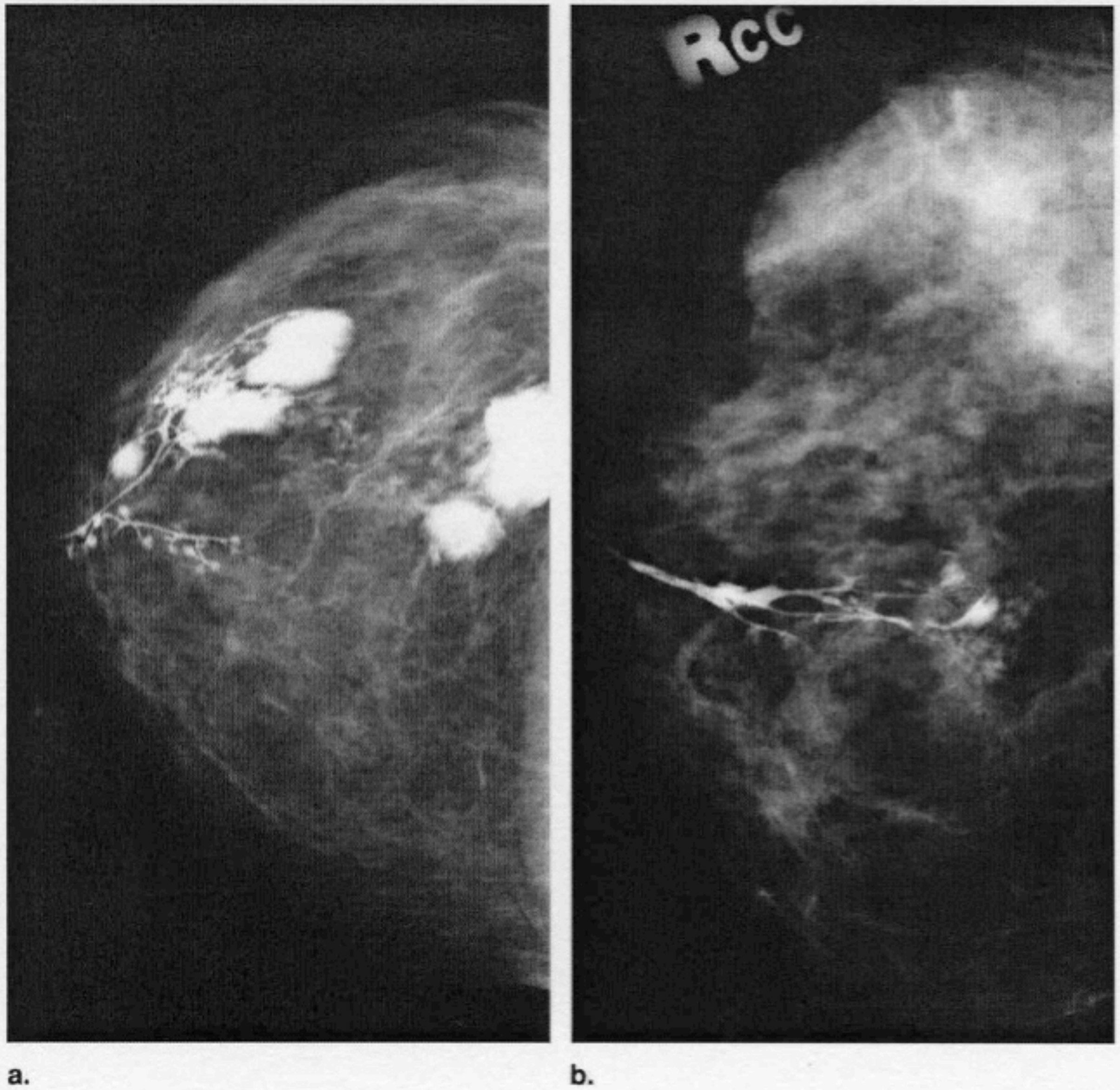
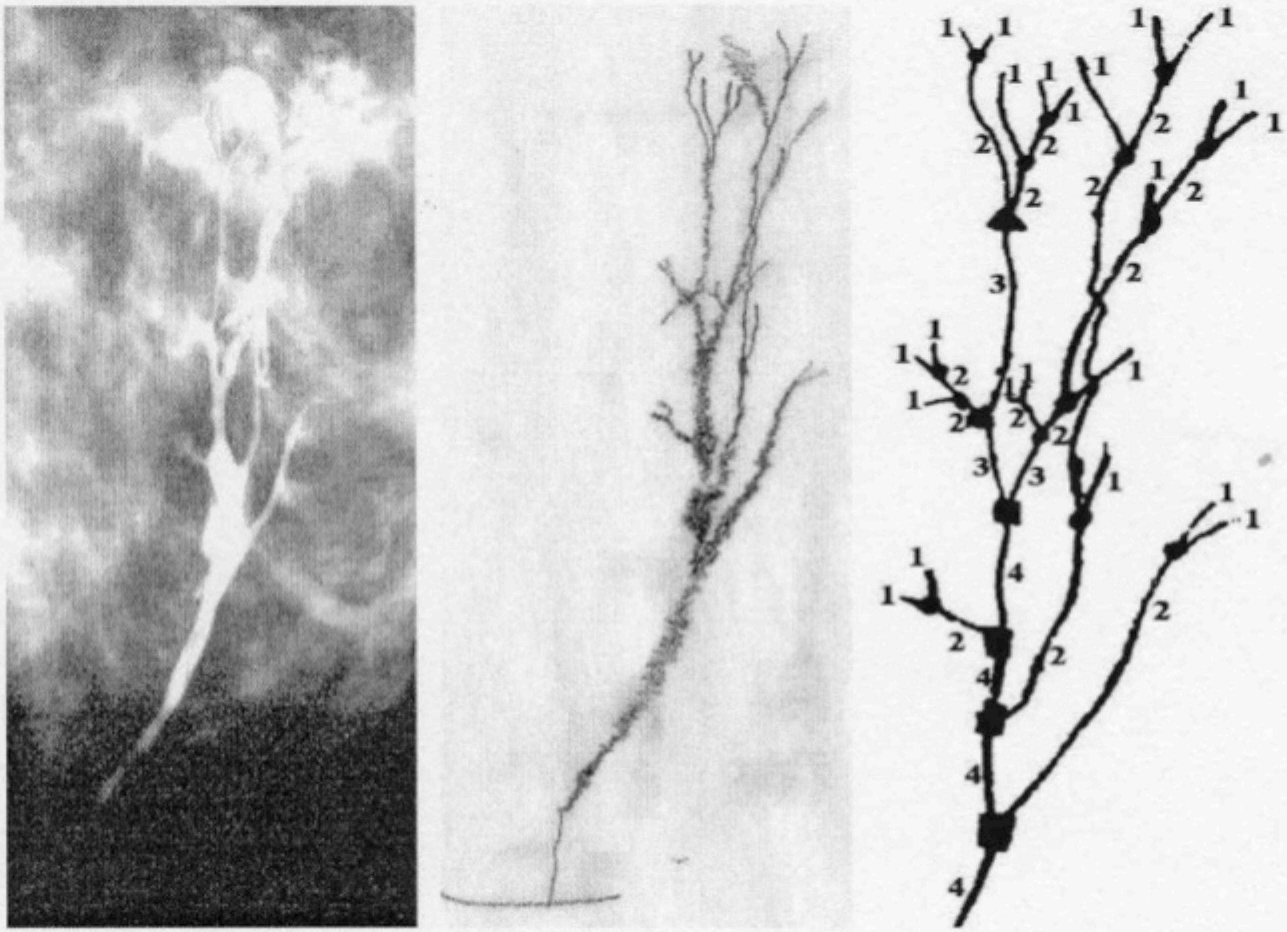


Figure 4. Two examples of galactograms that have been correctly classified by means of R matrices. **(a)** Galactogram with no reported findings (patient age, 45 years; right CC view; $r_{3,2} = 0.5$ and $r_{3,3} = 0.19$). (Large bright regions seen in this galactogram are due to extravasation, which did not affect the segmentation of the ductal tree.) **(b)** Galactogram with a reported finding of cysts (patient age, 55 years; right CC view; $r_{3,2} = 0.33$ and $r_{3,3} = 0.67$).



a. b. c.

$$R = \begin{bmatrix} r_{2,1} & r_{2,2} & . & . \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} & . \\ r_{4,1} & r_{4,2} & r_{4,3} & r_{4,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.43 & 0.57 & . & . \\ 0 & 0.33 & 0.67 & . \\ 0 & 0.75 & 0 & 0.25 \end{bmatrix}$$

d.

Figure 1. Segmentation of a ductal tree, showing **(a)** part of a galactogram with a contrast–enhanced ductal network, **(b)** the manually traced network of larger ducts from the contrast–enhanced portion of the galactogram, **(c)** numeric labeling of branches in the ductal network, and **(d)** the R matrix computed from the branching pattern. The dots, triangles, and squares denote branching points of different levels of the tree.

lo que el ojo humano no puede ver en la radiografía,

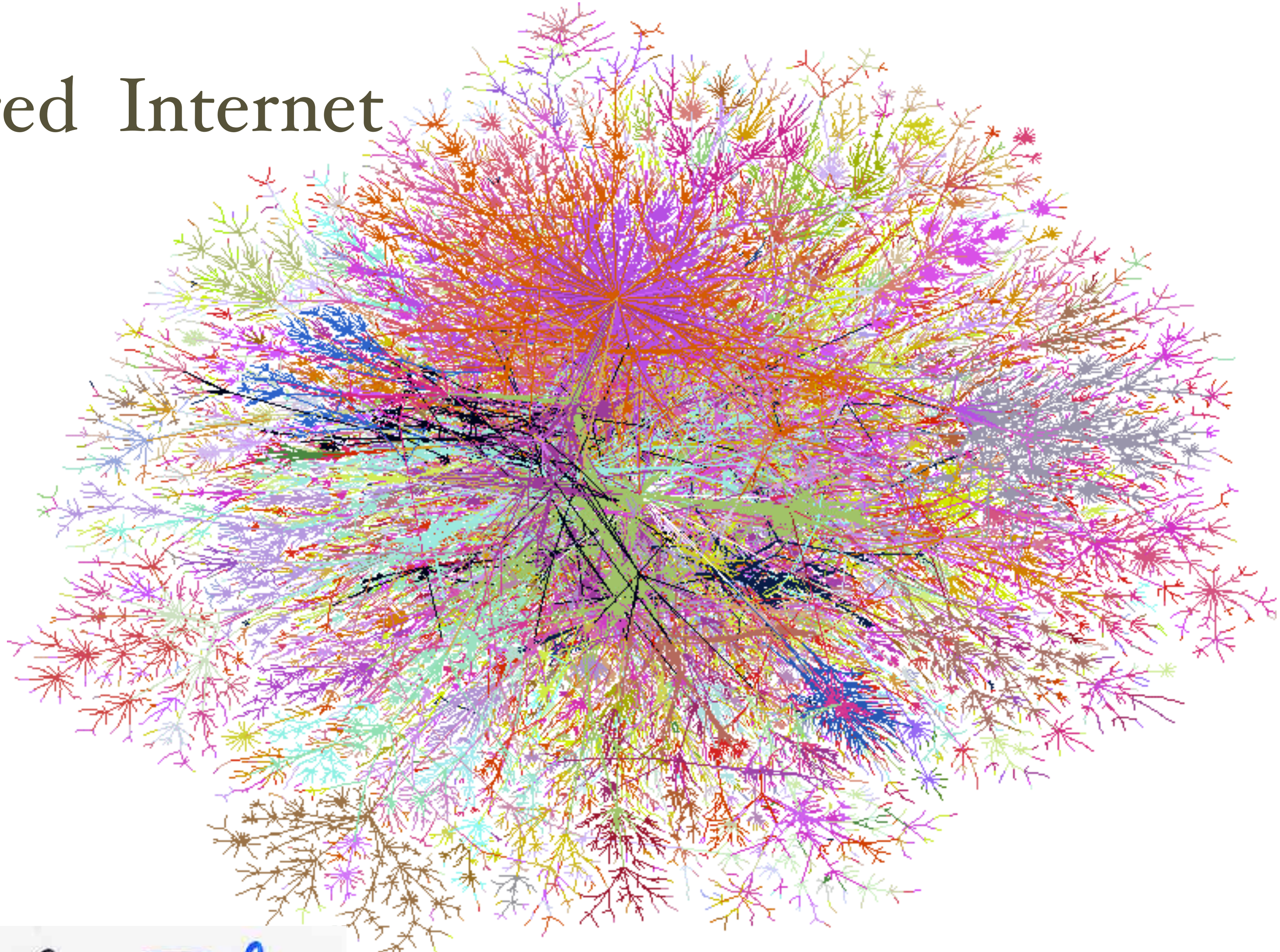
el análisis matemático de la forma, sí, puede verlo

visualización de la información

- Visualisation de l'information
très grands graphes
D. Auber, M. Delest
Y. Chiricota, G. Melançon, J.M. Fedou

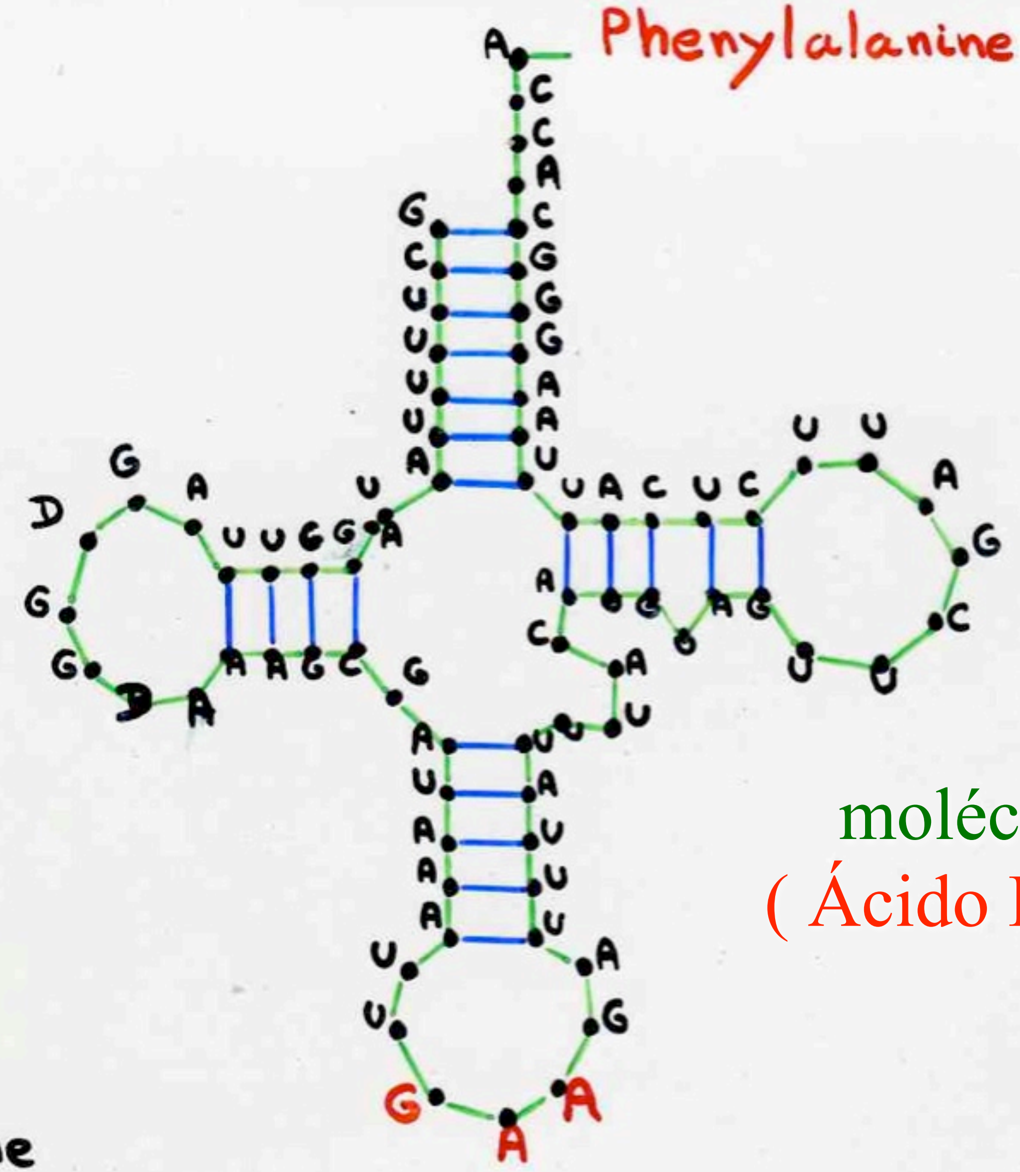
extension de l'analyse de Horton-Strahler
des arbres aux graphes

la red Internet



millares de vértices y de aristas (conexiones)

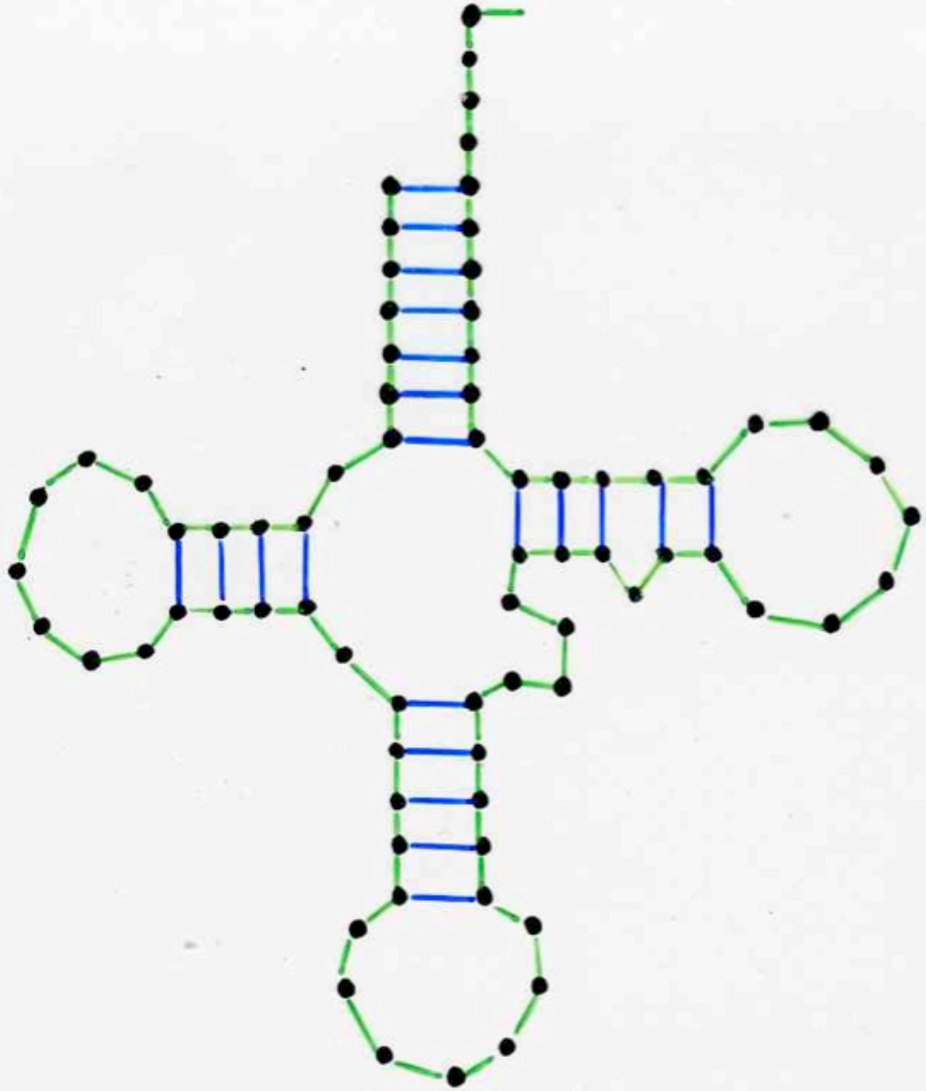
Árboles en las moléculas...



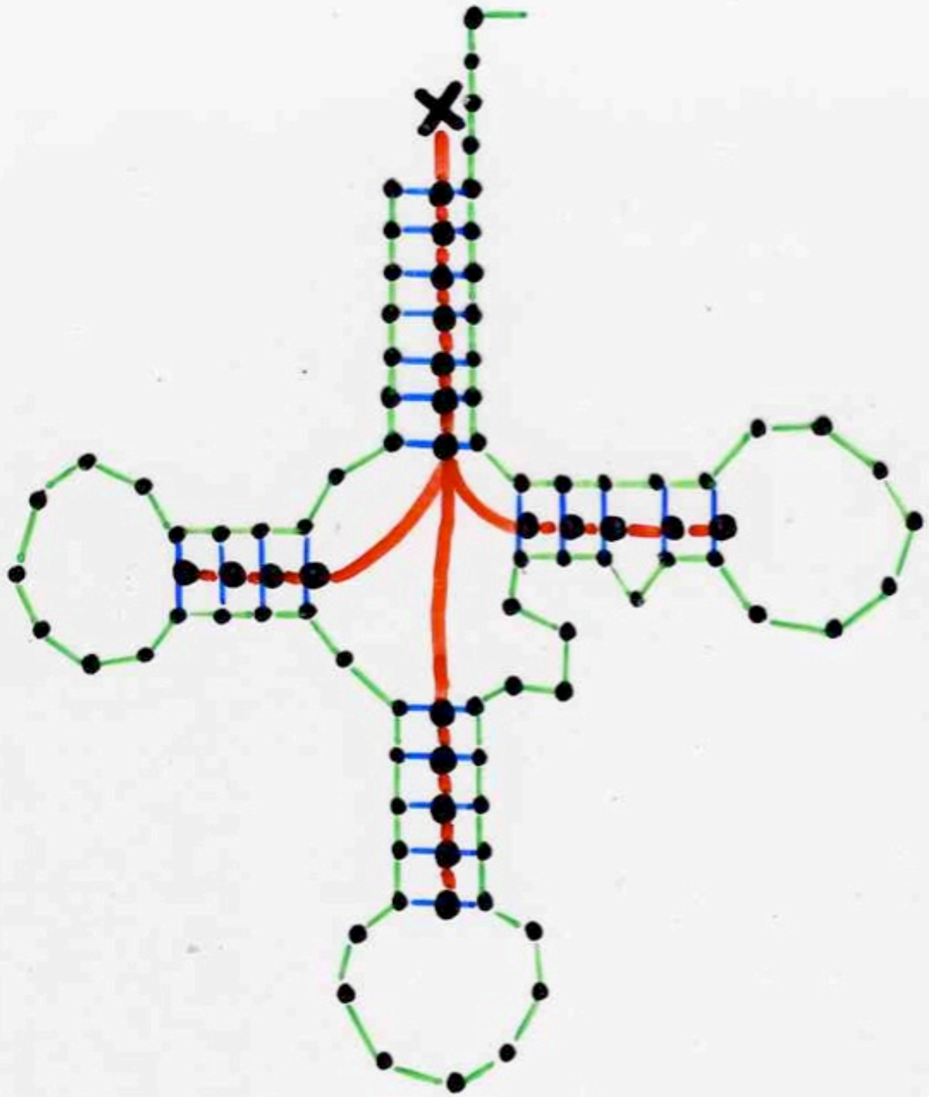
molécula de ARN
(Ácido Ribo Nucleico)

A denine
U racyle
G uanine
C ytosine

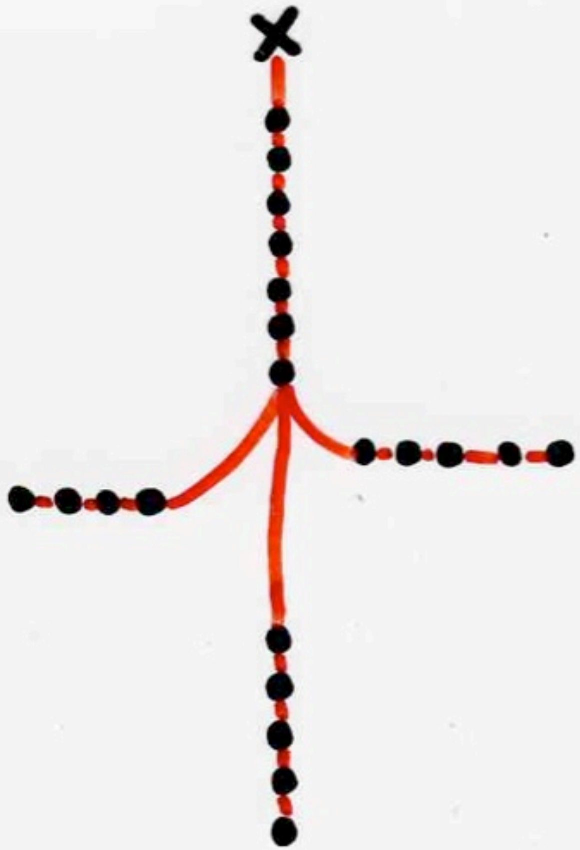
tARN ^{Phe}



tARN ^{Phe}



tARN ^{Phe}



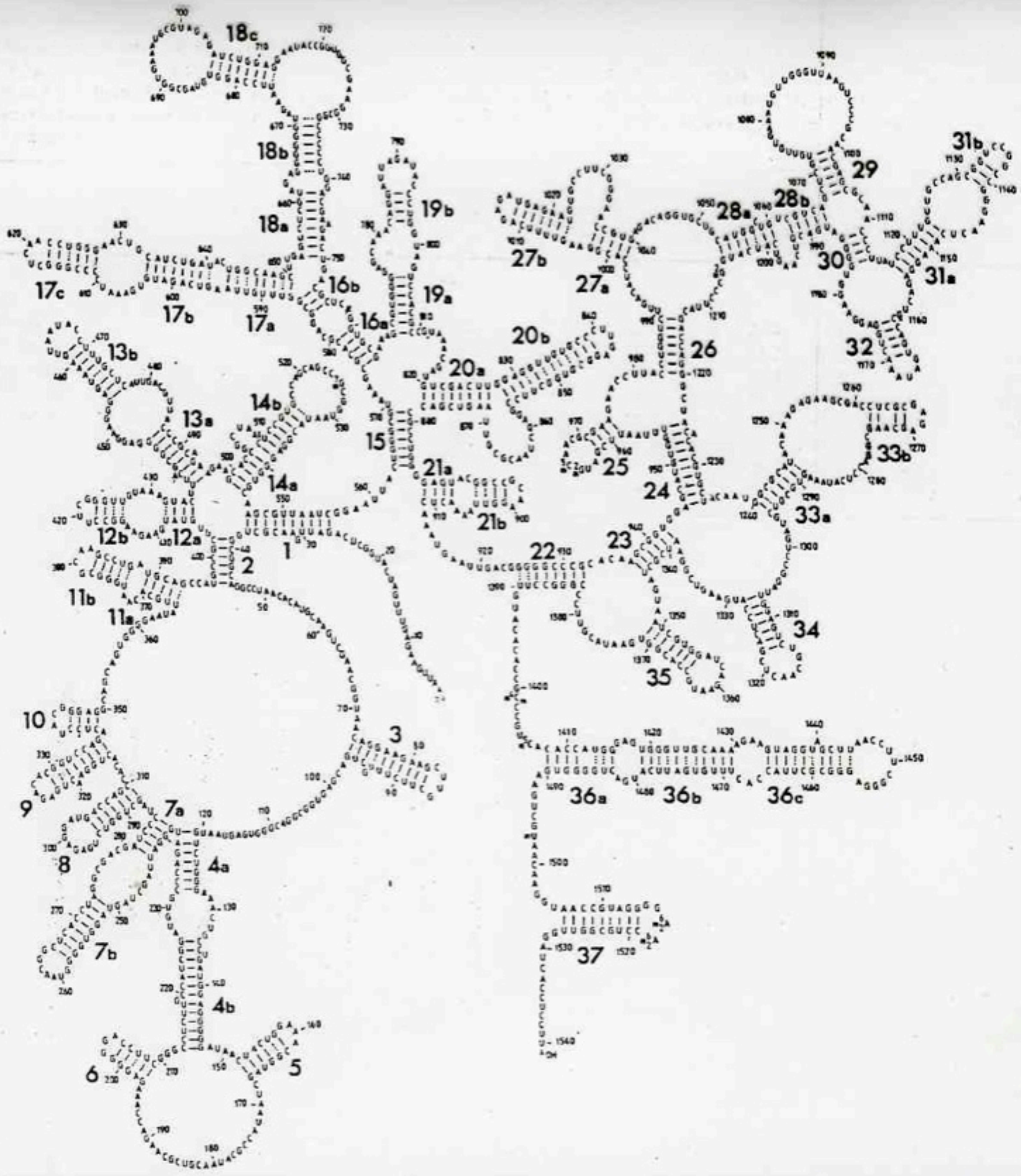


Fig. 1. *Secondary structure model of the 16-S RNA from* E. coli. This model has been fully described elsewhere [18]. The various secondary structure motifs are numbered for reference. Base-pairings 2 and 23 are included in this up-dated scheme and slight modifications have been introduced into helices 18b and 33b

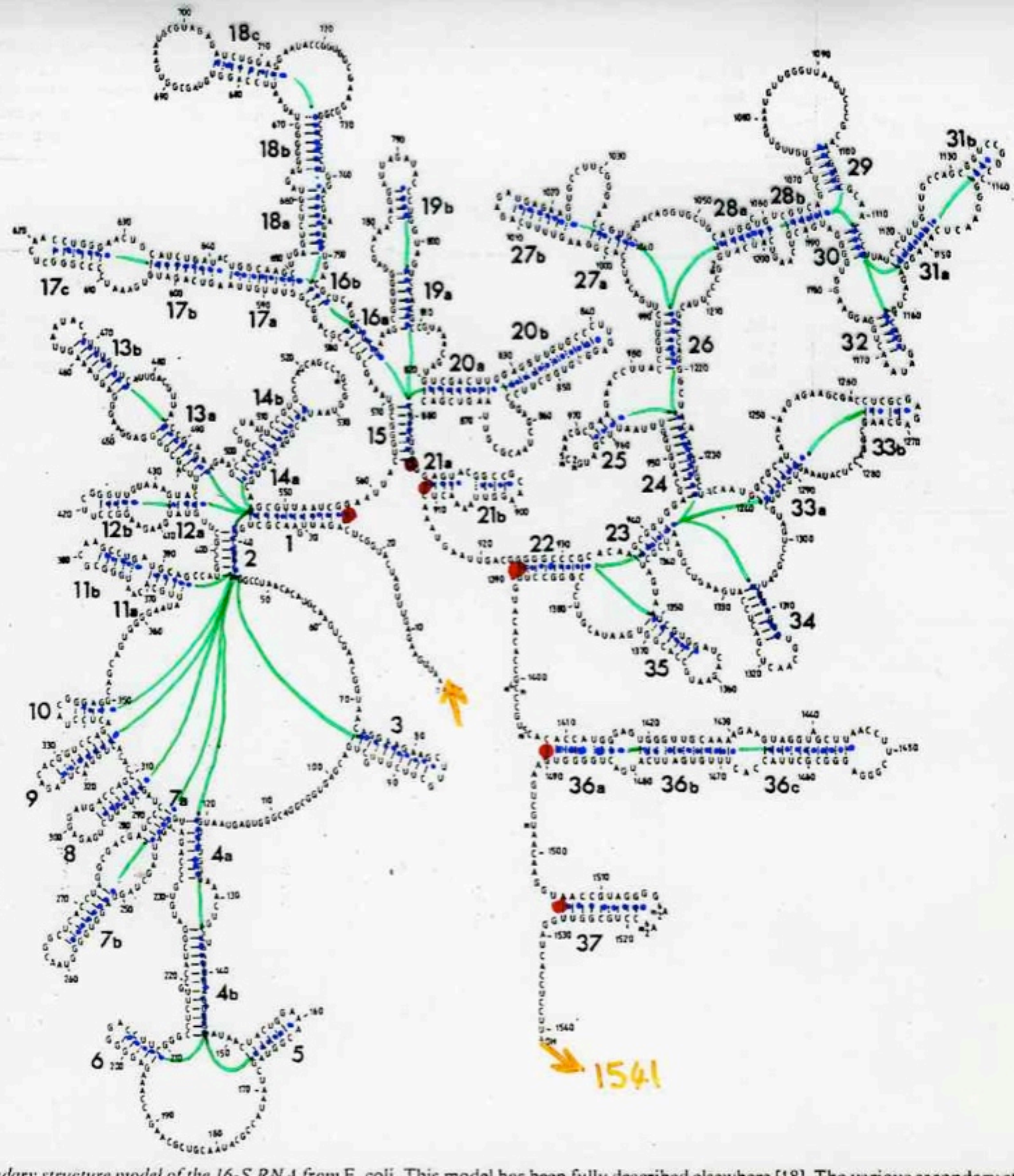
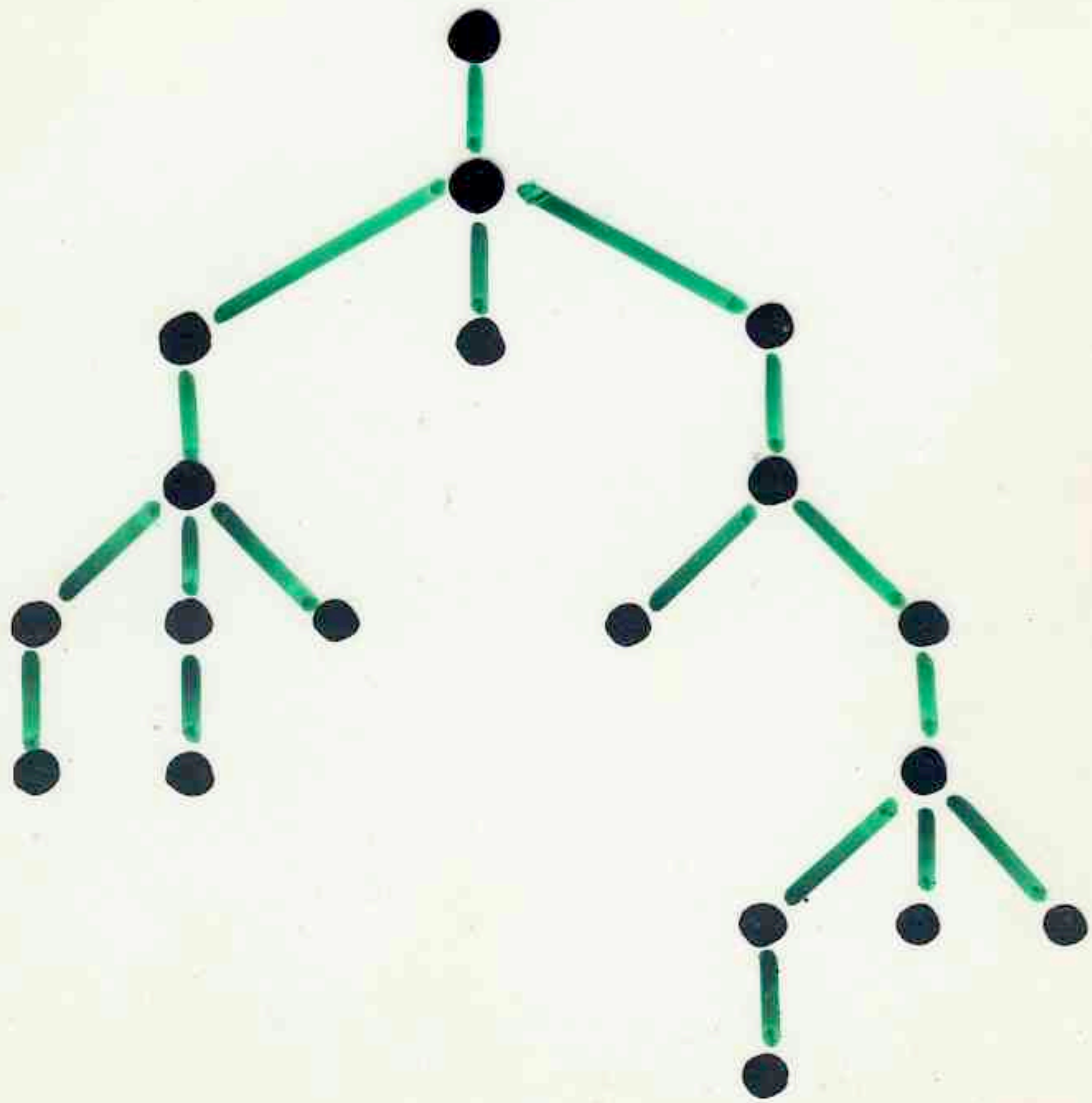
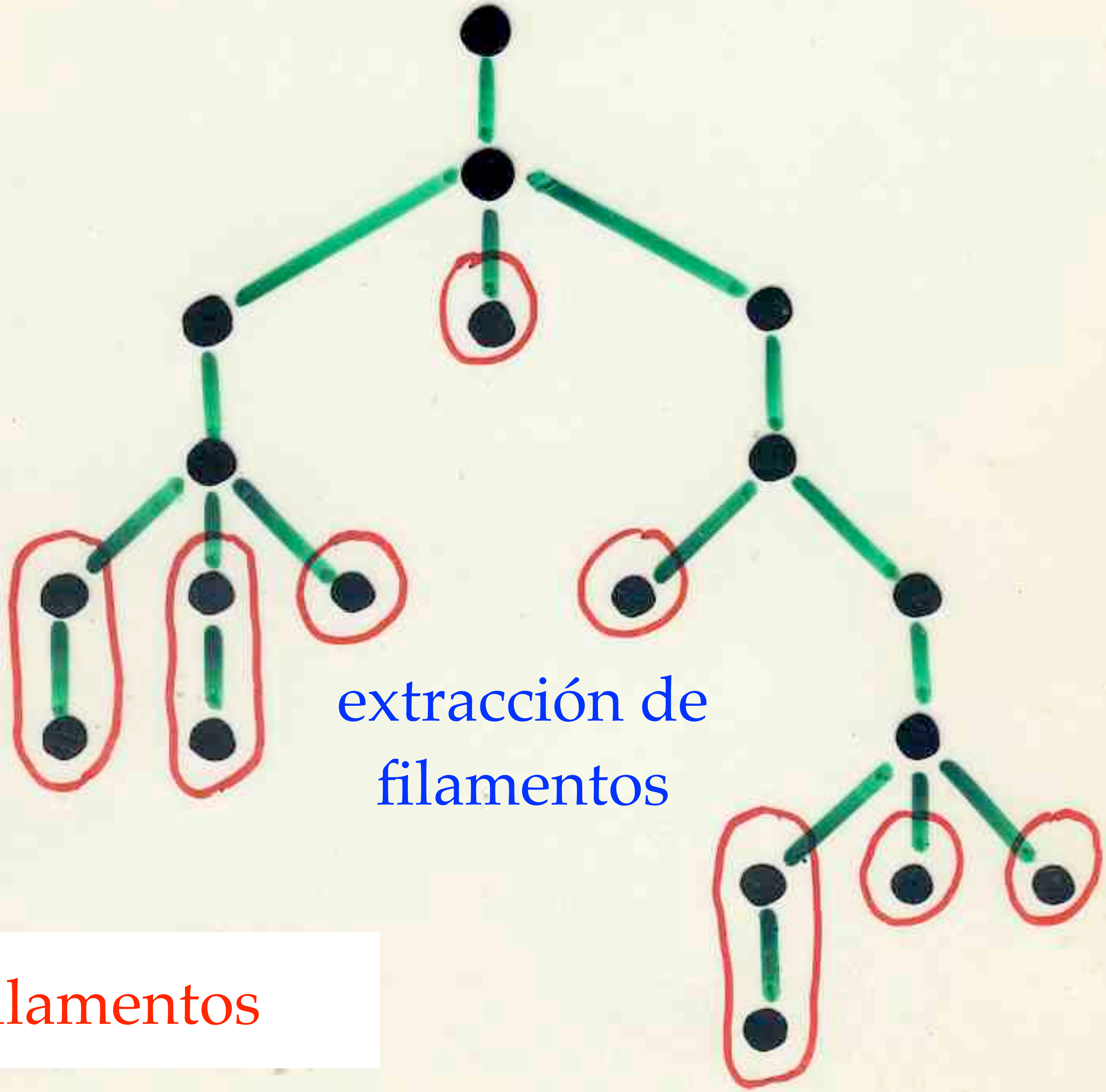


Fig. 1. *Secondary structure model of the 16-S RNA from* E. coli. This model has been fully described elsewhere [18]. The various secondary structure motifs are numbered for reference. Base-pairings 2 and 23 are included in this up-dated scheme and slight modifications have been introduced into helices 18b and 33b

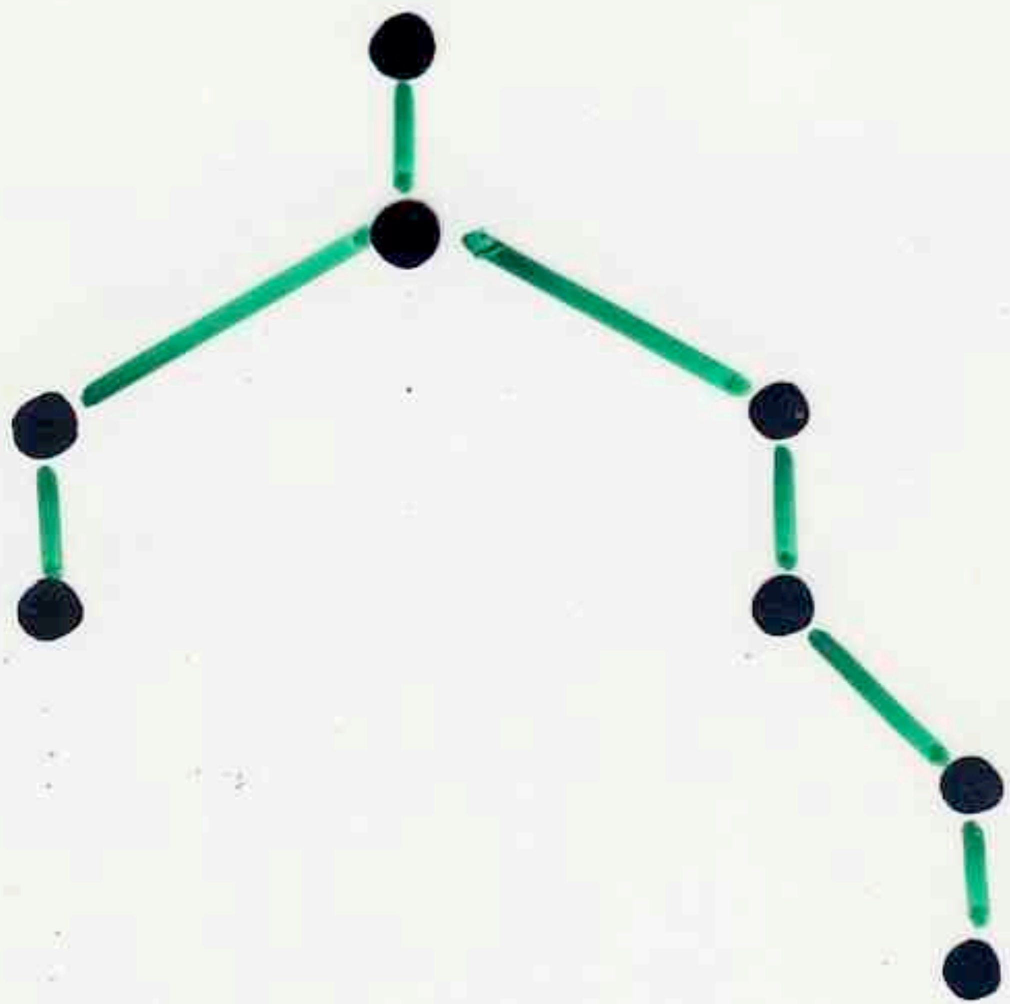
“complejidad” u “ orden”
de una molécula

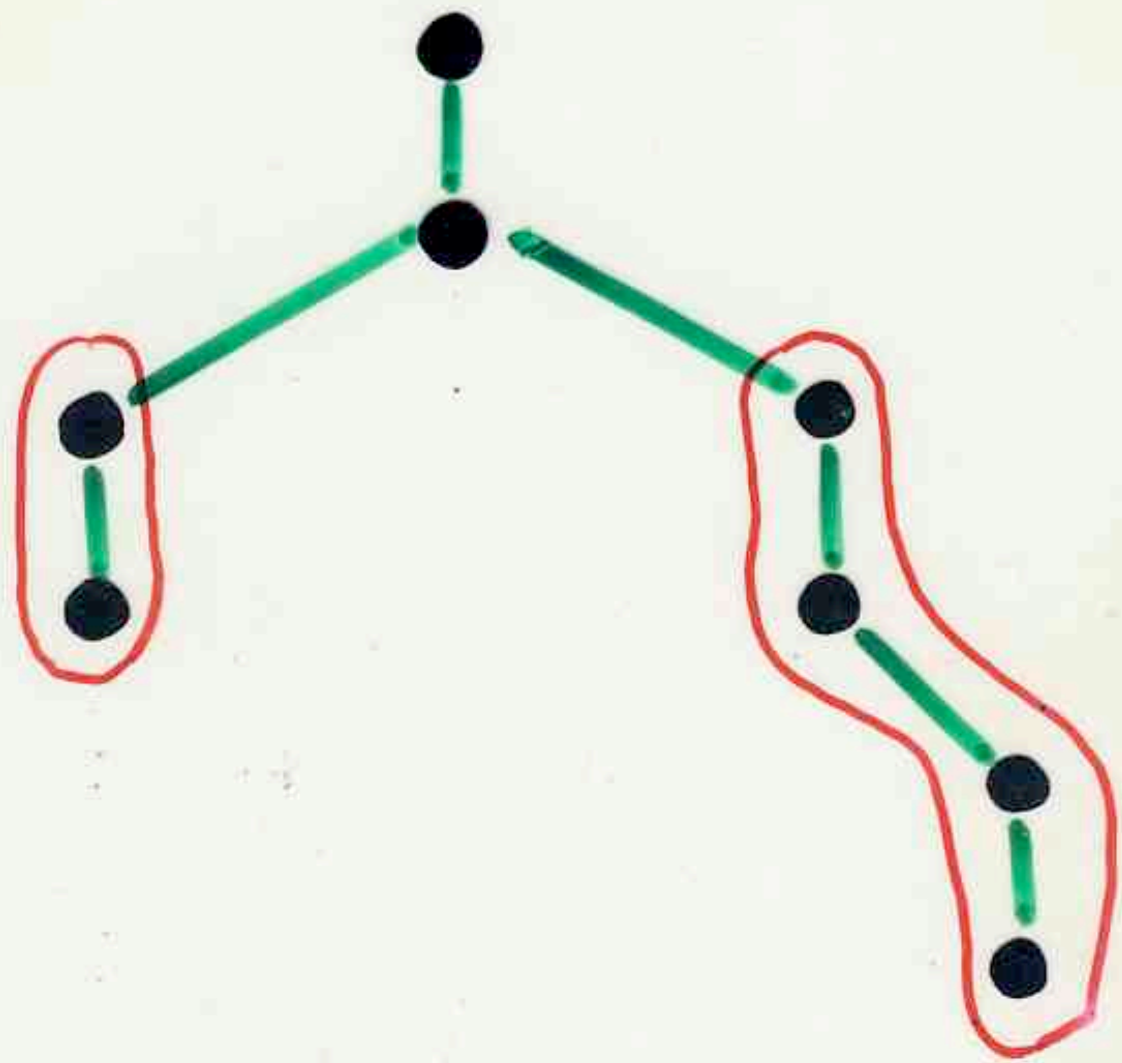
M. Waterman

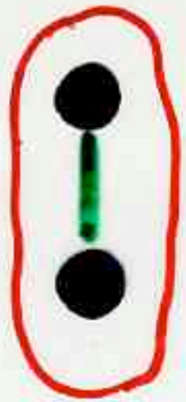




filamentos







$F_{n,k}$ = nombre de forêts d'arbres ayant n sommets et d'ordre k

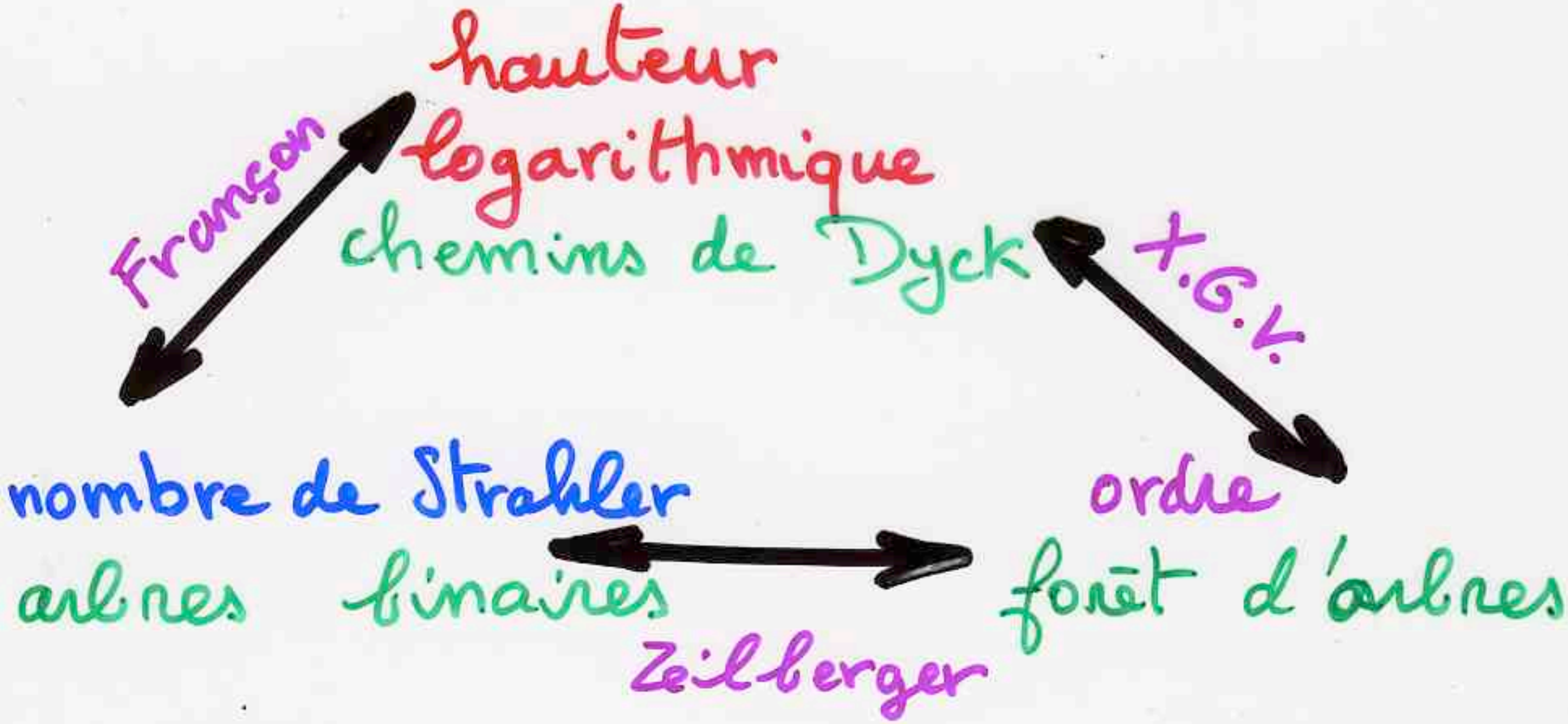
$F_{n,k}$ = nombre de **forêts** d'**arbres** ayant n sommets et d'**ordre** k

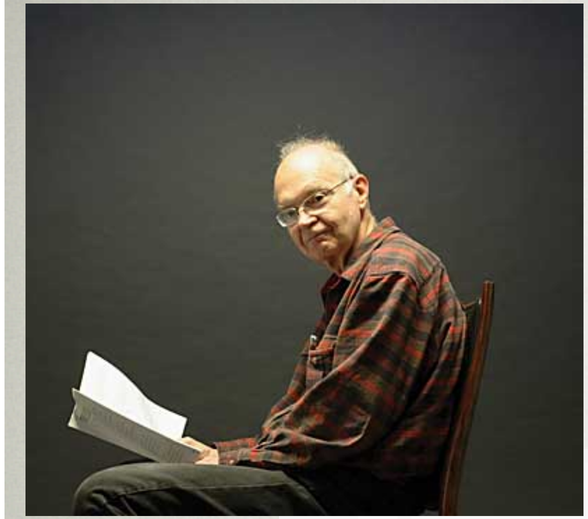
= $S_{n,k}$

à nouveau même distribution !!

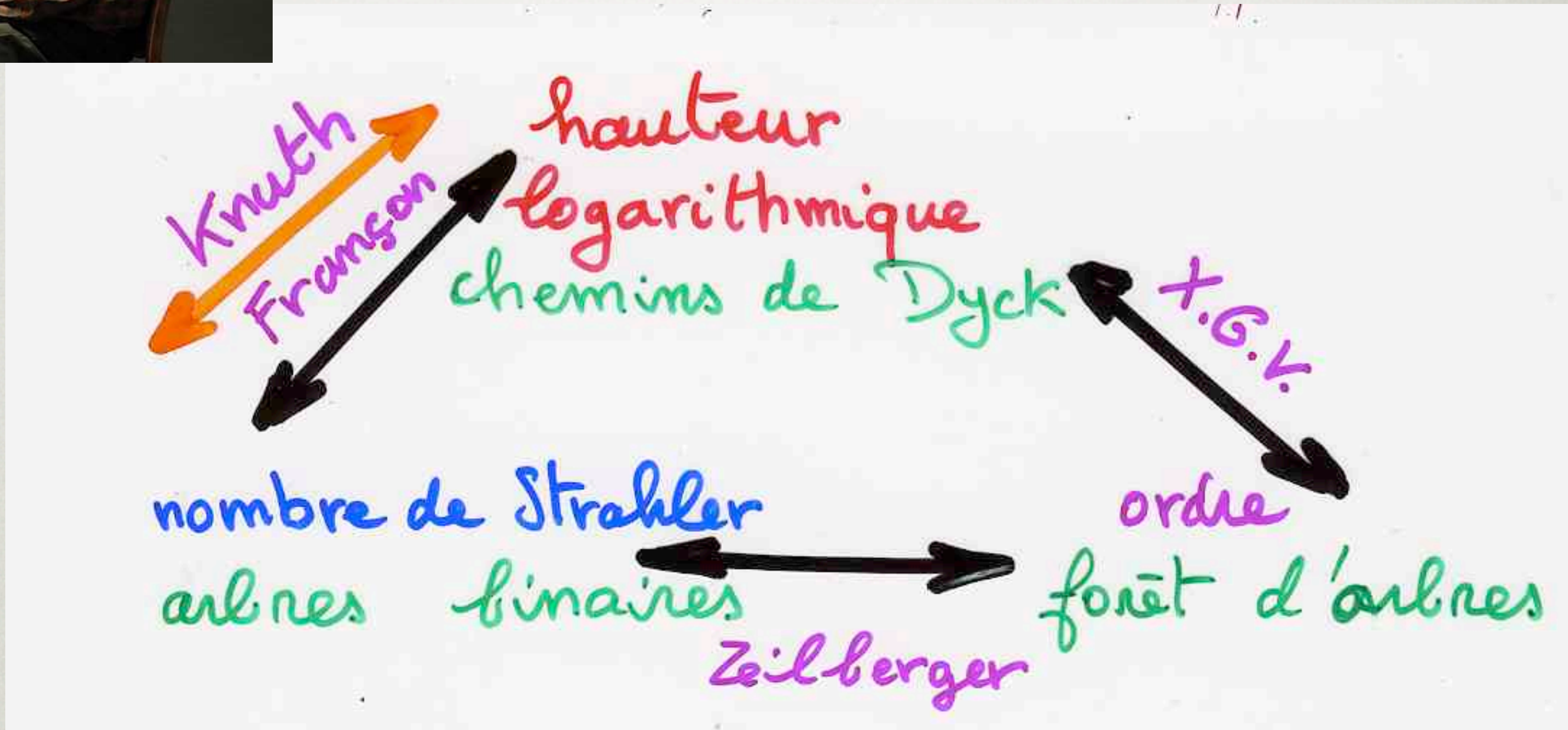
Vauchaussade de Chaumont
X. V. (1985) (2001)

D. Zeilberger (1985)


hauteur
logarithmique
chemins de Dyck
Françon
X.G.V.
nombre de Strahler
arbres binaires
ordre
forêt d'arbres
Zeilberger



Donald Knuth

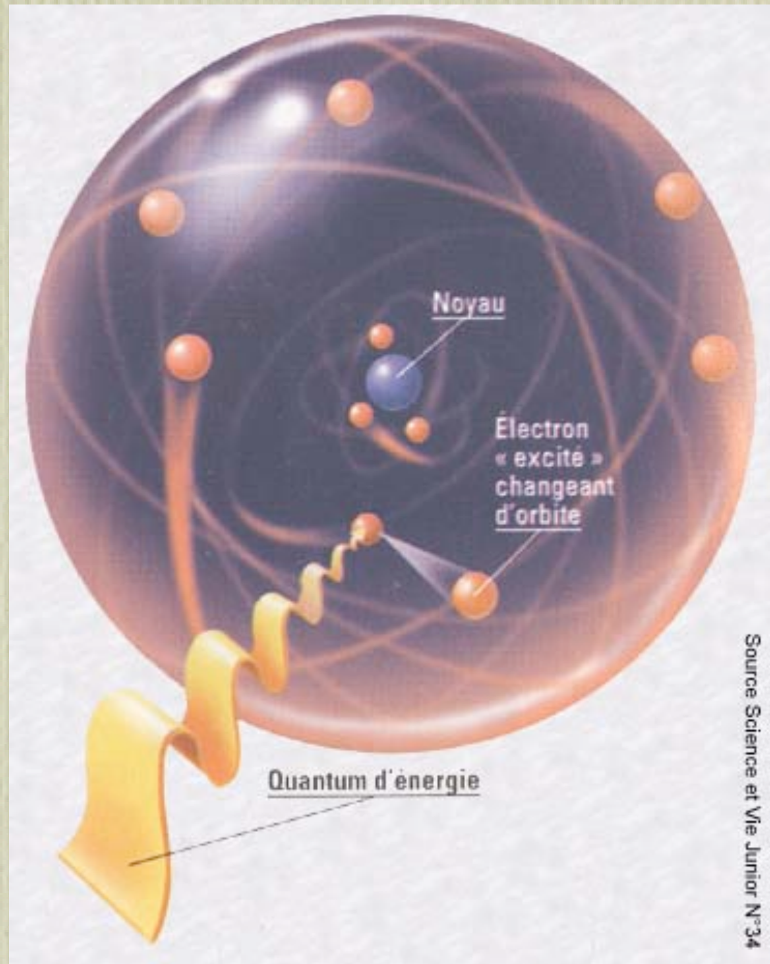


LE JARDIN ZEN

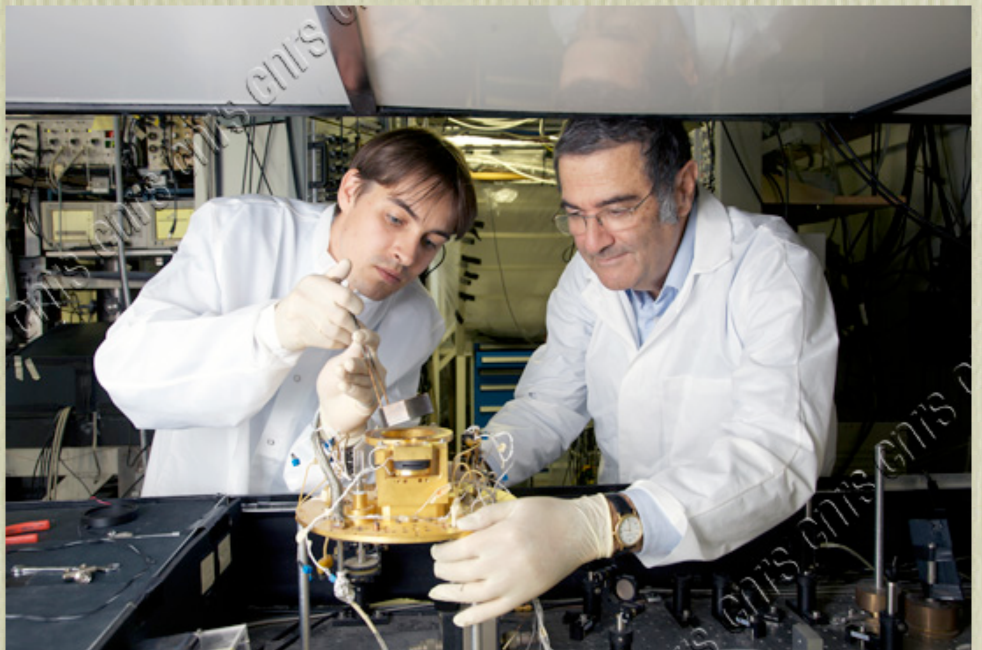
Lo «infinitamente pequeño»...

¿ Árboles en los granos de luz... ?

el mundo cuántico



el mundo cuántico



Serge Haroche
Premio Nobel de física 2012

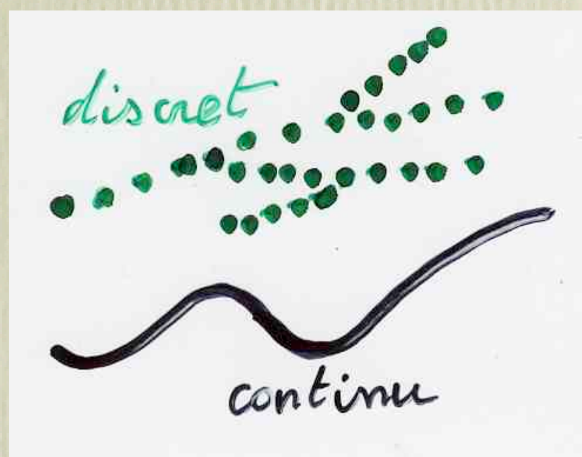
mecánica cuántica
matemáticas lejos de la intuición común

partículas: ¿una tendencia a existir?

el famoso gato de Schrodinger, muerto y en vida al mismo tiempo

el espacio, el tiempo, la materia, la energía

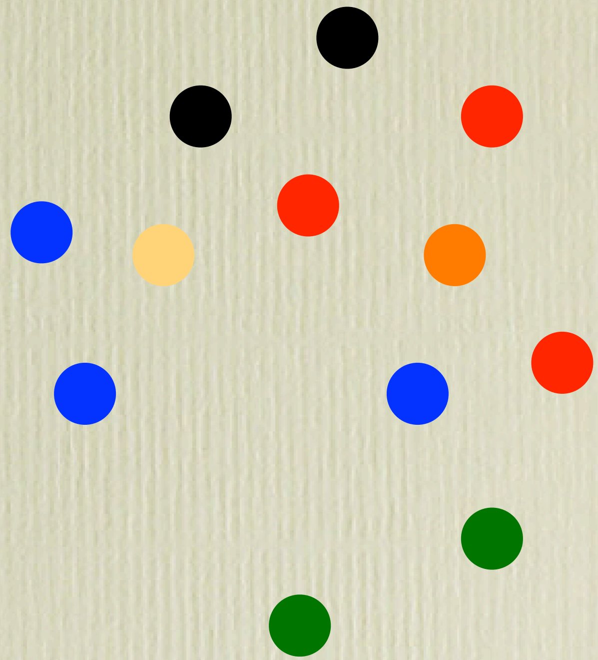
¿contínuo o discreto?



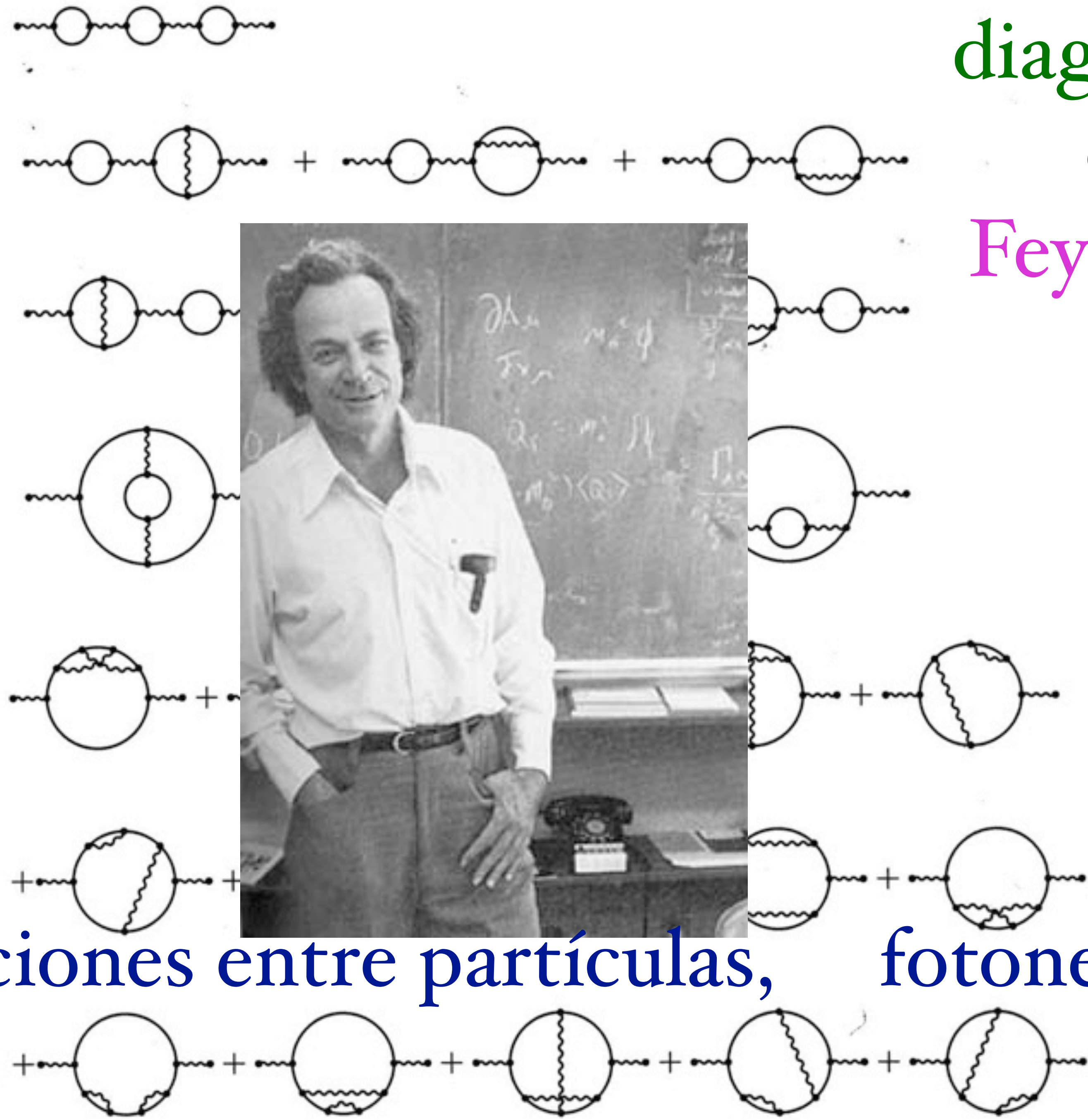
la luz

onda,
vibración ?

o granos de materia?



diagramas de Feynman



interacciones entre partículas, fotones

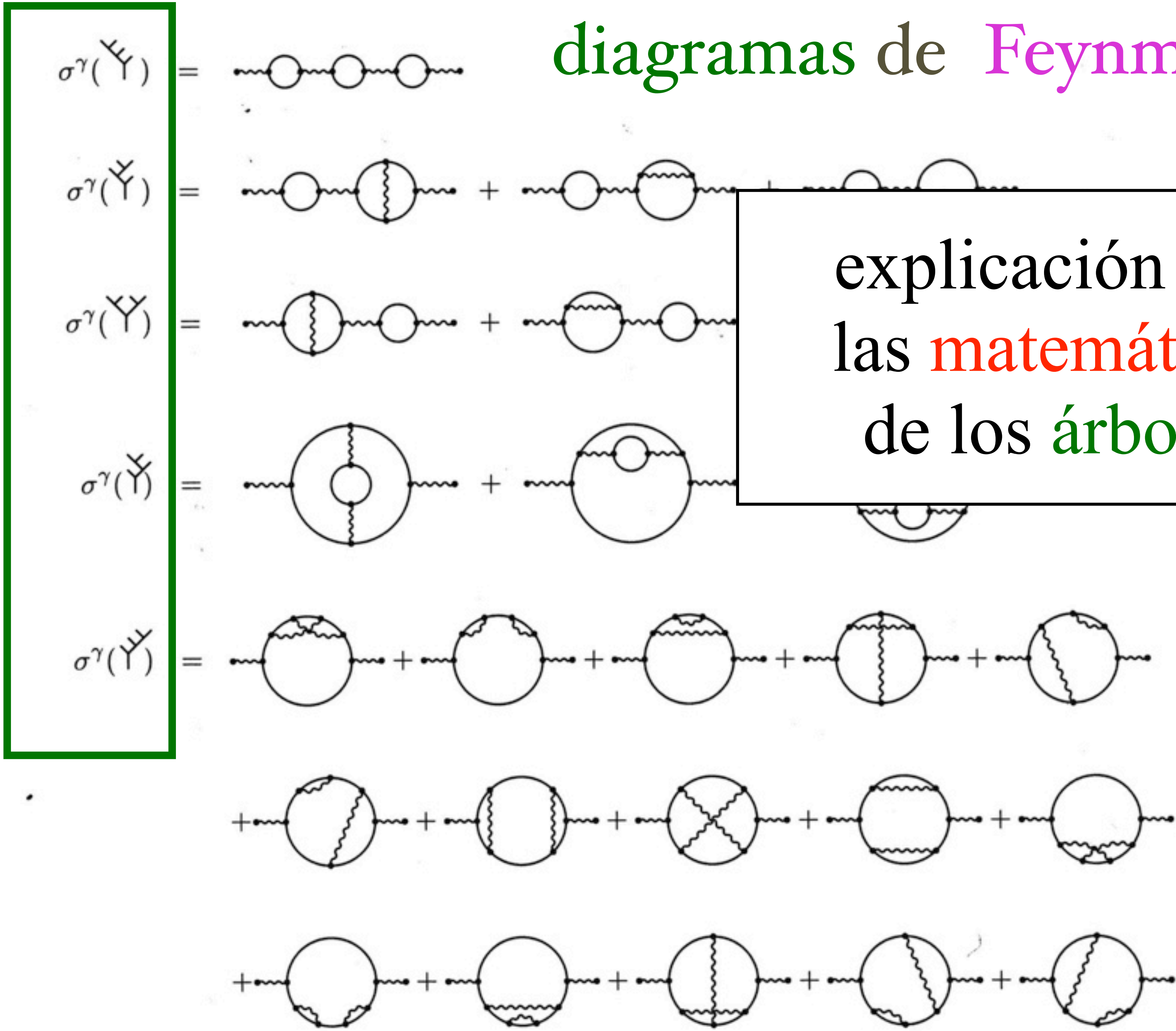
suma infinita de cantidades infinitas !!!

suprimir las cantidades infinitas

renormalización
cúantica

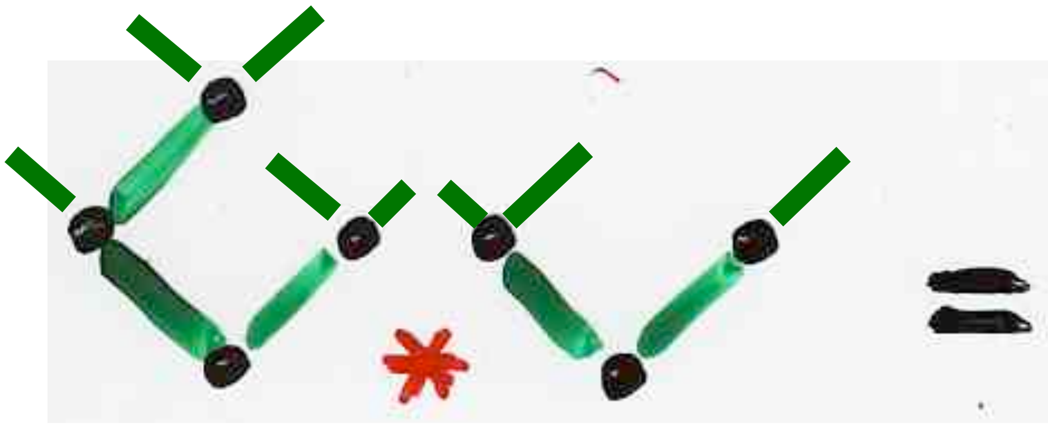
receta de cocina

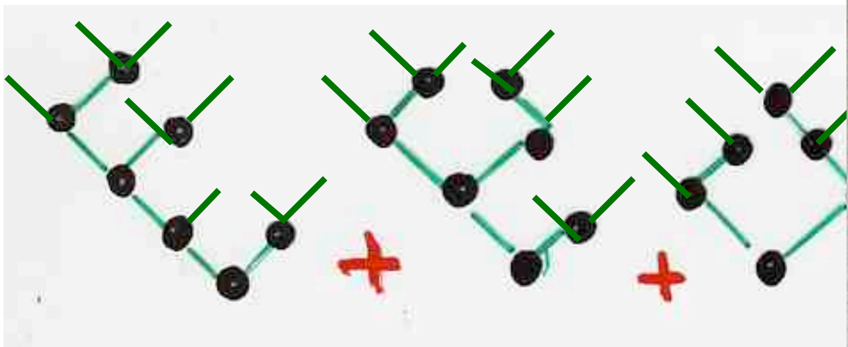
diagramas de Feynman

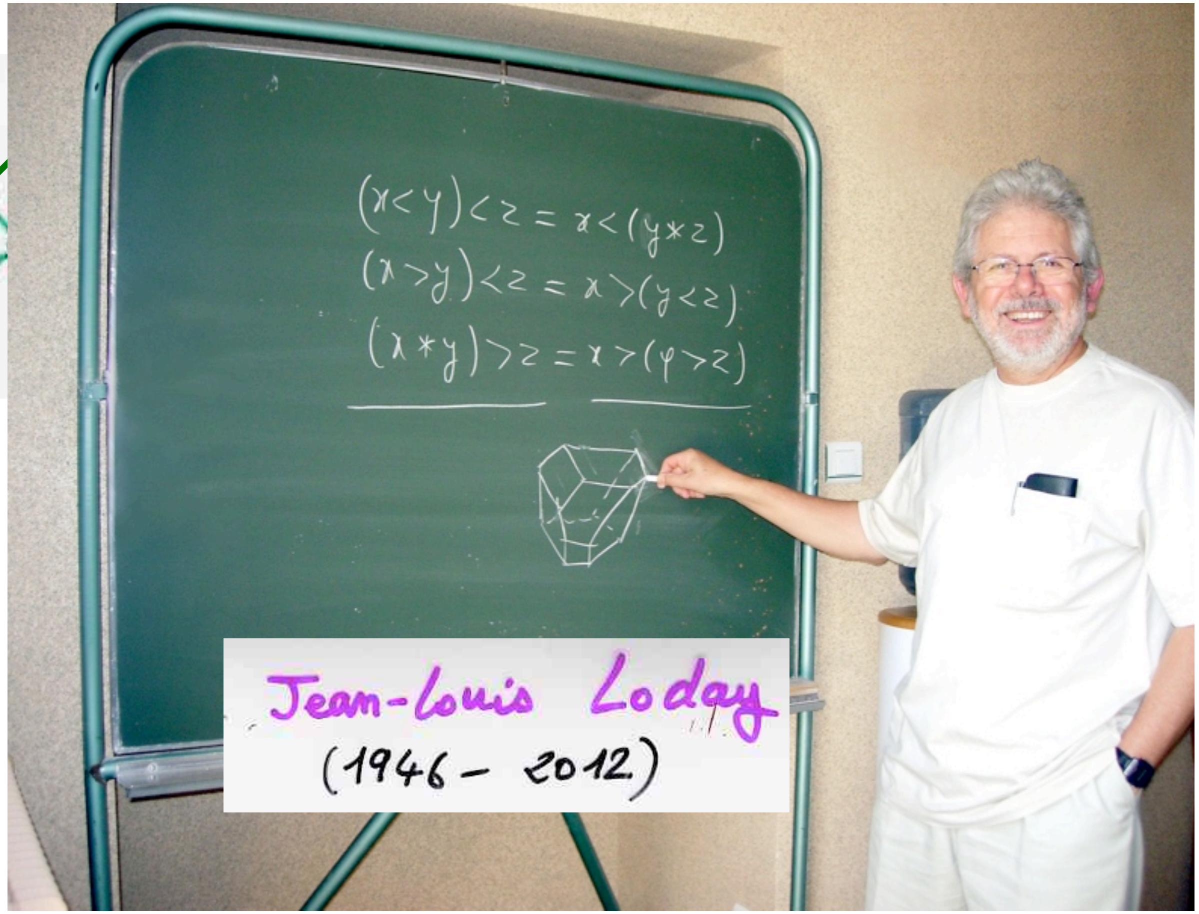


explicación con
las matemáticas
de los árboles

física combinatoria







Loday - Ronco

álgebra de los árboles

el producto de dos árboles,

una suma de árboles

Alain Connes

la geometría de Euclides, matemáticas griegas son visuales hasta Newton, fines siglo XVII, siglo XVIII.

Lagrange, Traité de Mécanique:

después hay eliminación de las figuras, ecuaciones, identidades. Es la abstracción pura.

Joseph-Louis Lagrange
1736 - 1813

AVERTISSEMENT

DE LA DEUXIÈME ÉDITION.

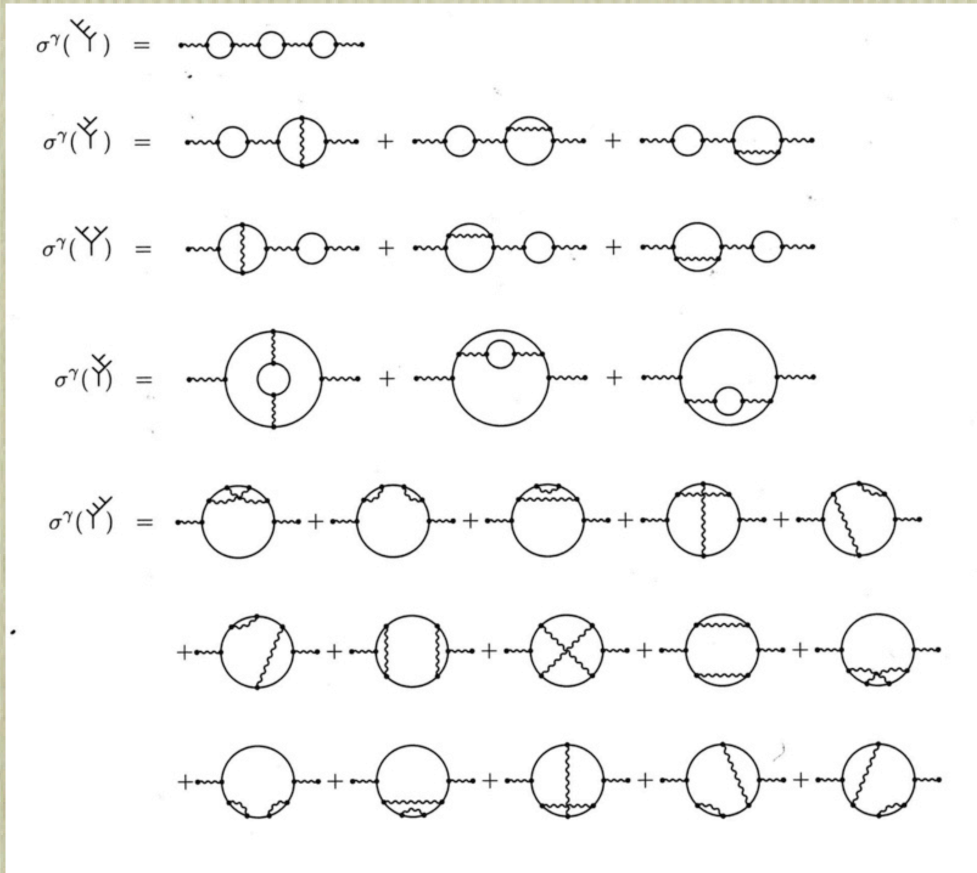
On a déjà plusieurs Traités de Mécanique, mais le plan de celui-ci est entièrement neuf. Je me suis proposé de réduire la théorie de cette Science, et l'art de résoudre les problèmes qui s'y rapportent, à des formules générales, dont le simple développement donne toutes les équations nécessaires pour la solution de chaque problème.

Cet Ouvrage aura d'ailleurs une autre utilité : il réunira et présentera sous un même point de vue les différents principes trouvés jusqu'ici pour faciliter la solution des questions de Mécanique, en montrera la liaison et la dépendance mutuelle, et mettra à portée de juger de leur justesse et de leur étendue.

Je le divise en deux Parties : la Statique ou la Théorie de l'Équilibre, et la Dynamique ou la Théorie du Mouvement; et, dans chacune de ces Parties, je traite séparément des corps solides et des fluides.

On ne trouvera point de Figures dans cet Ouvrage. Les méthodes que j'y expose ne demandent ni constructions, ni raisonnements géométriques ou mécaniques, mais seulement des opérations algébriques, assujetties à une marche régulière et uniforme. Ceux qui aiment l'Analyse verront avec plaisir la Mécanique en devenir une nouvelle branche, et me sauront gré d'en avoir étendu ainsi le domaine.

La reaparición de las figuras en matemáticas

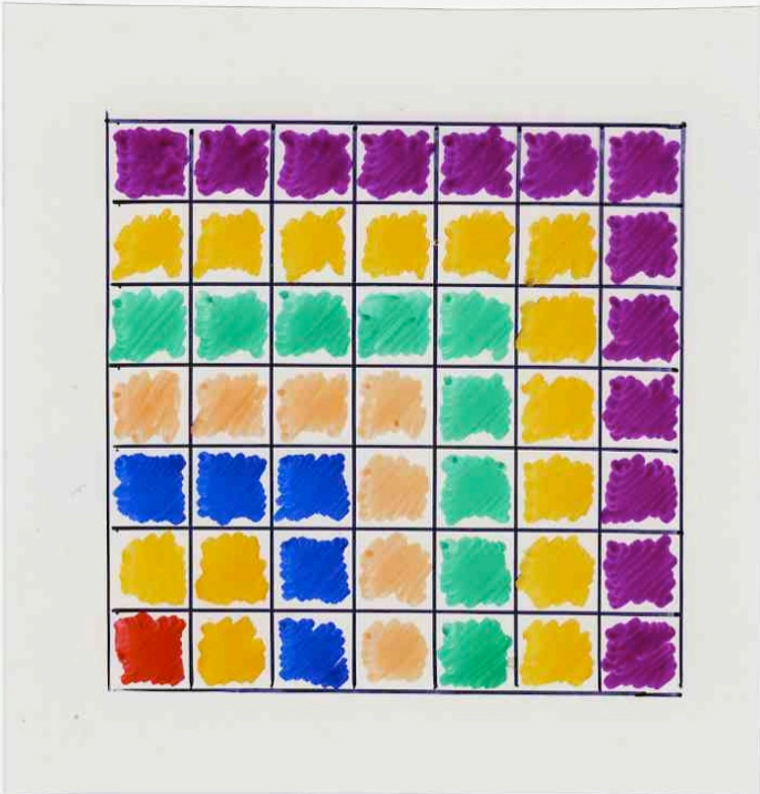


pero a otro nivel

el ojo, las imágenes, lo visual...

pruebas con
figuras

pruebas
combinatorias



$$n^2 = 1 + 3 + \dots + (2n-1)$$

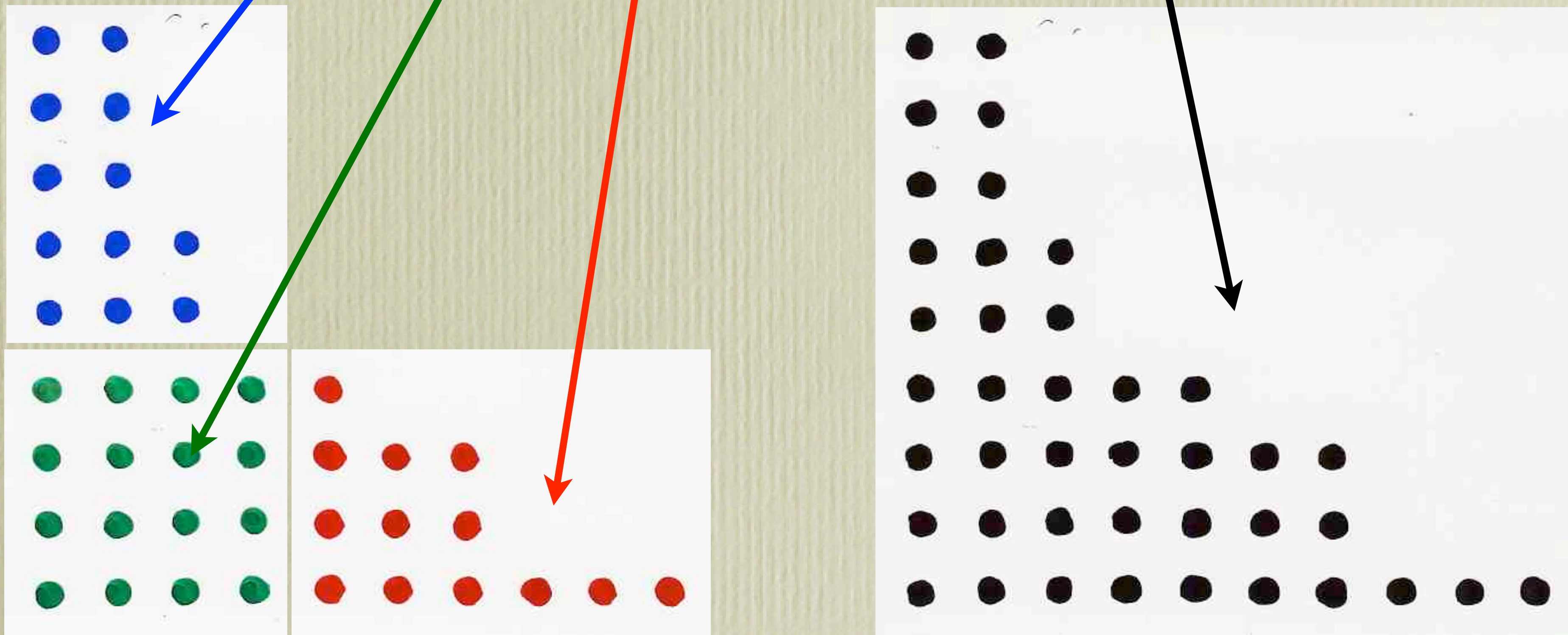
demostración «combinatoria» de identidades

con construcciones de bijecciones , de correspondencias.

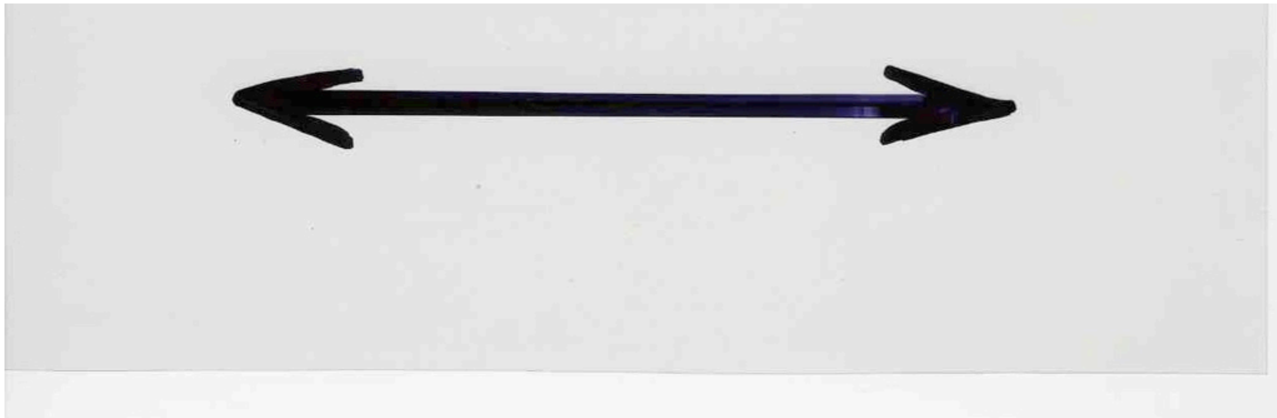
Interpretaciones combinatorias.

ejemplo

$$\sum_{m\geq 1} \frac{q^{m^2}}{[(1-q)(1-q^2)\cdots(1-q^m)]^2} = \prod_{i\geq 1} \frac{1}{(1-q^i)}$$



mejor comprensión

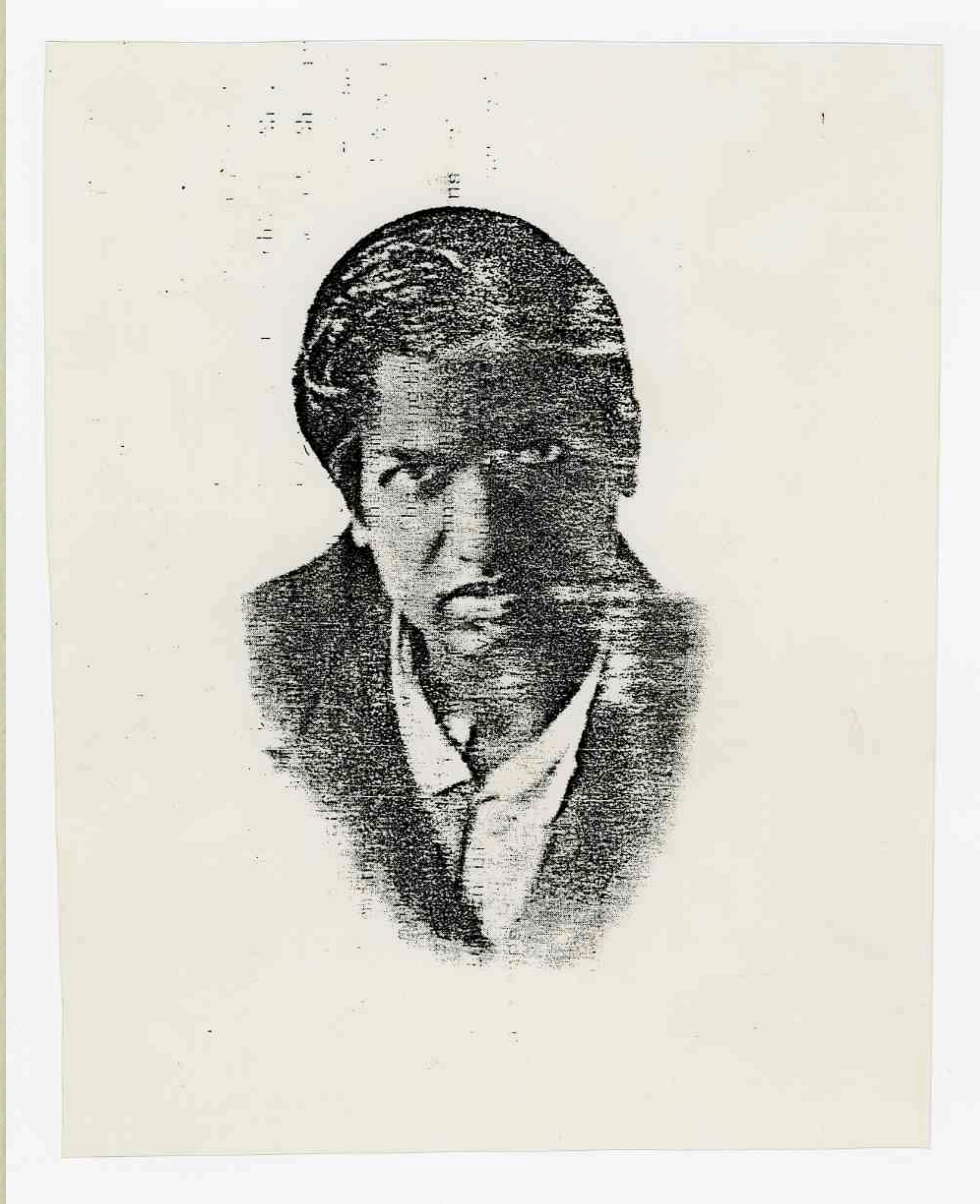


Rogers - Ramanujan identities

R_I $$\sum_{n\geq 0} \frac{q^{n^2}}{(1-q)(1-q^2)\cdots(1-q^n)} = \prod_{\substack{i\equiv 1,4 \\ \text{mod } 5}} \frac{1}{(1-q^i)}$$

R_{II} $$\sum_{n\geq 0} \frac{q^{n^2+n}}{(1-q)(1-q^2)\cdots(1-q^n)} = \prod_{\substack{i\equiv 2,3 \\ \text{mod } 5}} \frac{1}{(1-q^i)}$$

Srinivasan
Ramanujan
(1887-1920)



"La fraction continue" de Ramanujan

$$\cfrac{1}{1+\cfrac{q}{1+\cfrac{q^2}{1+\cfrac{q^3}{\cfrac{\cdots\cdots}{1+\cfrac{q^k}{\cdots\cdots}}}}}} = \frac{\displaystyle\sum_{n\geq 0} \frac{q^{n^2+n}}{(1-q)(1-q^2)\cdots(1-q^n)}}{\displaystyle\sum_{n\geq 0} \frac{q^{n^2}}{(1-q)(1-q^2)\cdots(1-q^n)}}$$

$$R(q) = \prod_{n \geq 0} \frac{(1-q^{5n+1})(1-q^{5n+4})}{(1-q^{5n+3})(1-q^{5n+2})} = \frac{R_{II}}{R_{I}}$$

$$R(q) = \prod_{n \geq 0} \frac{(1-q^{5n+1})(1-q^{5n+4})}{(1-q^{5n+3})(1-q^{5n+2})} = \frac{R_{II}}{R_{I}}$$

$$t = -q\left[R(q)\right]^5$$

$$R(q) = \prod_{n\geq 0} \frac{(1-q^{5n+1})(1-q^{5n+4})}{(1-q^{5n+3})(1-q^{5n+2})} = \frac{R_{II}}{R_{I}}$$

$$t = -q\left[R(q)\right]^5$$

$$Y(q) = \prod_{n\geq 0} \frac{(1-q^{6n+2})(1-q^{6n+3})^2(1-q^{6n+4})(1-q^{5n+1})^2(1-q^{5n+4})^2(1-q^{5n})^2}{(1-q^{6n+1})(1-q^{6n+5})\,(1-q^{6n})^2\,(1-q^{5n+2})^3(1-q^{5n+3})^3}$$

$$R(q) = \prod_{n \geq 0} \frac{(1-q^{5n+1})(1-q^{5n+4})}{(1-q^{5n+3})(1-q^{5n+2})} = \frac{R_{II}}{R_{I}}$$

$$t = -q\left[R(q)\right]^{5}$$

$$Y(q) = \prod_{n \geq 0} \frac{(1-q^{6n+2})(1-q^{6n+3})^{2}(1-q^{6n+4})(1-q^{5n+1})^{2}(1-q^{5n+4})^{2}(1-q^{5n})^{2}}{(1-q^{6n+1})(1-q^{6n+5})(1-q^{6n})^{2}(1-q^{5n+2})^{3}(1-q^{5n+3})^{3}}$$

$$Z(t) = Y(q(t))$$

$$y\left(1+14t+97t^{2}+415t^{3}+1180t^{4}+2321t^{5}+3247t^{6}+3300t^{7}+2475t^{8}+1375t^{9}+550t^{10}+143t^{11}+18t^{12}\right)+$$

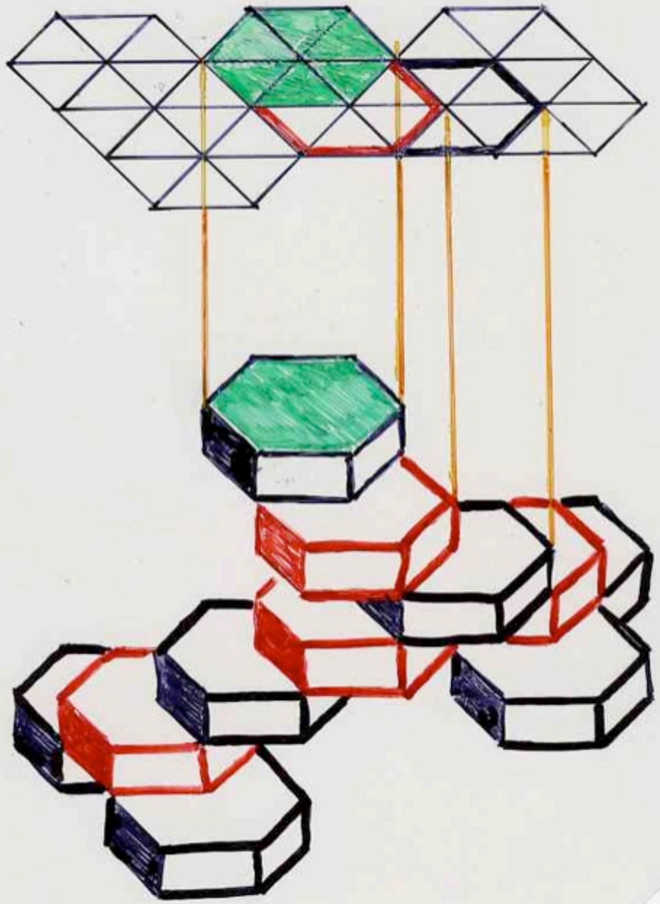
$$y^{2}\left(1+17t+83t^{2}+601t^{3}+1647t^{4}+4606t^{5}+7809t^{6}+710t^{7}+124t^{8}-608t^{9}-440t^{10}-92t^{11}-36t^{12}\right)+$$

$$y^{3}\left(3+50t+381t^{2}+1715t^{3}+5040t^{4}+10130t^{5}+14062t^{6}+13002t^{7}+6930t^{8}+715t^{9}-1595t^{10}-488t^{11}-198t^{12}\right)+$$

$$y^{4}\left(1+17t+131t^{2}+595t^{3}+1765t^{4}+3574t^{5}+4939t^{6}+4356t^{7}+1815t^{8}-605t^{9}-1210t^{10}-616t^{11}-126t^{12}\right)$$

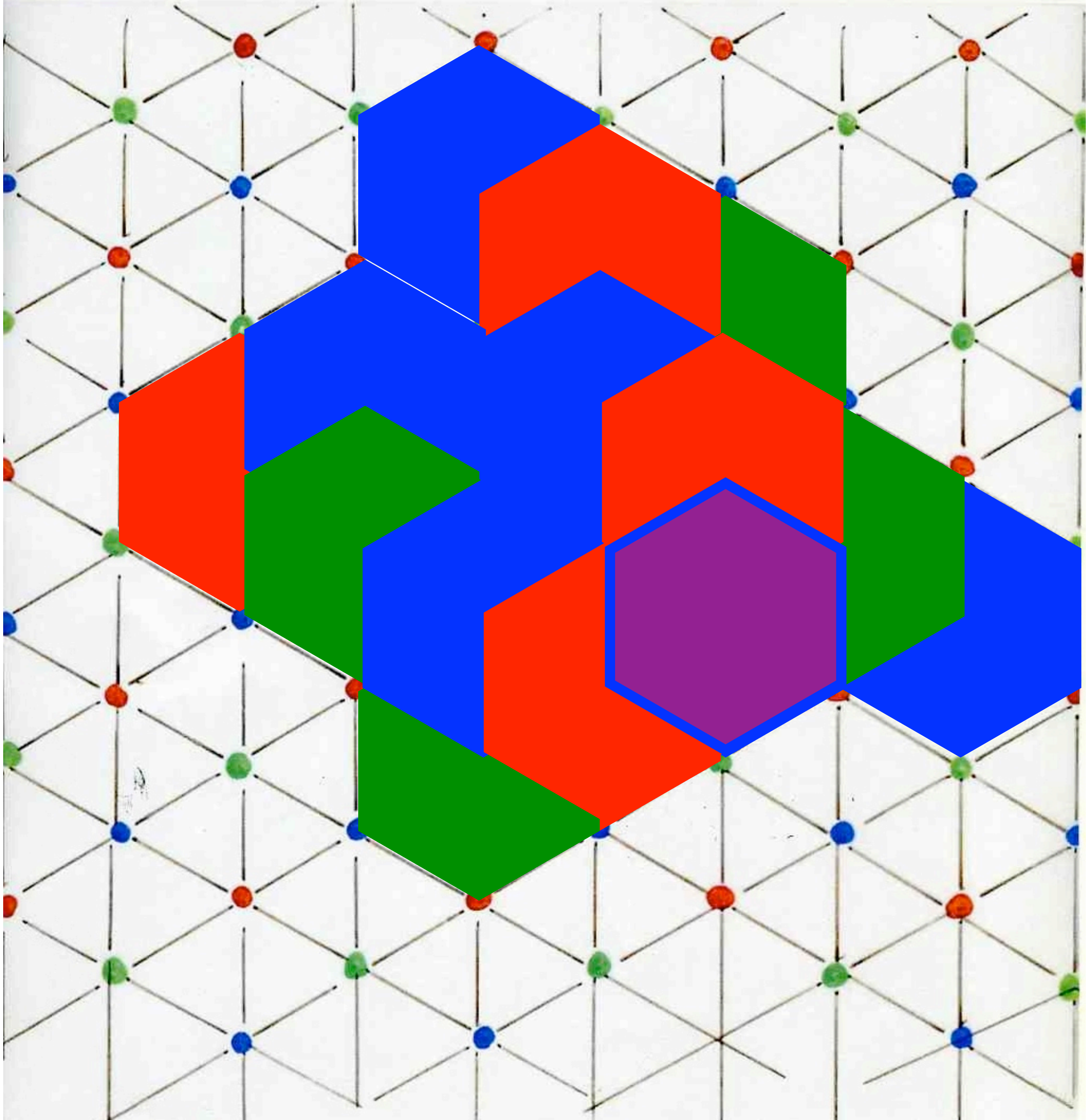
$$=\left(t+11t^{2}+55t^{33}+165t^{4}+330t^{5}+462t^{6}+462t^{7}+330t^{8}+165t^{9}+55t^{10}+11t^{11}+t^{12}\right)$$

$-p(-t) = y$

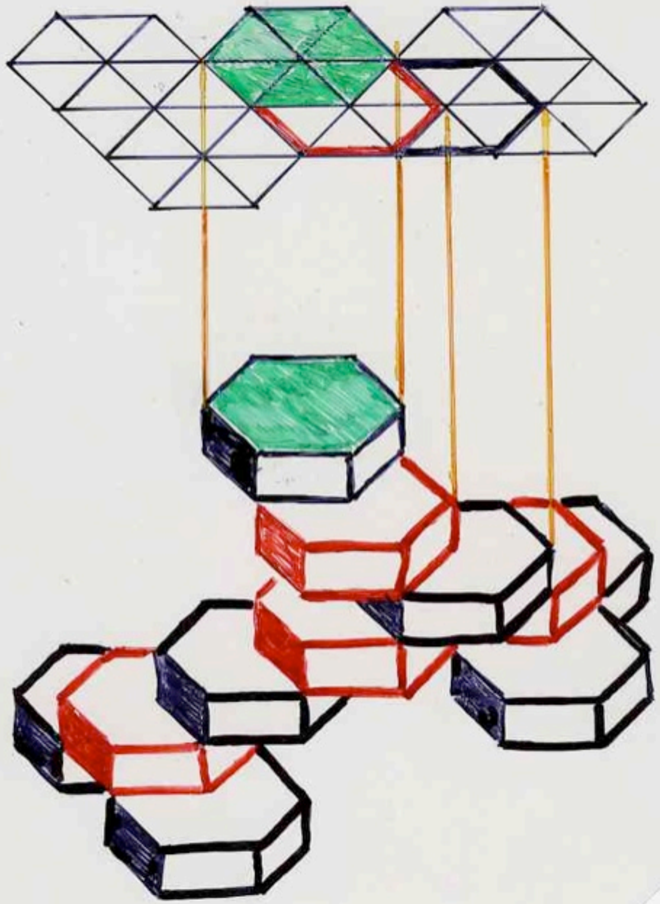


ЖС.

El concepto de apilamiento de piezas



$-p(-t) = y$

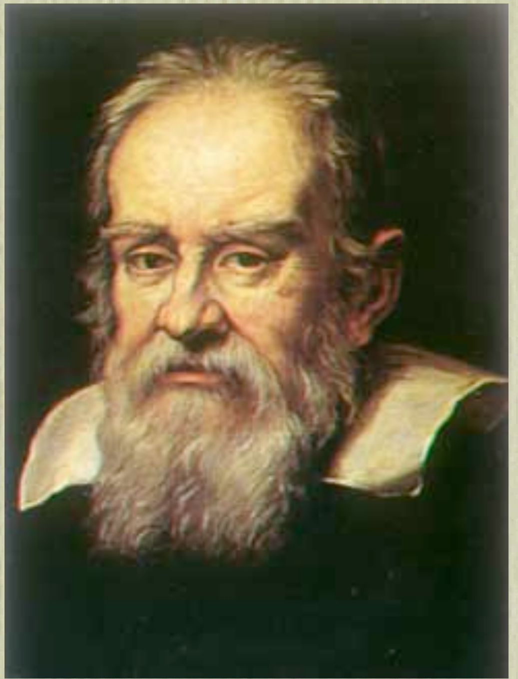


física combinatoria

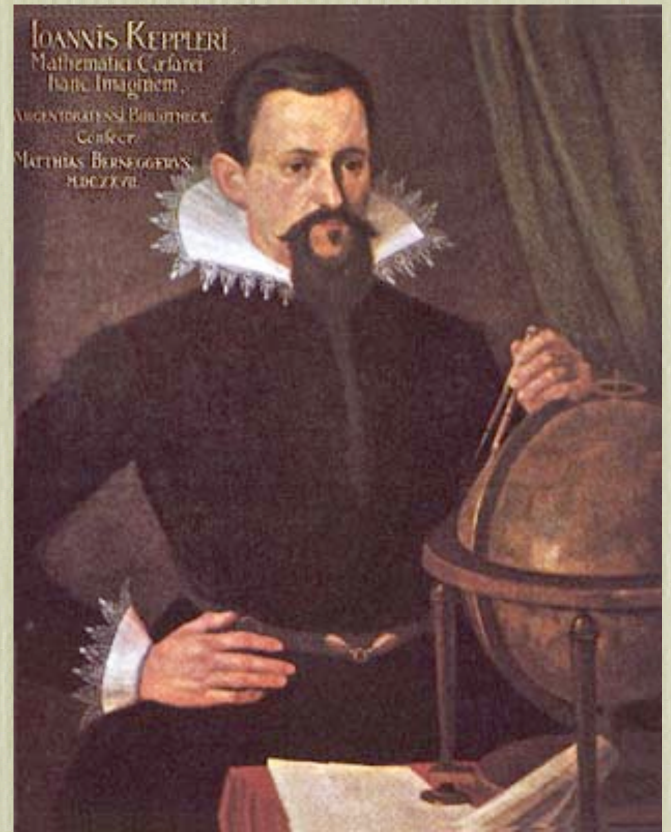
PABLO NERUDA

Lo «infinitamente grande»...

Árboles
en las
estrellas...



Galileo Galilei
1564-1642



Johannes Kepler
1571 - 1630

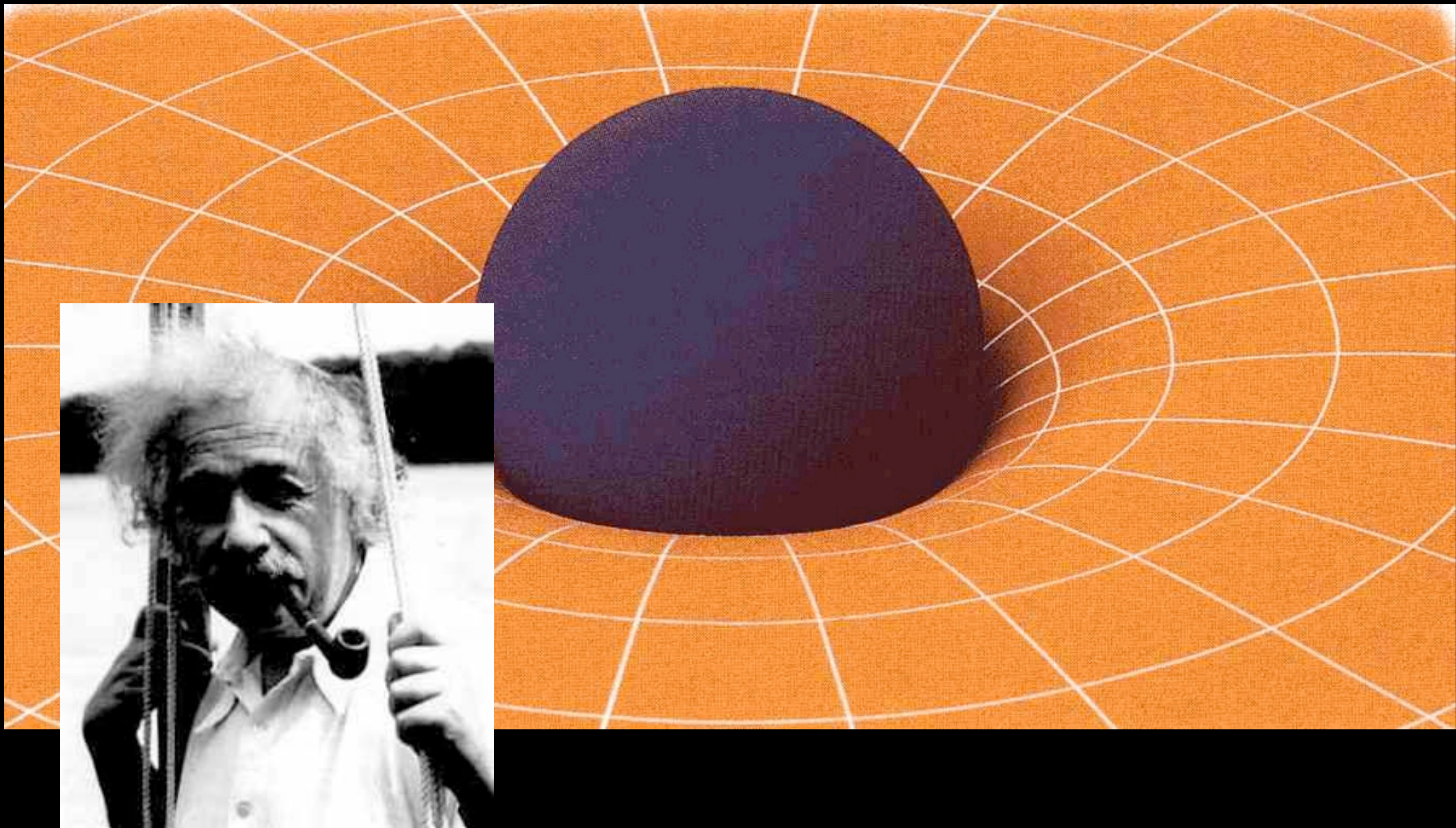
Isaac Newton
1643-1727

La geometría clásica griega, geometría Euclidiana

mecánica «clásica».

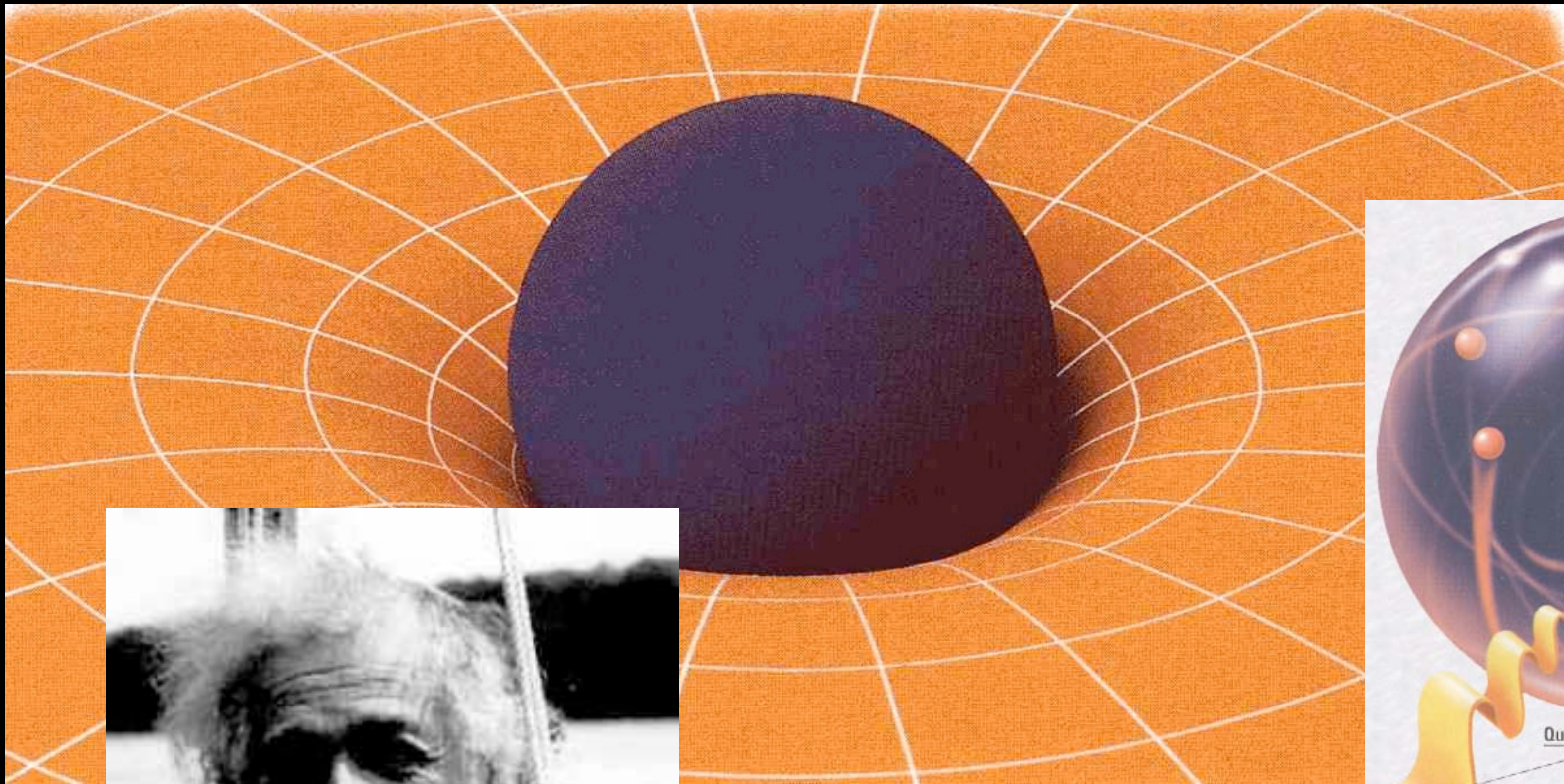
la relatividad general

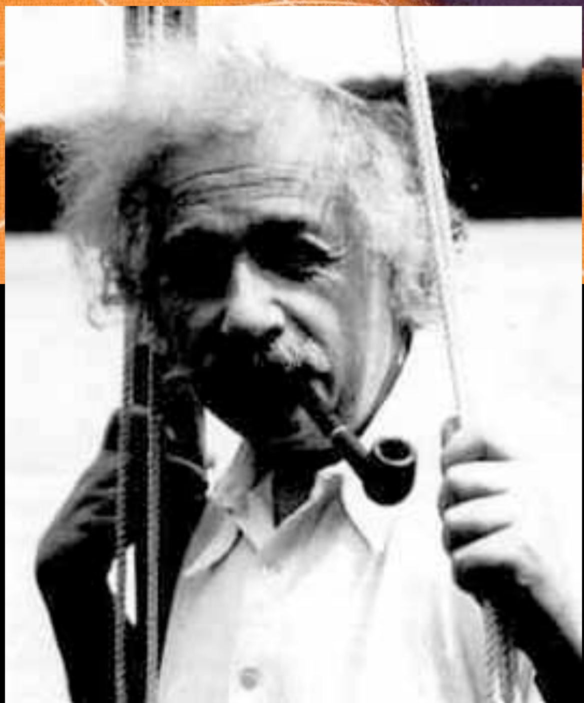
espacio-tiempo plano, espacio-tiempo curvo

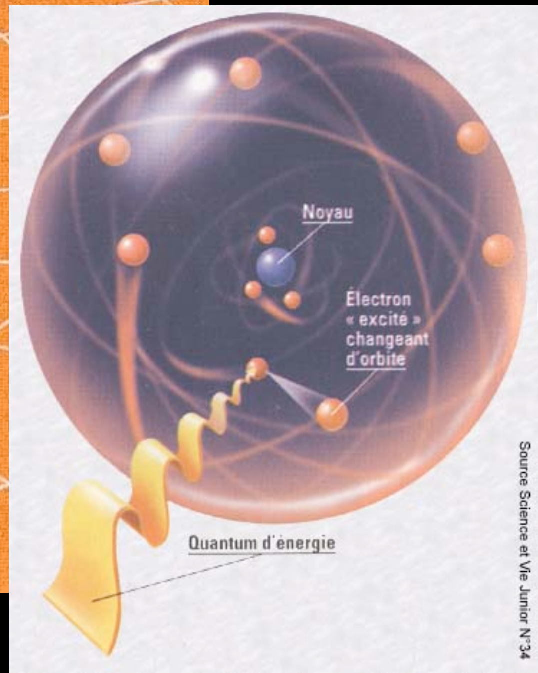


la relatividad general

mecánica cuántica







La gravitación cuántica

teoría de las cuerdas

una partícula como una cuerda de violín,
¿... como una cuerda vibrante?
cada partícula corresponde a una frecuencia dada

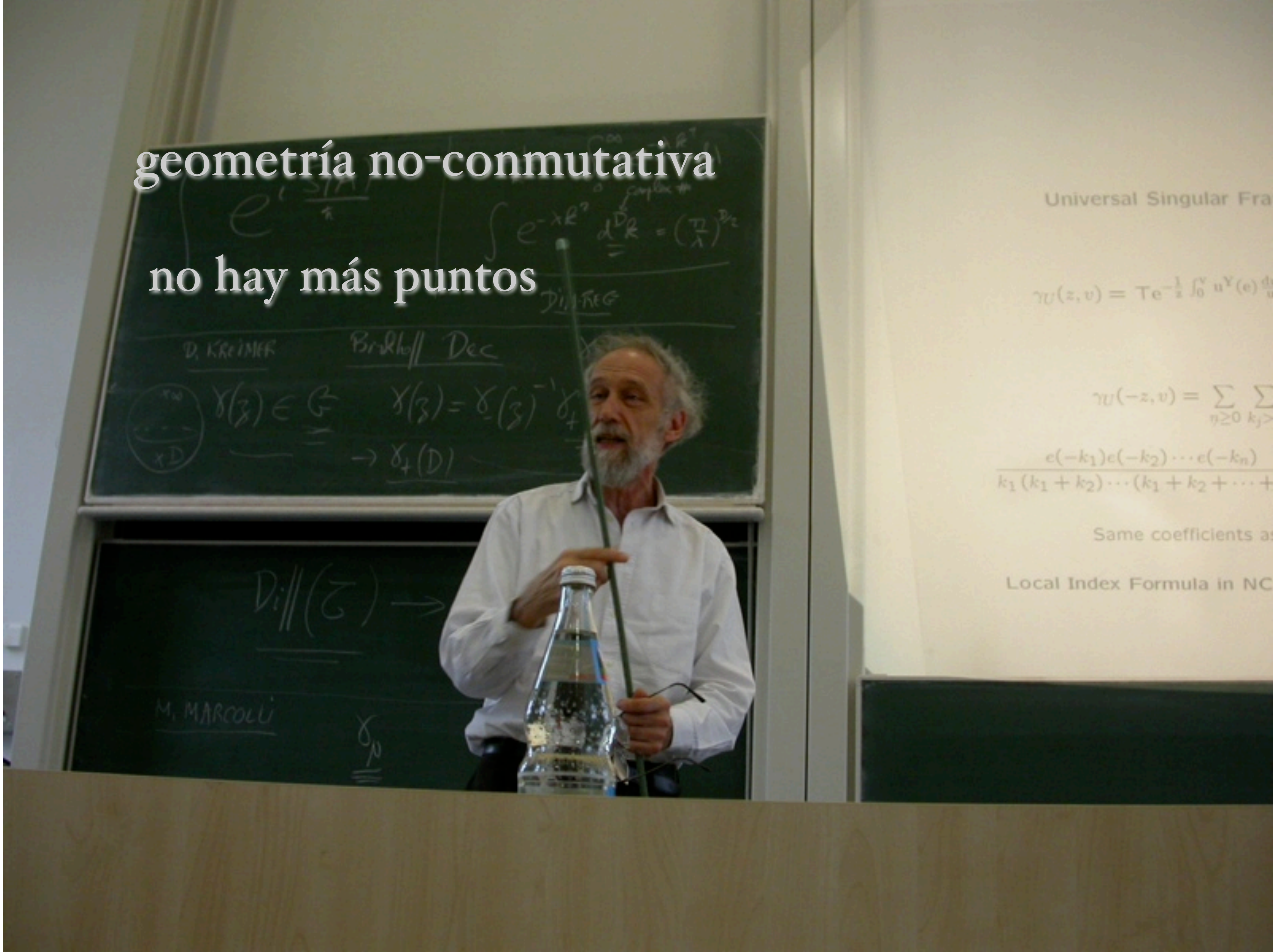
número de Catalan ?

Alain Connes

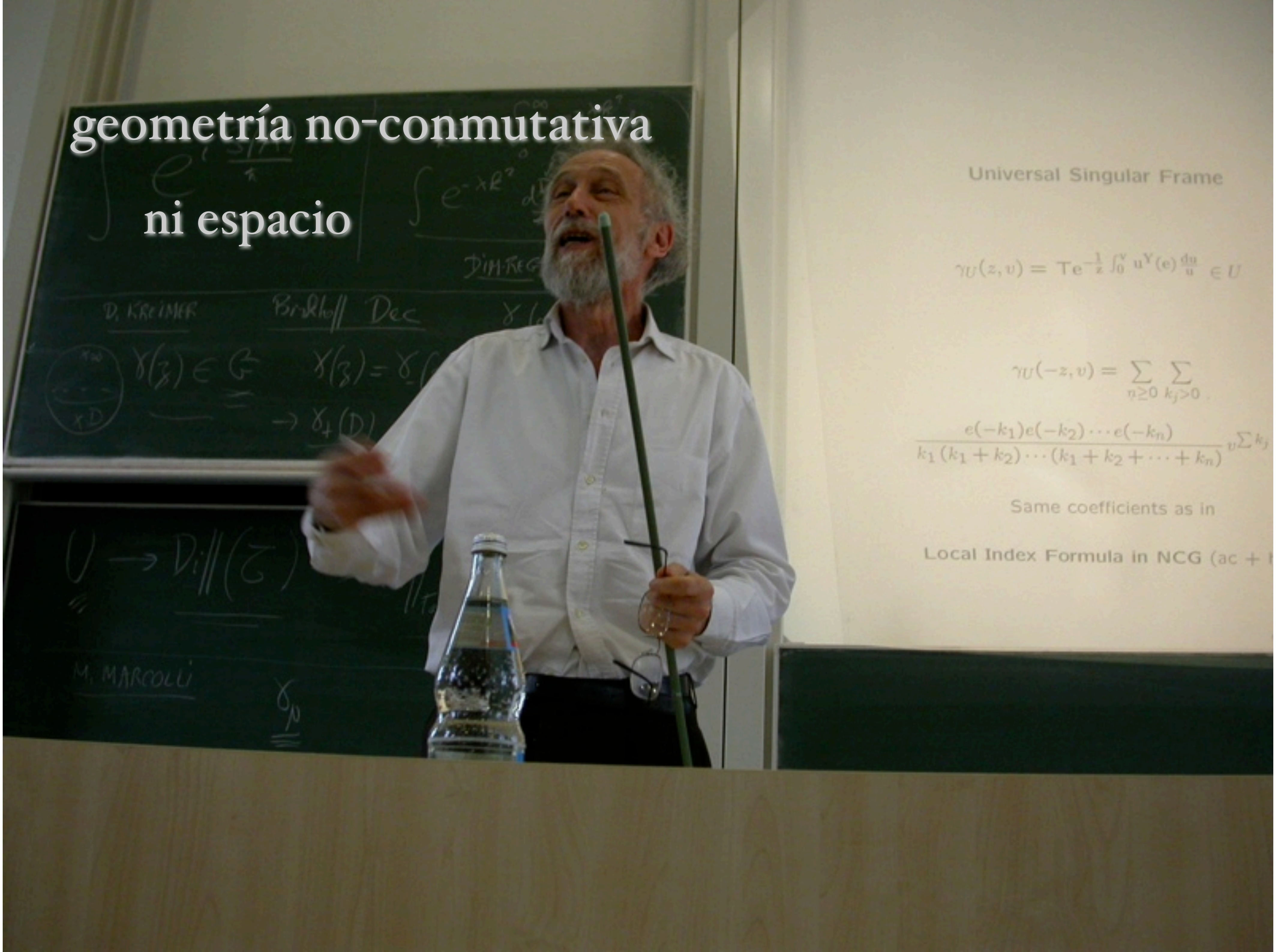
geometría no-conmutativa

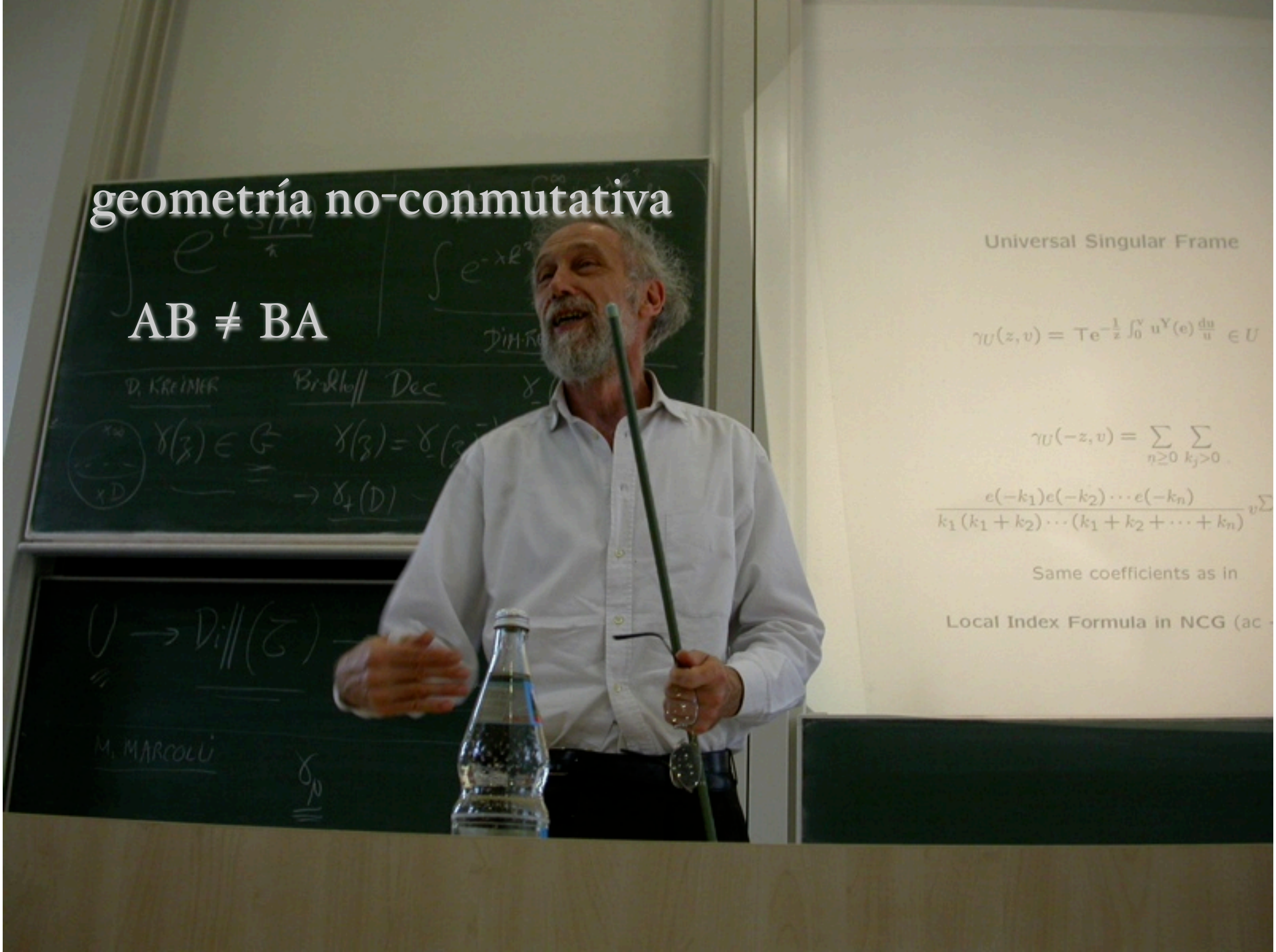
geometría no-conmutativa

no hay más puntos



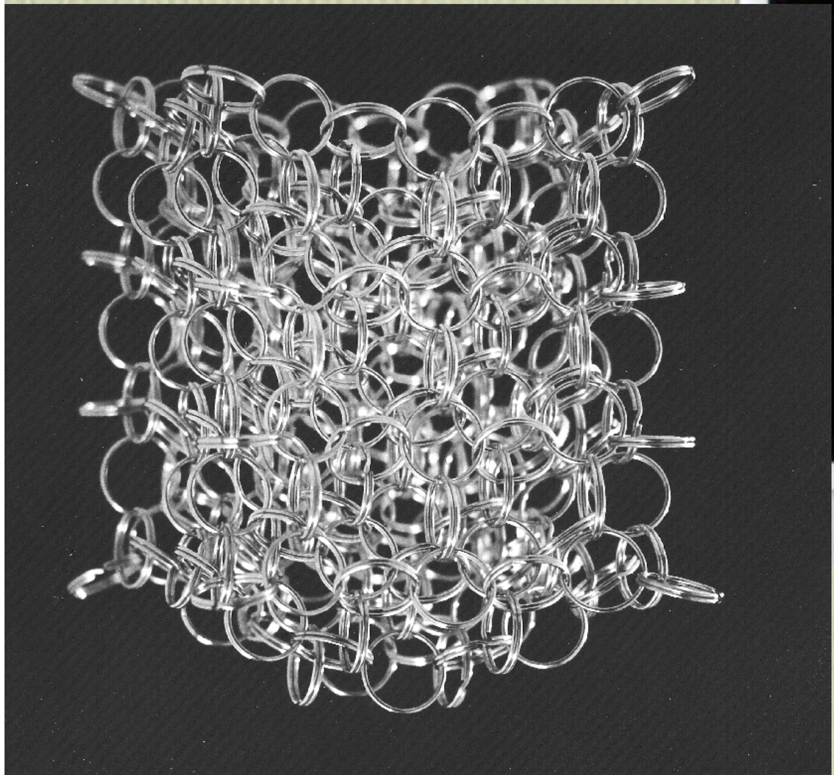

geometría no-conmutativa
ni líneas rectas
D. KREIMER
Birkhoff Dec
DIM-REG
M. MARCOLLI
Universal Singular Frame
Same coefficients as in
Local Index Formula in NCG (ac +


geometría no-conmutativa
ni espacio
Universal Singular Frame
Same coefficients as in
Local Index Formula in NCG (ac +
D. KREIMER
Birkhoff Dec
M. MARCOLLI


geometría no-conmutativa
AB ≠ BA
Universal Singular Frame
Same coefficients as in
Local Index Formula in NCG

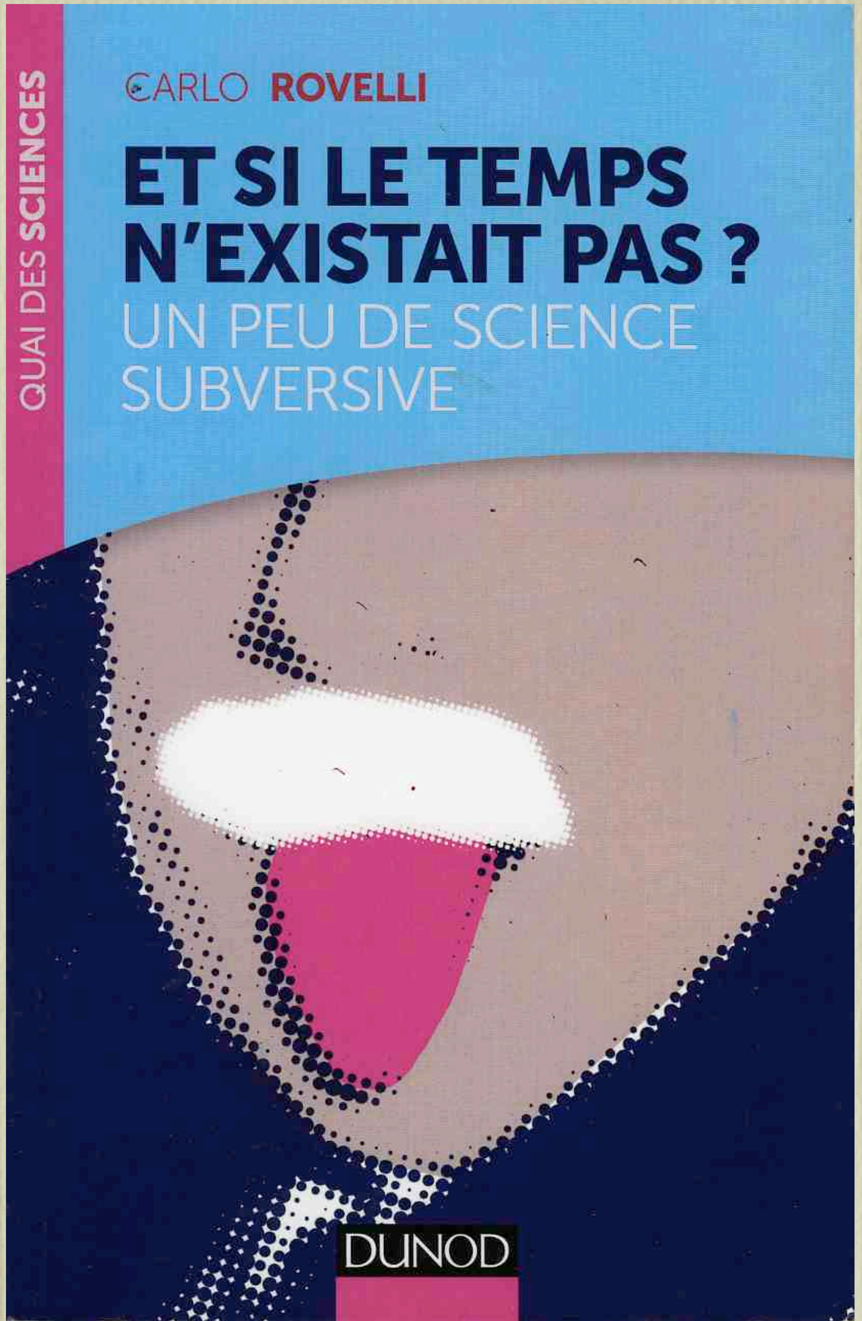

geometría no-conmutativa
AB BA
tiempo
Universal Singular Frame
Same coefficients as in
D. KREIMER
M. MARCOLLI
DIM-REG

gravitación cuántica con lazos



Carlo Rovelli

¿Y si el tiempo no existiera?

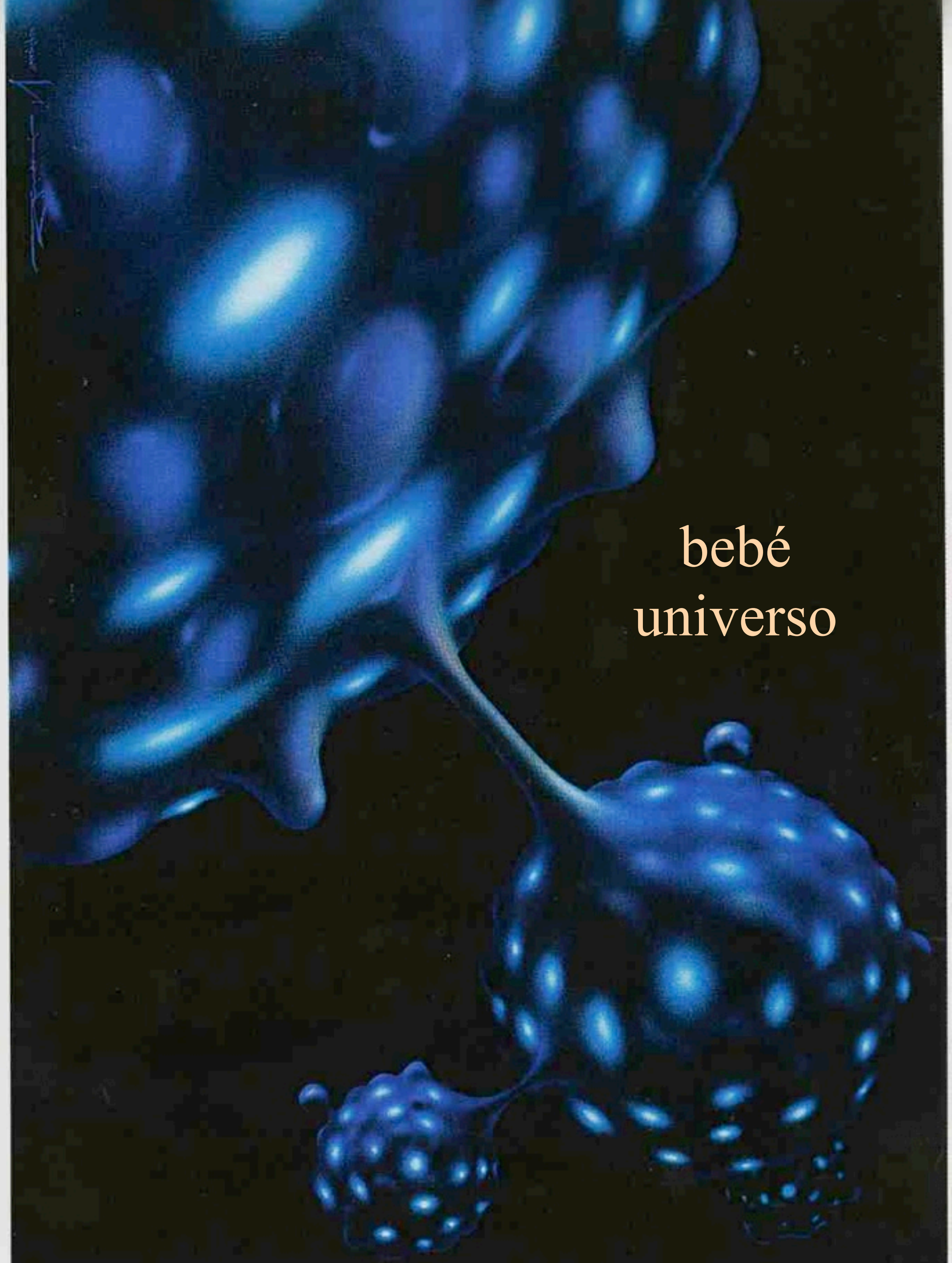


¿Y si el tiempo
no existiera?


espuma del
espacio - tiempo

Dessin
S. Numazawa

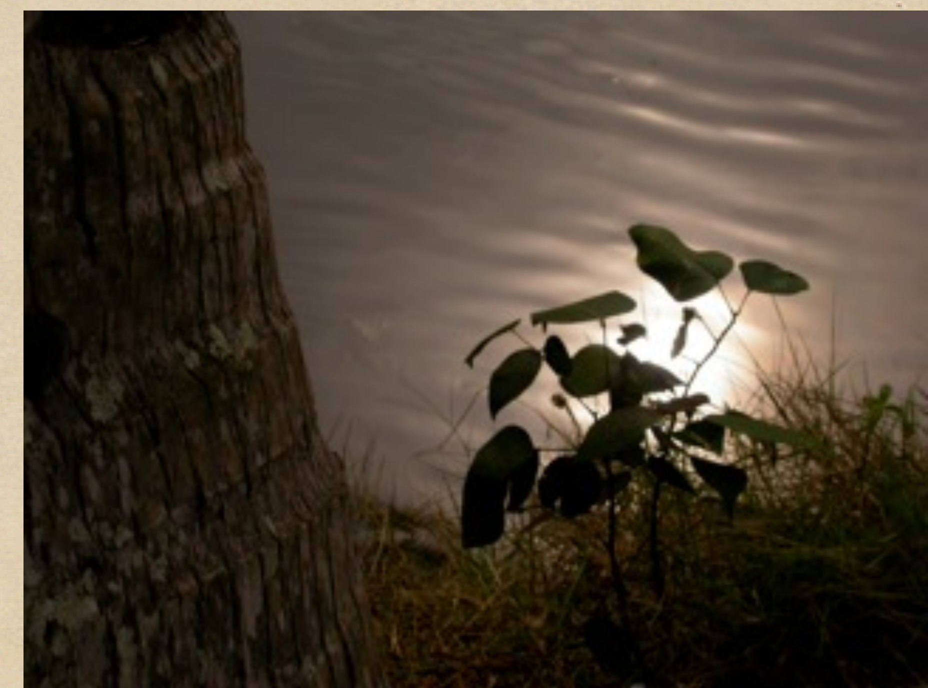
Ciel & Espace



WILLIAM BLAKE

la gravitación cuántica

triangulaciones causales dinámicas



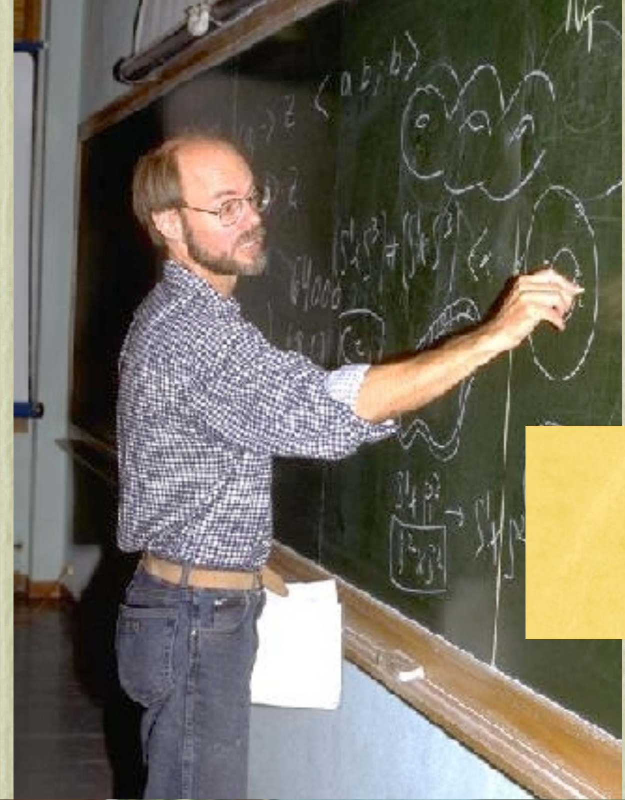
Deepak Dhar
TIFR Bombay

Xavier,
deberías mirar
estos artículos

- J. Ambjørn, R. Loll, "Non-perturbative Lorentzian quantum gravity and topology change", Nucl. Phys. B536 (1998) 407-434
  arXiv: hep-th/9805108

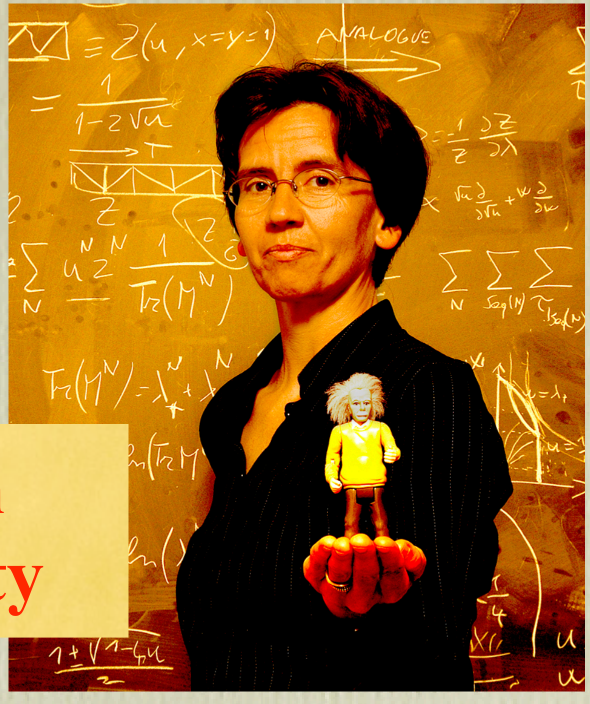
- P. Di Francesco, E. Guitter, C. Kristjansen, Integrable 2D Lorentzian gravity and random walks", Nucl. Phys. B 567 (2000) 515-553
  arXiv: hep-th/9907084

gravitation quantique



J.Ambjørn

2D Lorentzian quantum gravity

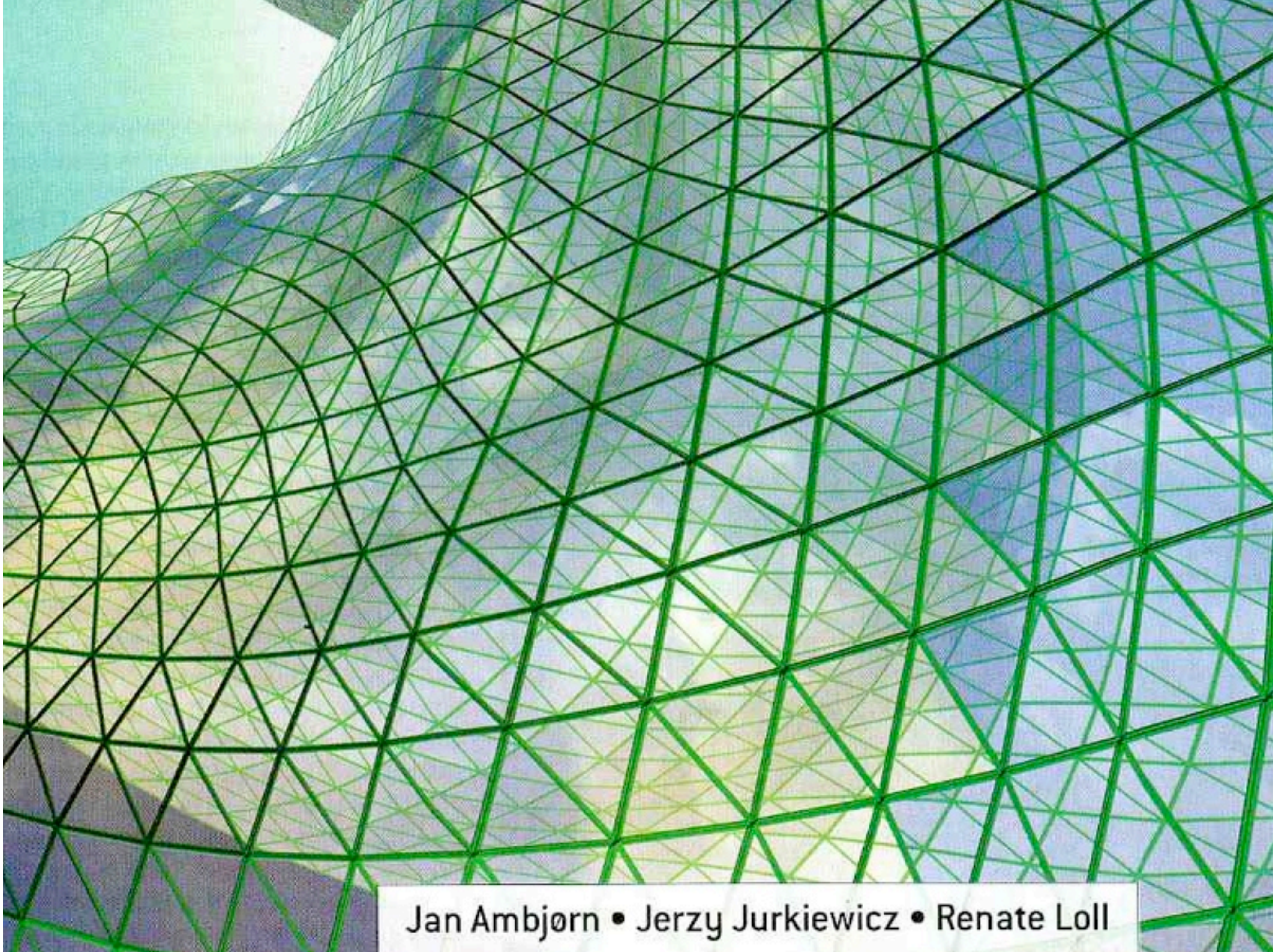


R. Loll

P. Di Francesco

E.Guitter

C. Kristjansen



Jan Ambjørn • Jerzy Jurkiewicz • Renate Loll

POUR LA SCIENCE

pourlascience.com

Septembre 2008

Édition française de Scientific American

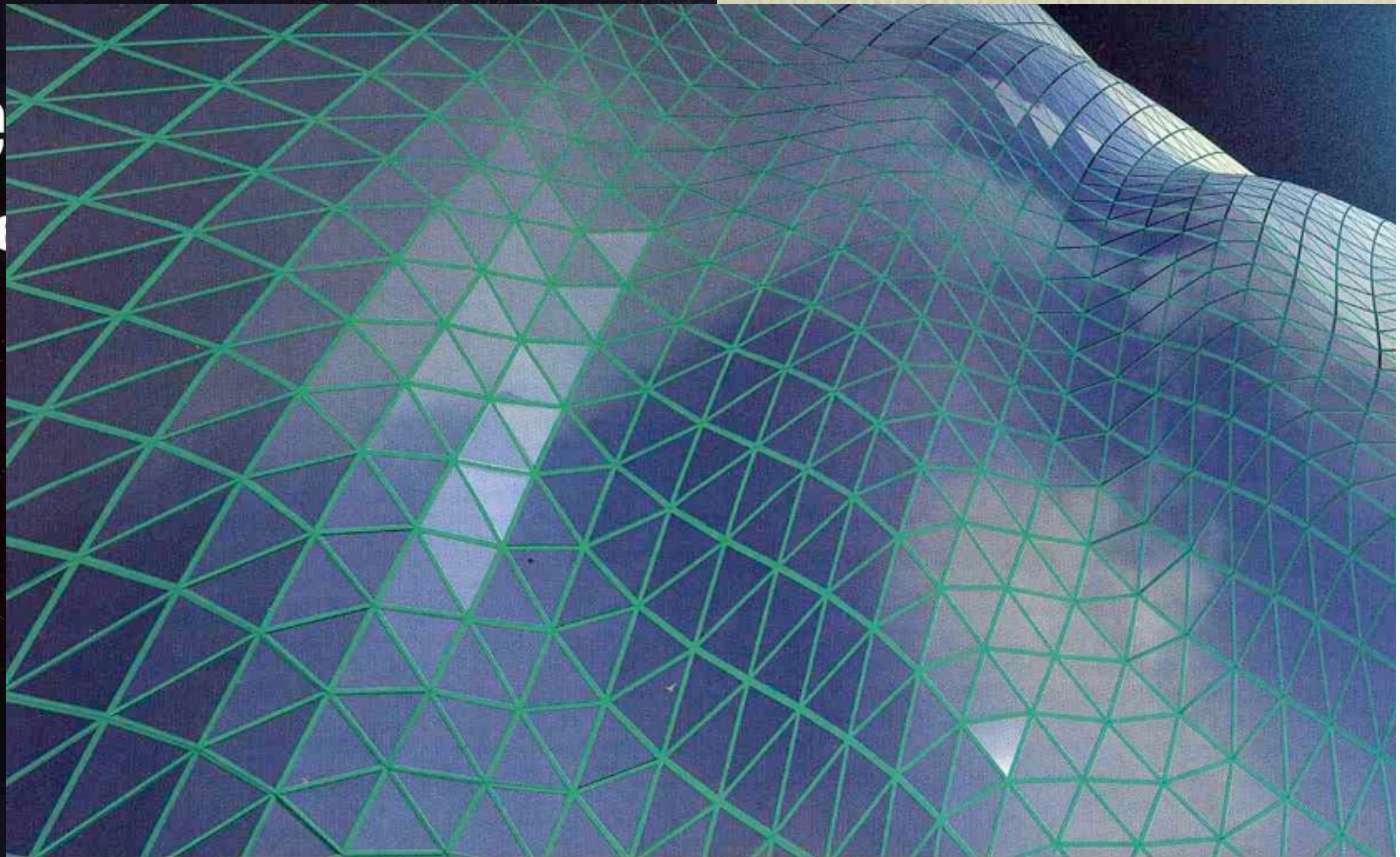
Le ve

Des algue

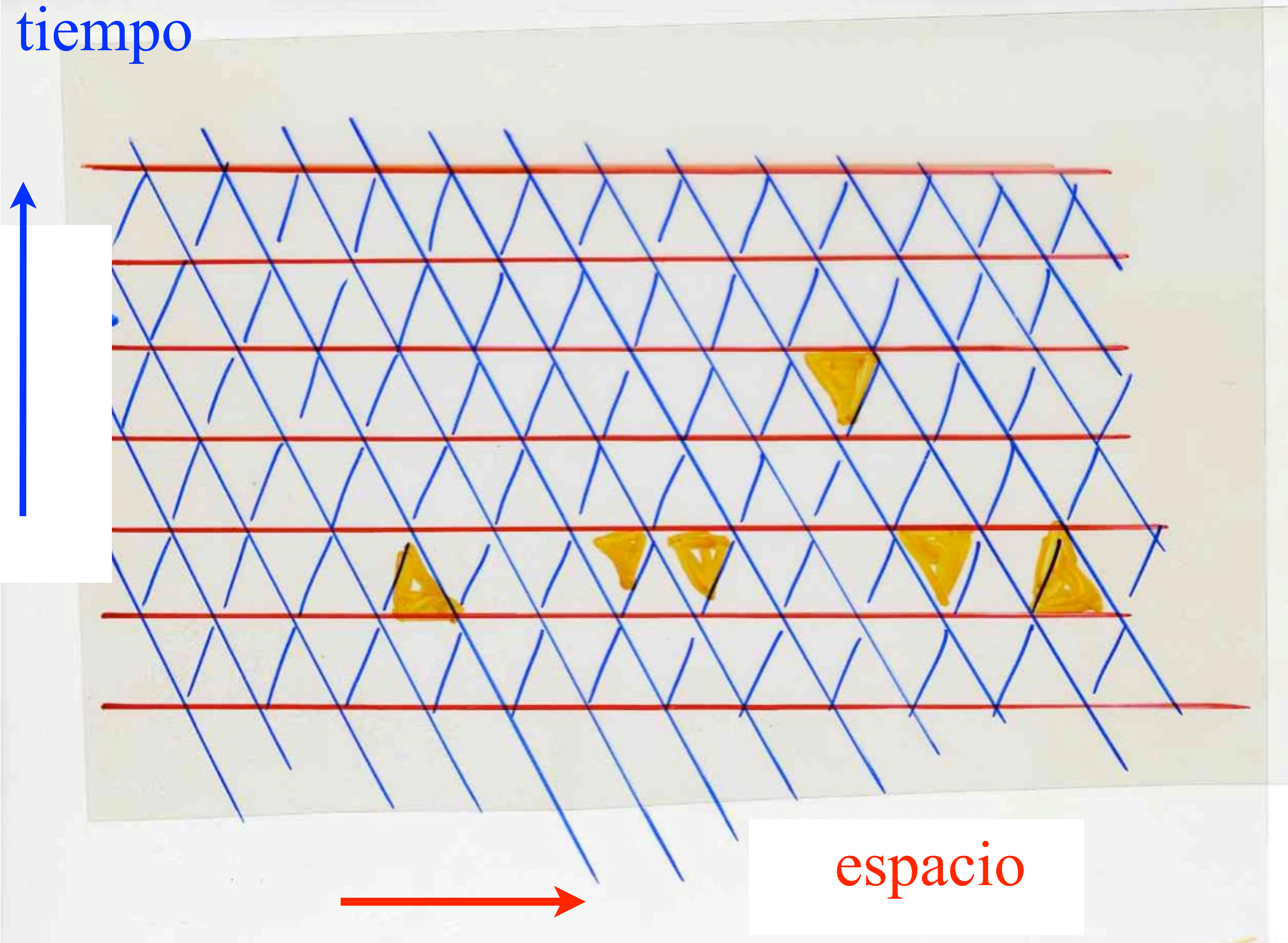
- L'Univers quantique auto-organisé
- Que s'est-il passé à Toungouska il y a 100 ans ?
- Comment détecter les images truquées
- D'où viennent les larves ?

M 02687 - 371 - F: 5,95 €

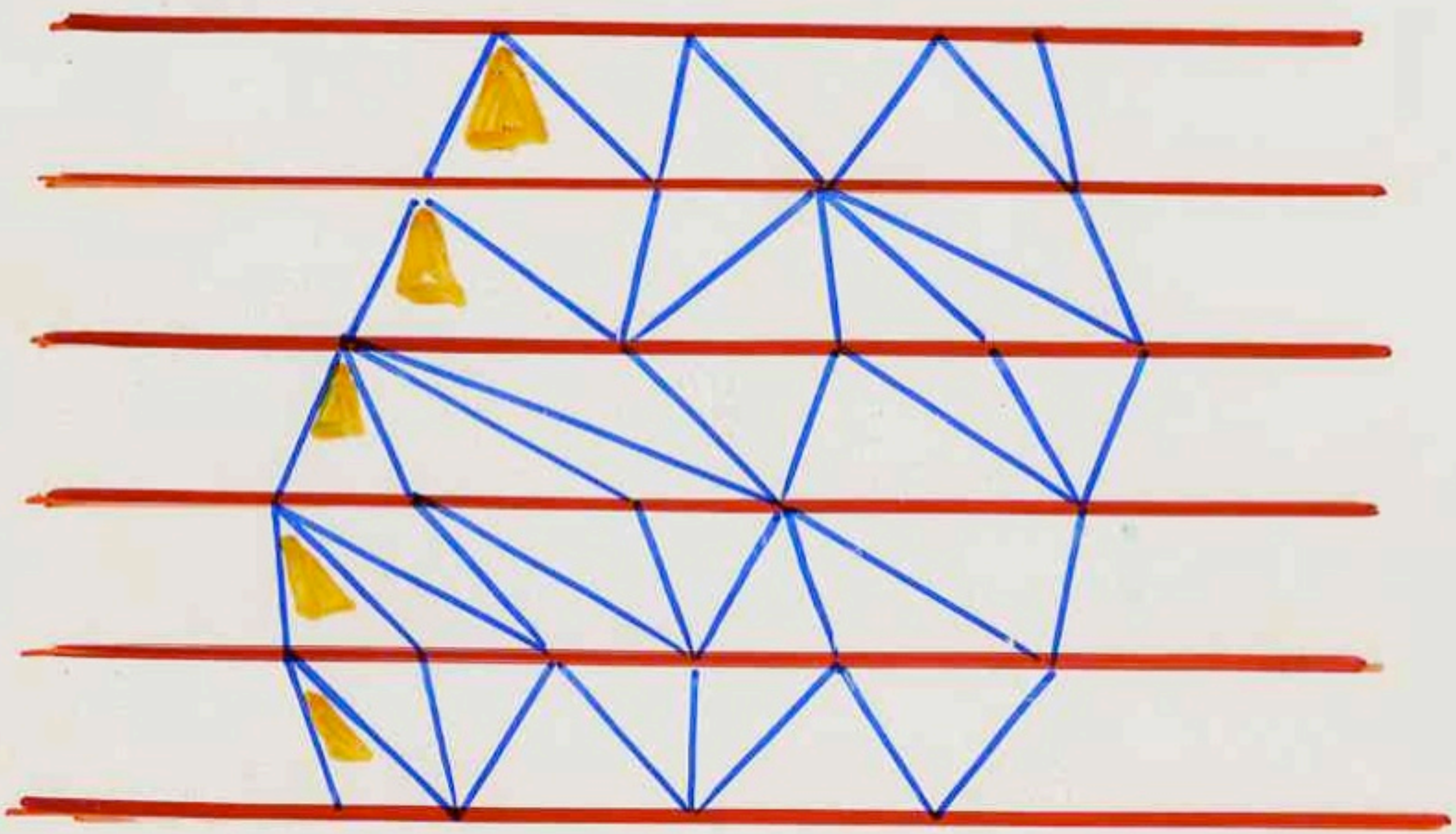
And : 5.95 € - Bel/Lux : 7.10 € - Ita/Port.Cont. : 7.10 € - D : 8.90 € - DOM surf : 7.15 € - DOM avion : 8.95 € - CH : 11.80 FS – CAN : 8.95 $ CAN - TOM surf : 940 F CFP – TOM avion: 1700 F CFP – MAY : 8.95 € - MAR : 55 DH.



L'univers quantique auto-organisé



tiempo
espacio



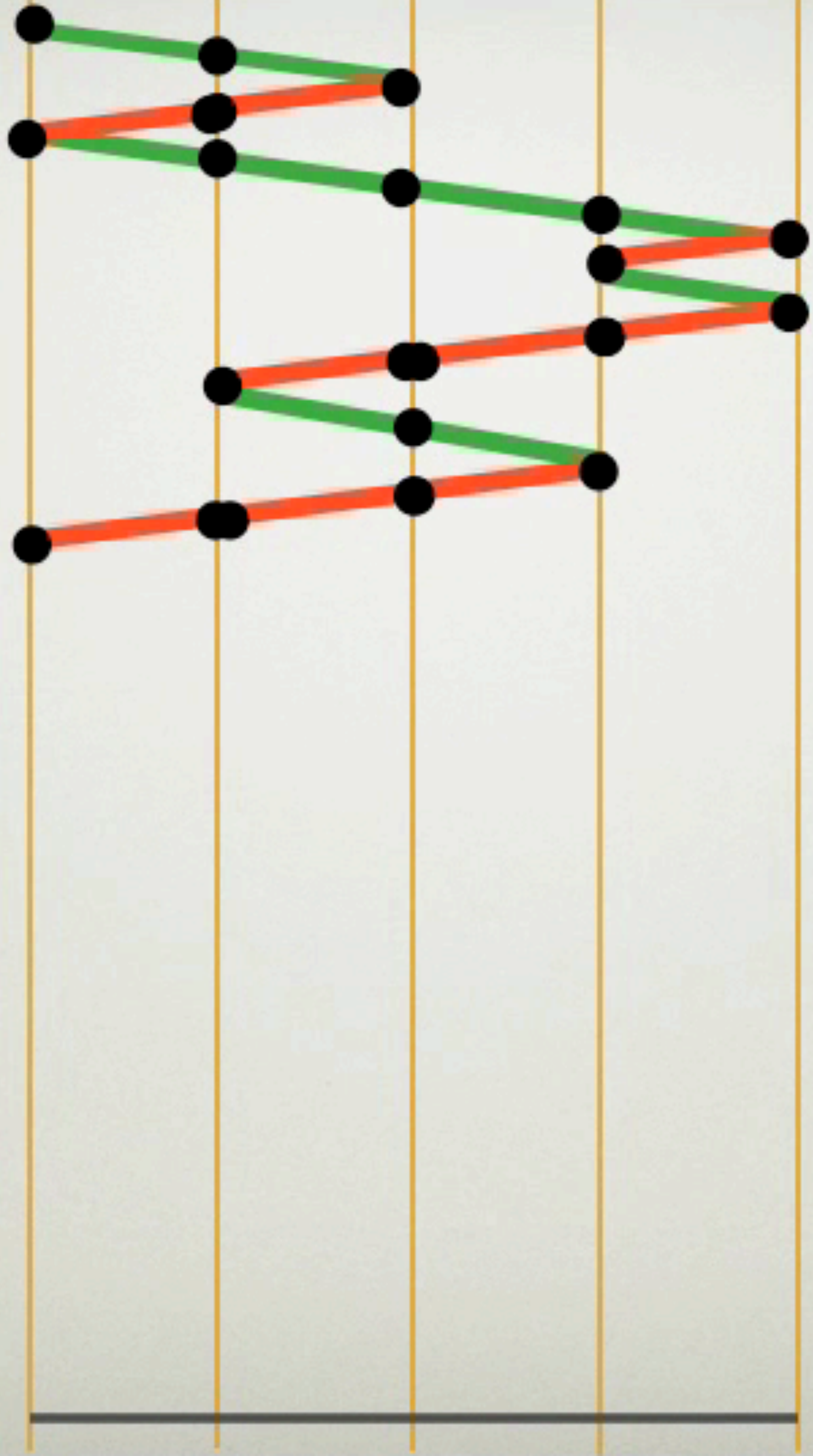
triangulación Lorentziana
causales dinámicas

Catalan number !

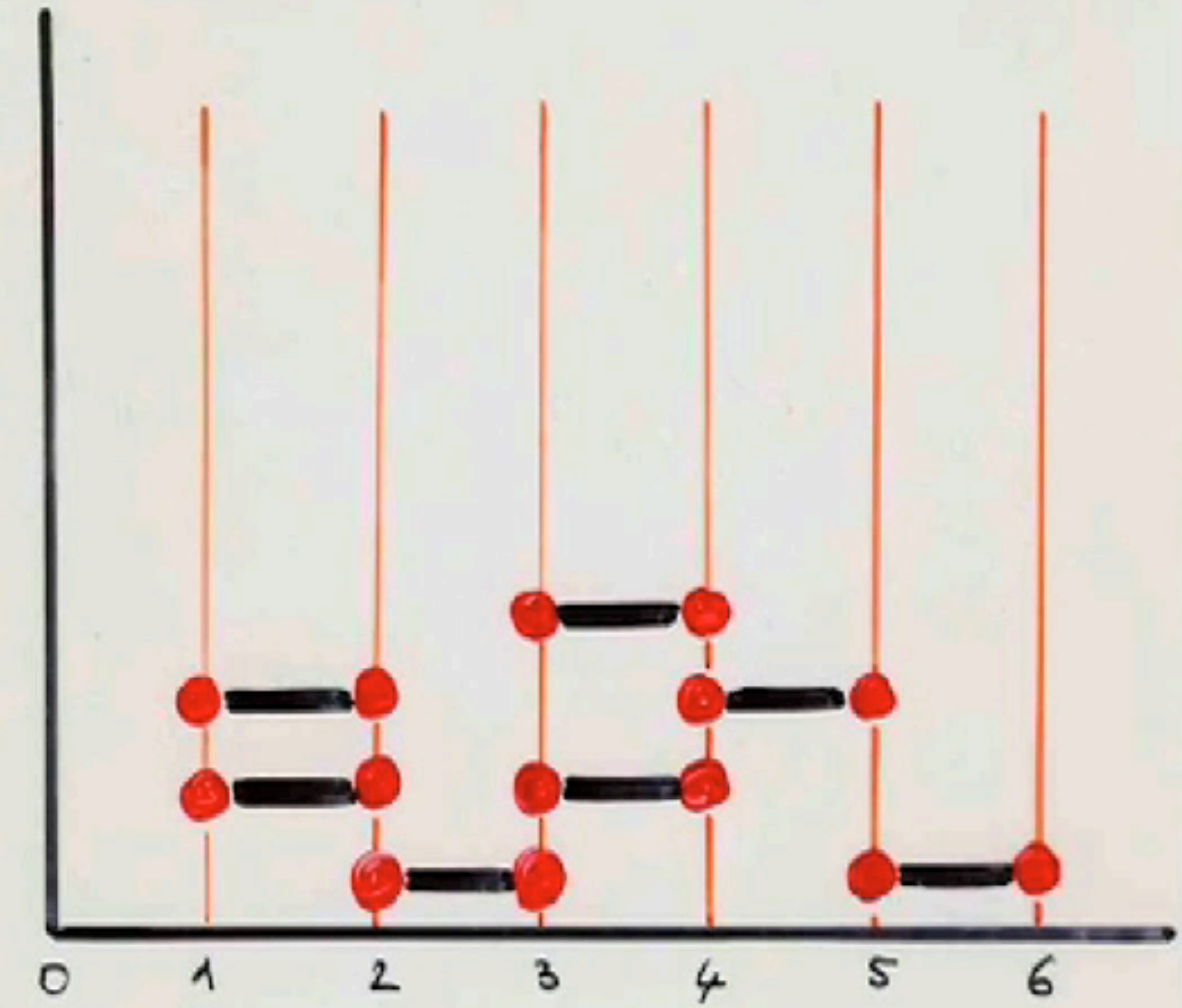
$$C_n = \frac{1}{(n+1)} \binom{2n}{n}$$

¡número de Catalan!

de los caminos de Dyck a los apilamientos de dominós



De una pirámide de dominós
a una
triangulación Lorentziana


0
1
2
3
4
5
6

Metamorfosis

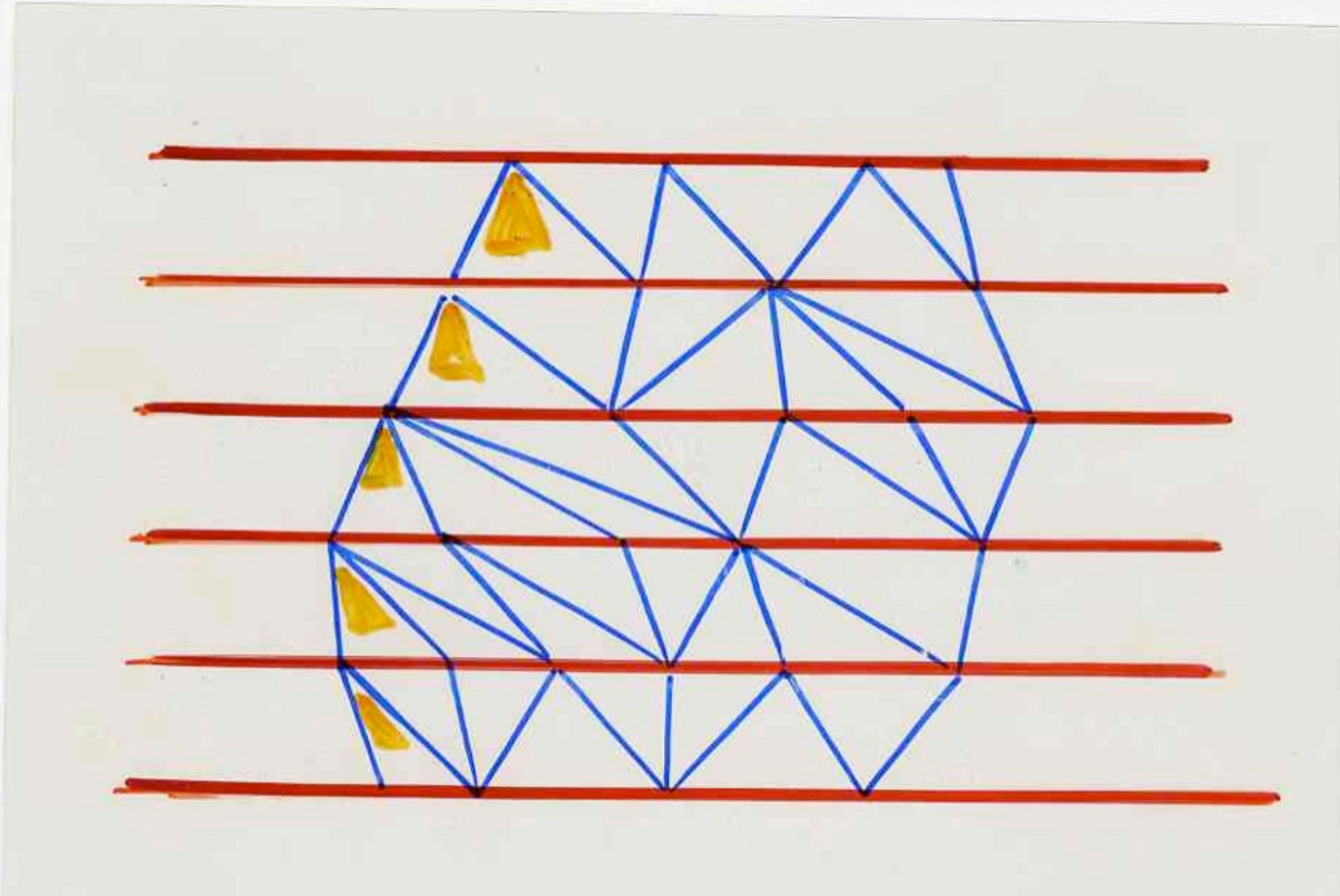
Triangulación

árboles binarios

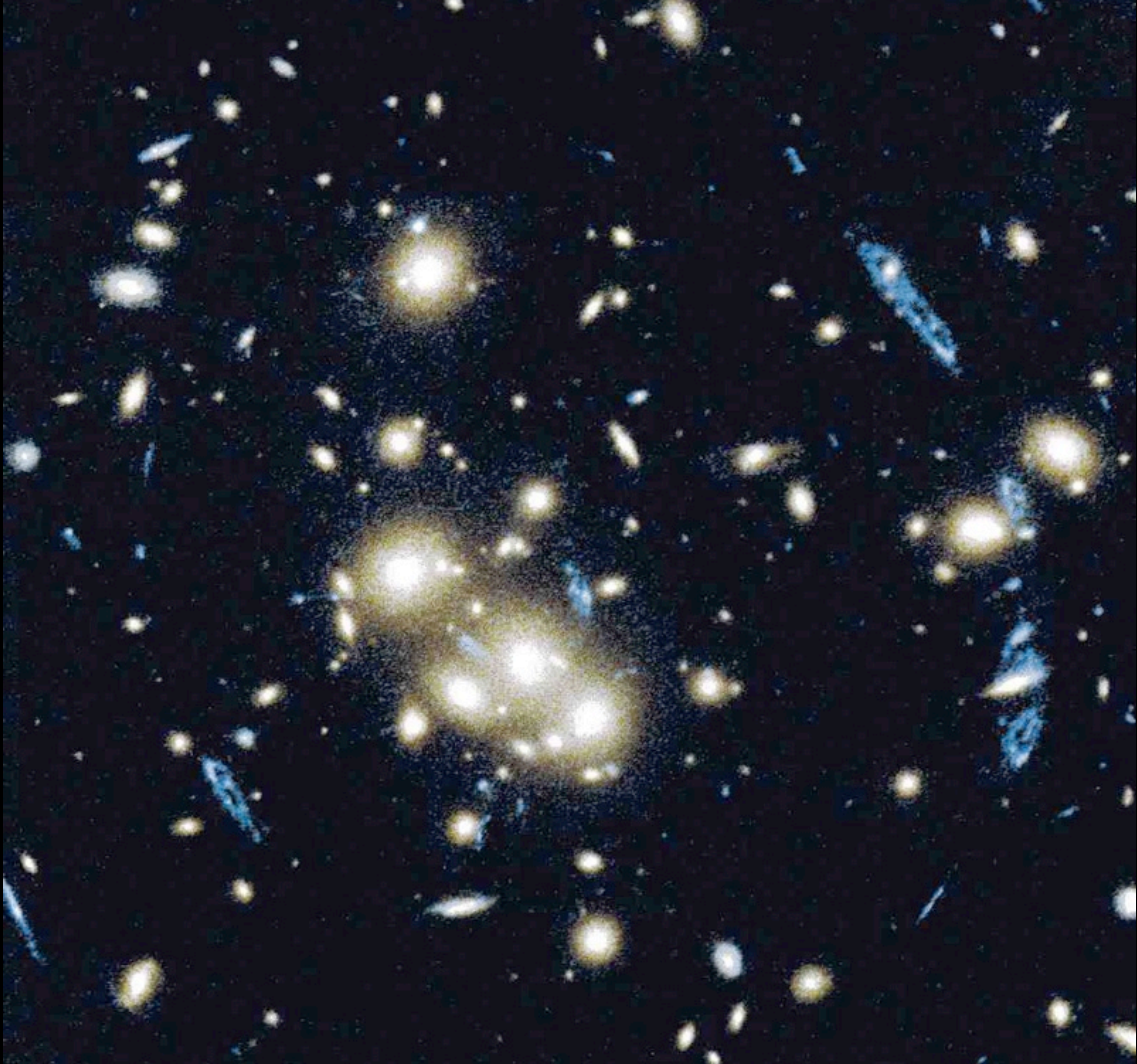
camino de Dyck

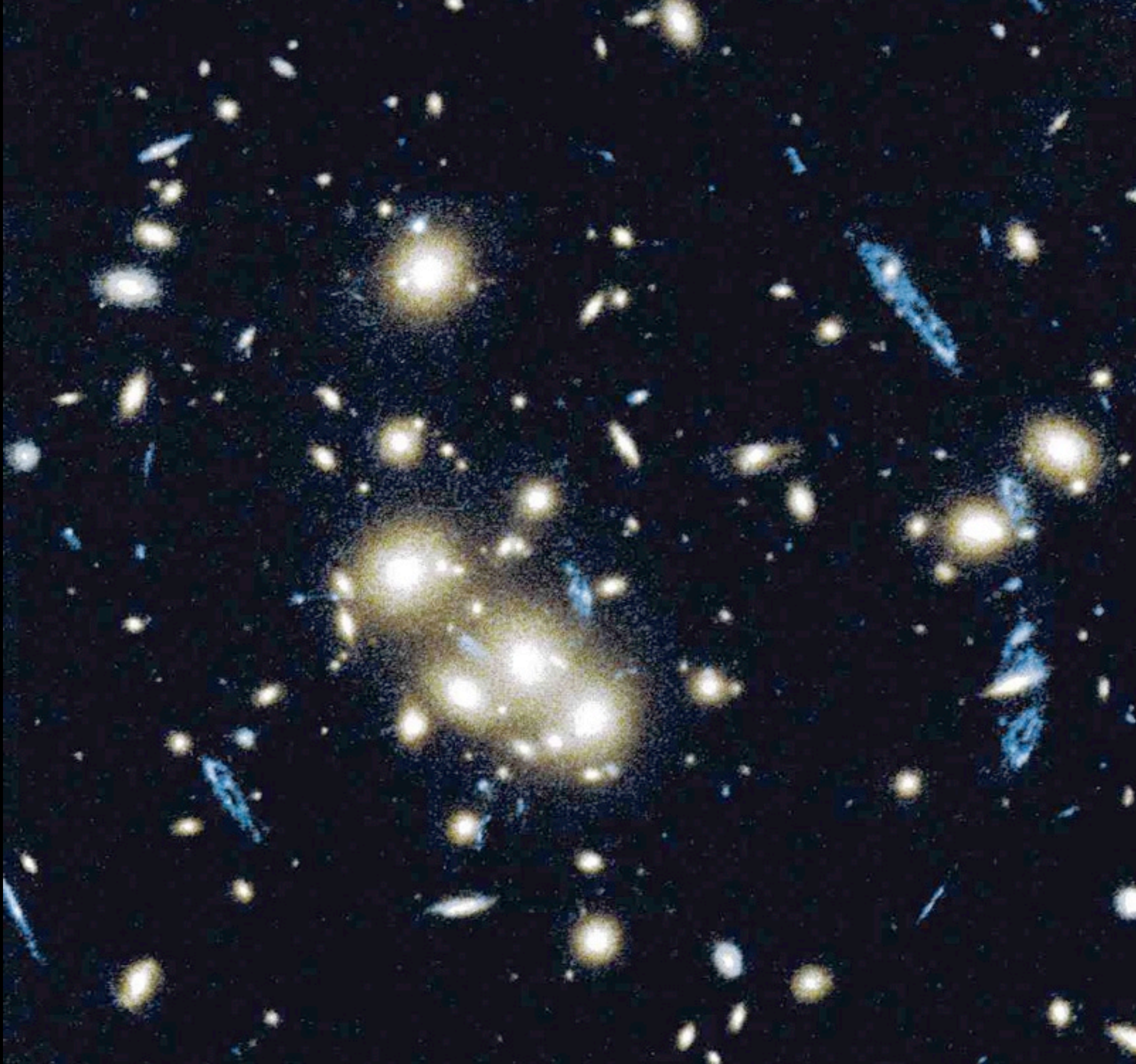
pirámide de dominós

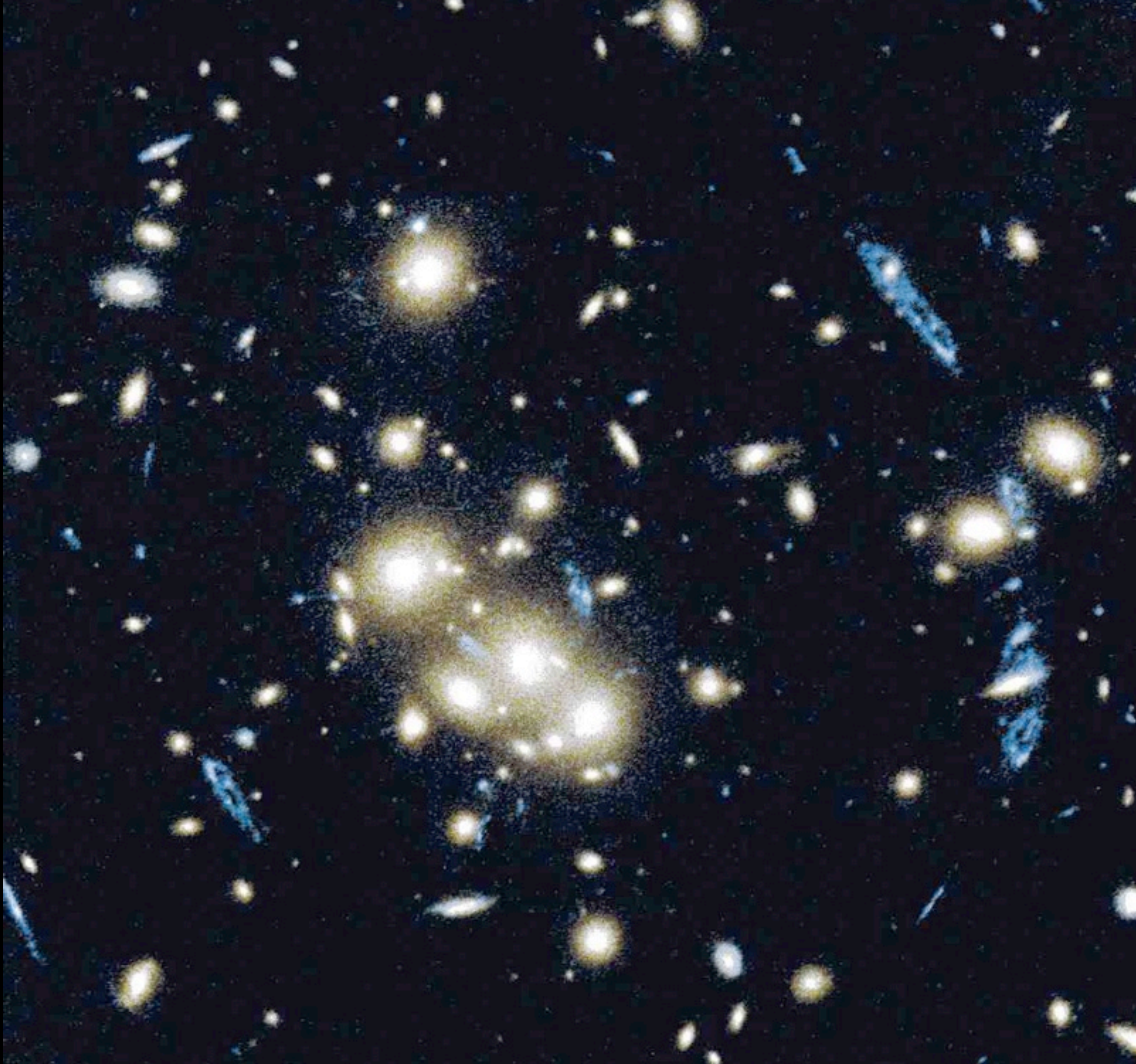
triangulación Lorentziana



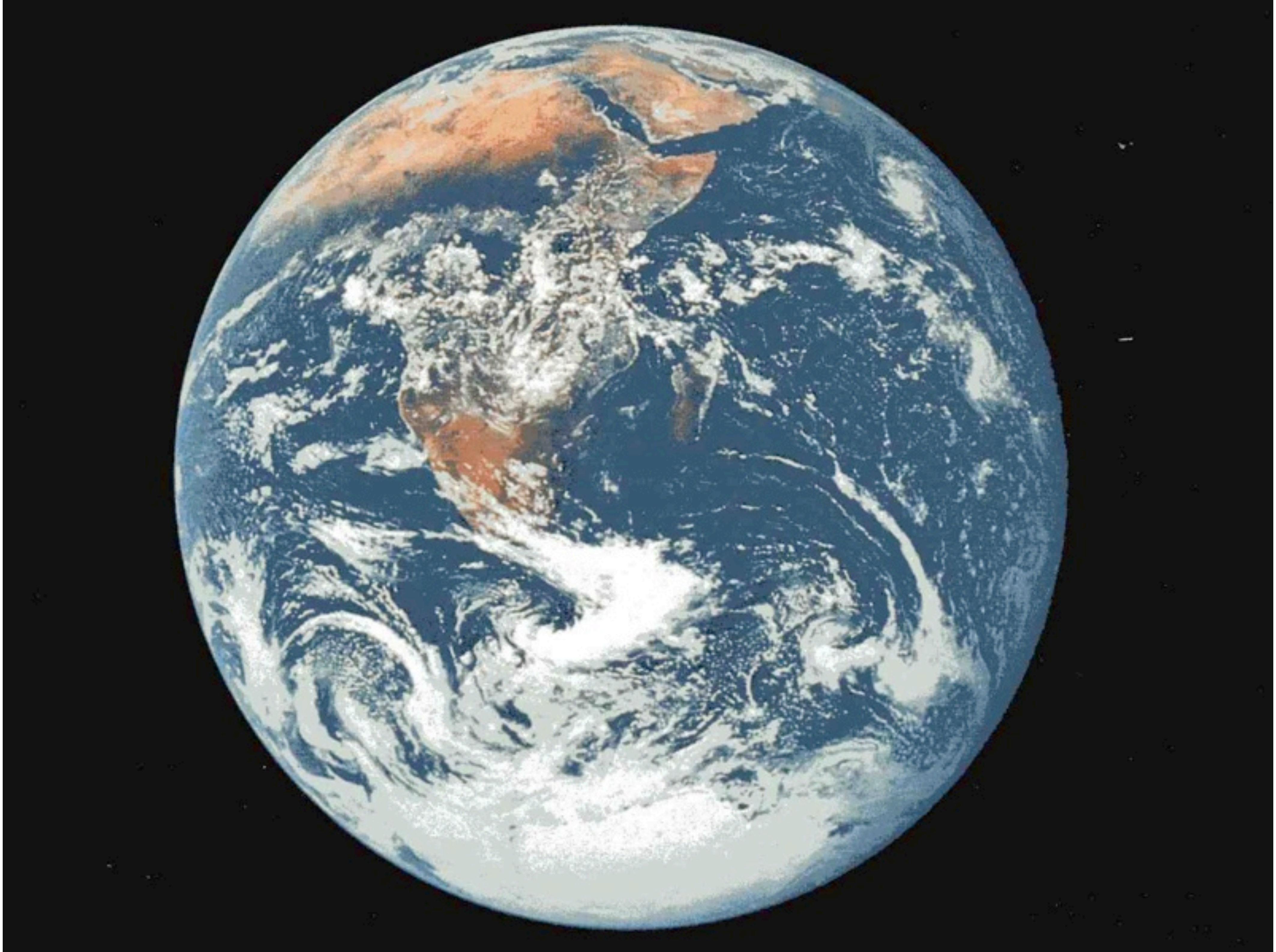
EL ESPACIO TIEMPO



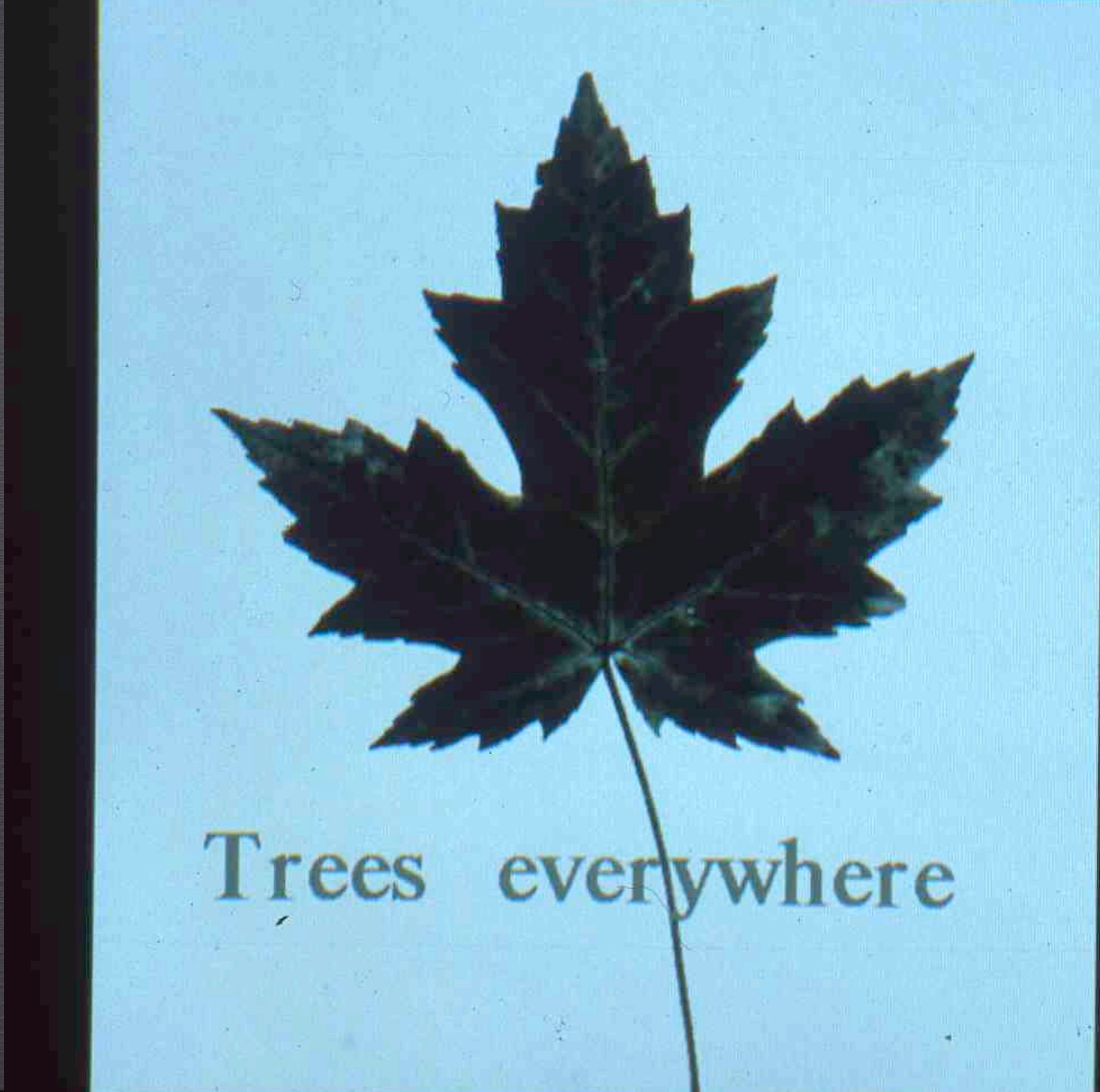


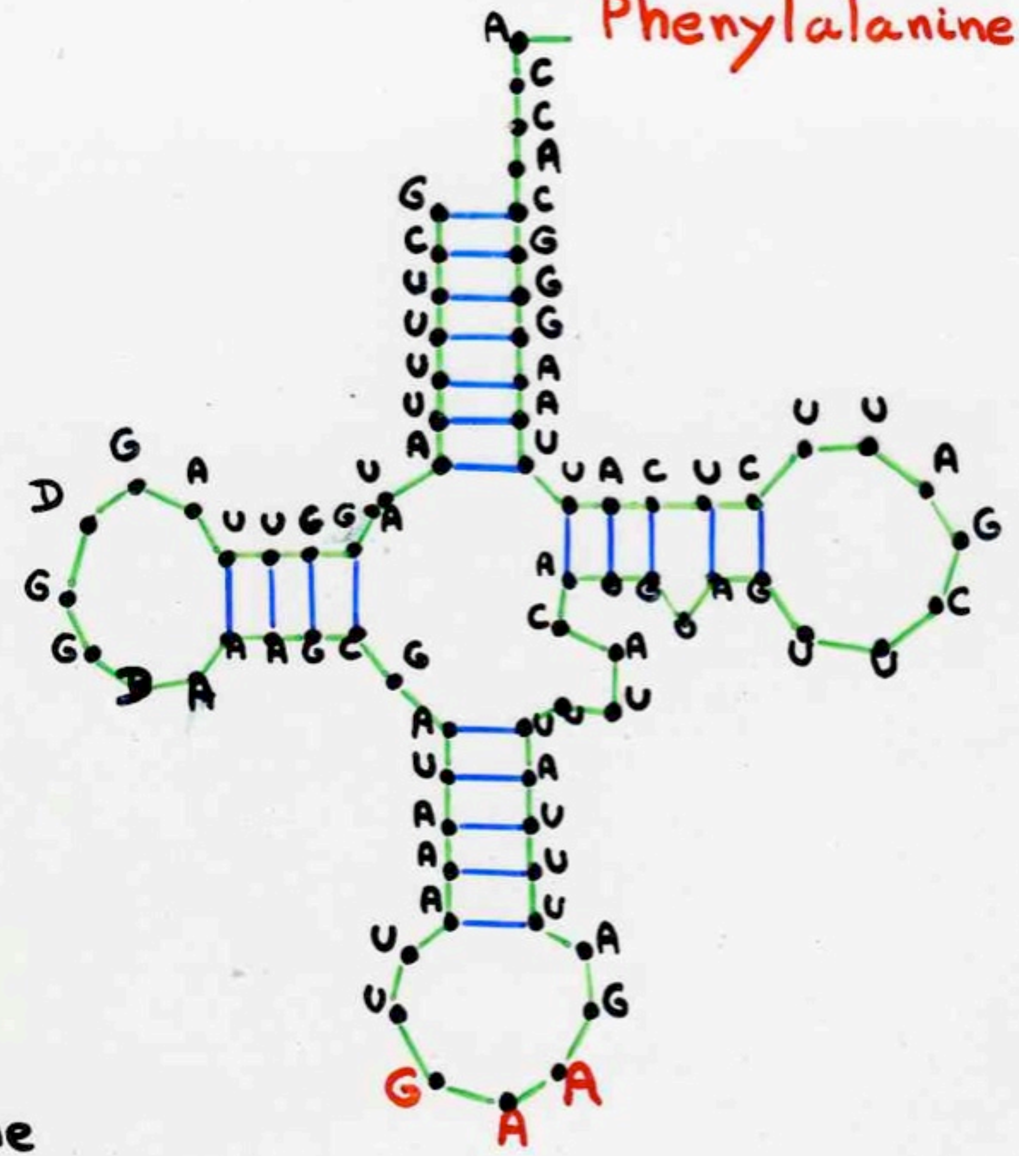



Epílogo



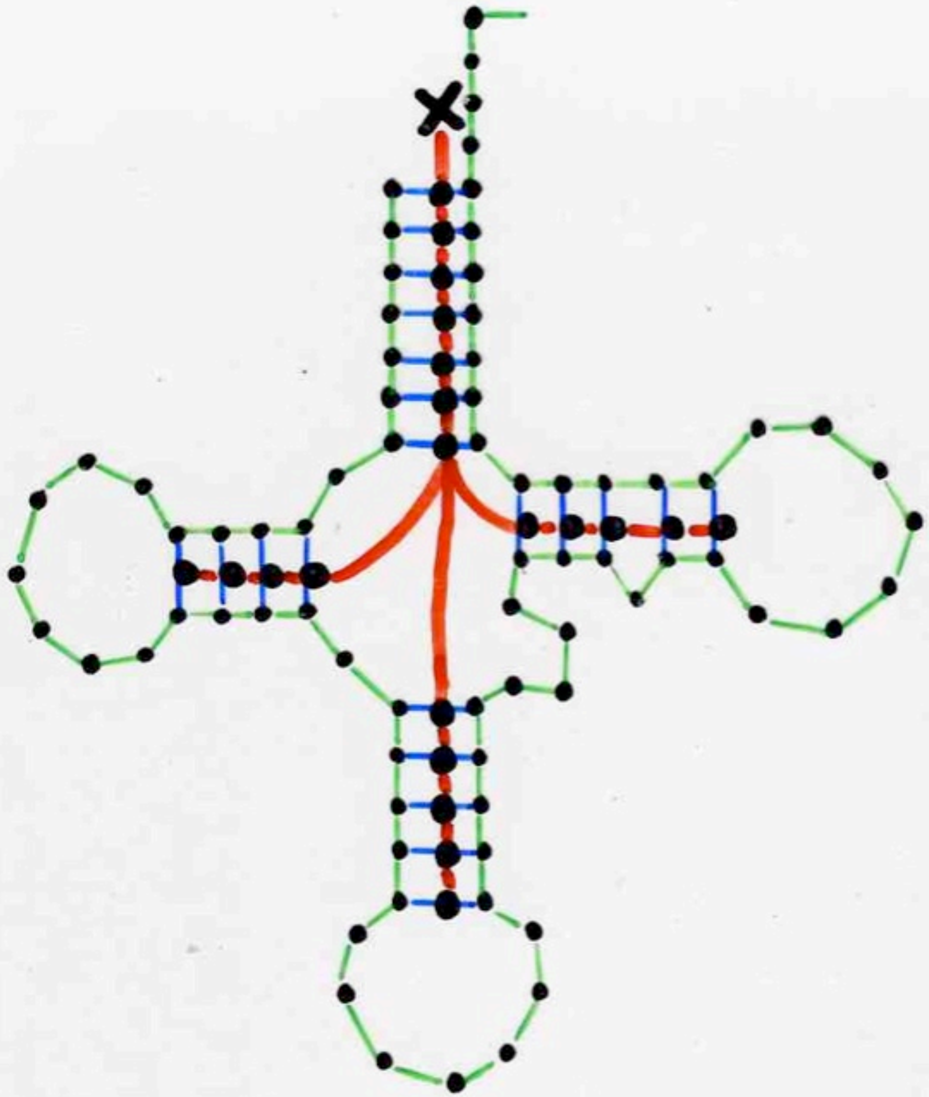

NATIONAL GEOGRAPHIC


Trees everywhere

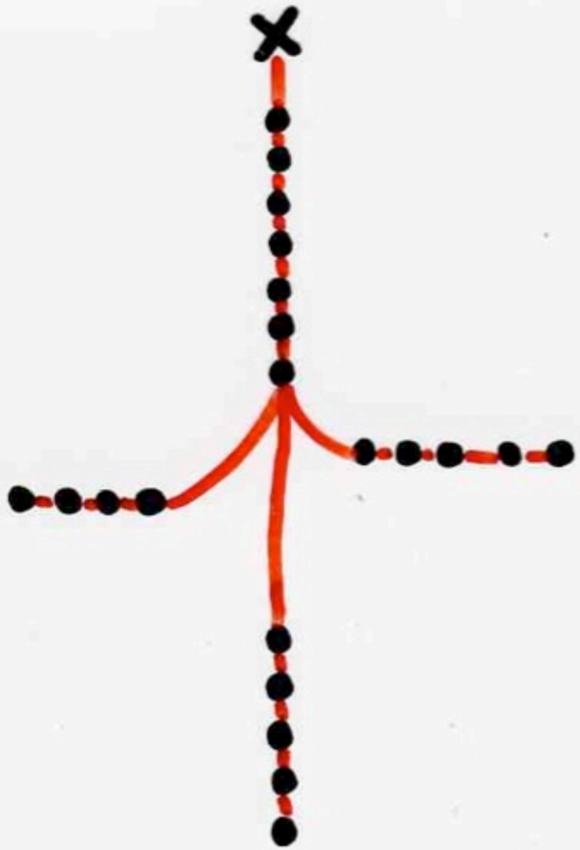


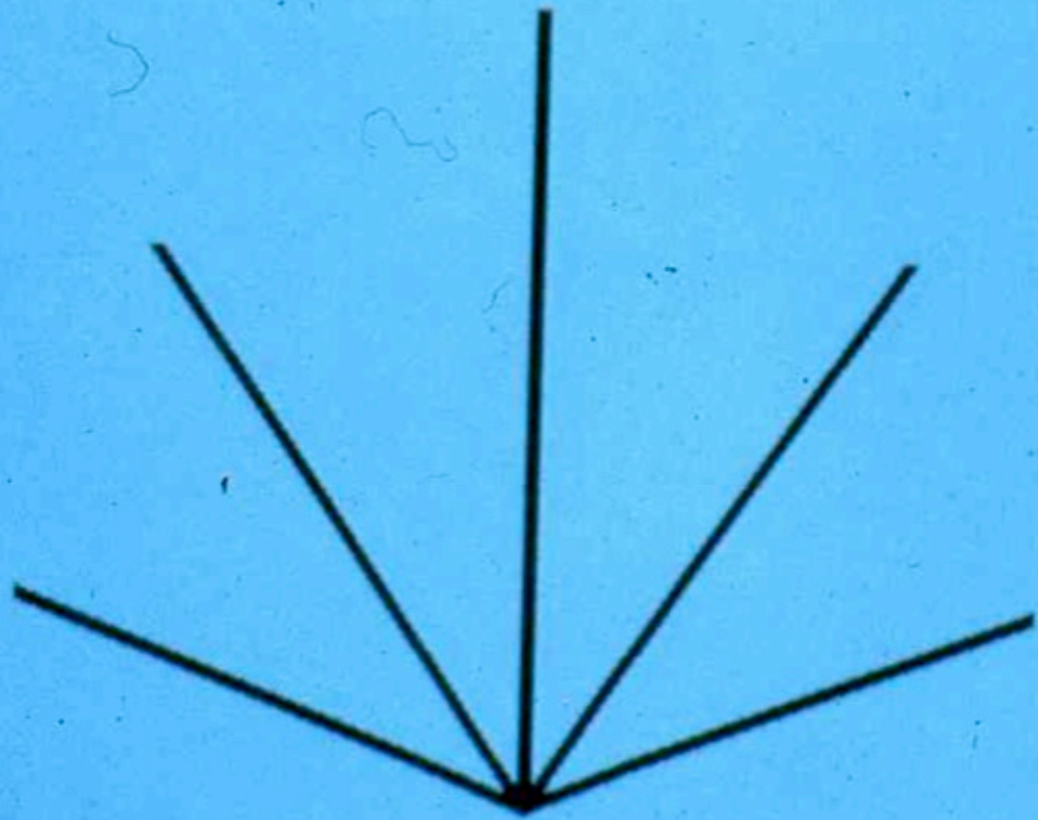
A denine
U racyle
G uanine
C ytosine

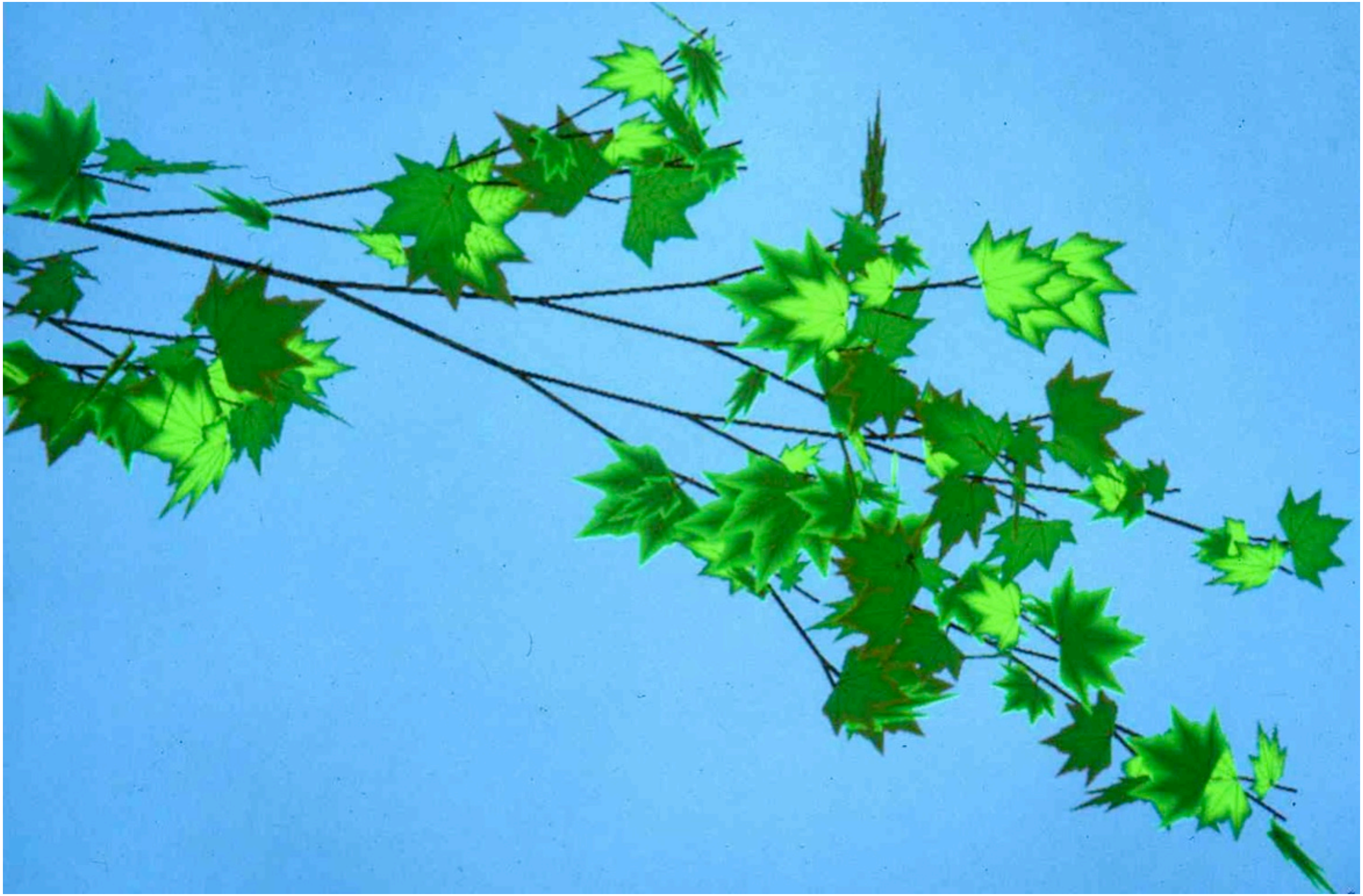
tARN ^{Phe}



tARN^{Phe}







Il y a des arbres dans les étoiles,
des arbres dans les grains de lumière.

Hay árboles en las estrellas,
árboles en los granitos de luz.

Les théories mathématiques s'interpellent,
s'entrecroisent, renaissent, se fondent entre elles.

Las teorías matemáticas se interpelan,
se entrelazan, renacen, se funden entre ellas.

Les grands Maîtres se parlent à travers les siècles
dans le jardin merveilleux des Mathématiques.

Los grandes Maestros se hablan a través de los siglos,
en el maravilloso jardín de las matemáticas.

Autor: X.V.


¡Muchas gracias
a todos ustedes!

Autora textos:
El mejestuoso nogal
El espacio - tiempo
Marcia Pig Lagos

Violines
en vidéo: Gérard Duchamp
et Mariette Freudentheil

Creación y realización:
Xavier Viennot

www.xavierviennot.org

Association
Cont'Science

contscience.xavierviennot.org

- Clara Haskil y Arthur Grumiaux
  Mozart Sonata KV 454
- Fouquet - Dolin
  Mozart Duo para violoncela
- Violeta Parra
  Gracias a la vida

Agradecimientos

video:
atelier audiovisuel
Université Bordeaux 1
Yves Descubes,
Franck Marmisse

aide technique video:
Christian Faurens,
SCRIME,
Université Bordeaux 1
France

Photo Gravitational Lens Galaxy cluster 0024+1654
credit: W.N.Colley, E.Turner (Princeton University),
J.A. Tyson (Bell Labs) and NASA