

# Rapport d'activités scientifiques

Xavier Gérard Viennot

site: <http://www.labri.fr/perso/viennot/>

Septembre 2008

**CV en une page** p2

## 1. Contributions scientifiques

<b>résumé des travaux</b> (en anglais)	p 3
impacts scientifiques	p 9
<b>colloques et conférences</b> (1972 - 2008)	p 13
recherches en cours et perspectives	p 26
<b>Le projet MARS</b>	p 30

## 2. Enseignement, formation et diffusion de la culture scientifique

<b>Participation à l'enseignement</b>	p 39
Organisation de colloques et conférences	p 41
Revue et rapporteur	p 41
<b>Encadrements de chercheurs</b>	p 42

### Activités de vulgarisation scientifique

conférences "grand public"	p 44
école primaire	p 45
lycées et collèges	p 46

### **l'association Cont'Science**

quelques affiches de conférences	p 49
quelques photos	p 51
Emissions de radio	p 53
<b>Articles dans la presse</b>	p 54
Vidéos	p 65

## 3. Transfert technologique, relations industrielles et valorisation p 66

## 4. Responsabilité collectives et management de la recherche p 67

## 5. Mobilité

mobilités thématiques et prises de risque	p 69
mobilités géographiques	p 70

## CV Xavier Gérard Viennot

Septembre 2008 site: <http://www.labri.fr/perso/viennot/>

Xavier Viennot, 63 ans, est directeur de recherche CNRS. Il travaille essentiellement sur la combinatoire, en interaction avec les mathématiques, l'informatique et la physique. Il a fondé en 1980 une école de combinatoire énumérative et bijective qu'il a dirigé une vingtaine d'années au sein du LaBRI, Université Bordeaux I.

Ancien élève de l'Ecole Normale Supérieure de la rue d'Ulm (1965-69), X.Viennot est agrégé de mathématiques (1969, rang 2ème) et titulaire d'un Doctorat d'Etat (1974) de l'Université Paris 7. Son directeur de thèse était M.P.Schützenberger, académicien des sciences, pionnier du renouveau de la combinatoire en France. Entré au CNRS en 1969, X.Viennot a été chercheur successivement à l'Université Paris 7, puis Strasbourg et Bordeaux I (depuis 1980). Il a été nommé directeur de recherche 1ère classe en 1991. Il a passé deux ans à l'Université de Californie San Diego, comme post-doctorant puis professeur invité. Il a passé deux ans à l'Université du Québec à Montréal et a été trois ans professeur associé à cette même Université. Il a été invité ("visiting fellow") dans les prestigieux instituts MSRI (Berkeley), Mittag-Leffler (Suède), Banff (Canada), Newton Institut (Cambridge), Schrödinger Institut (Vienne), Tata Institute (Inde). Il a été nommé professeur associé à l'Université de Nankai en Chine. Il a obtenu en 1974 la médaille A.Châtelet pour ses travaux en algèbre, et en 1987 la distinction de « professeur modèle » de l'Université de Wuhan en Chine. La médaille d'argent du CNRS lui a été décernée en 1992 pour ses travaux en combinatoire et automatique non linéaire. En 1996 il a obtenu la prestigieuse « Megyunya fellowship » de l'université de Melbourne.

Le domaine de recherche principal de X.Viennot est la combinatoire énumérative, algébrique et bijective. Les mathématiques combinatoires connaissent actuellement un renouveau spectaculaire. Un nouveau paradigme, le « paradigme bijectif » est en train de révolutionner la combinatoire classique, et par là-même, certains domaines des mathématiques pures et appliquées et de la physique théorique. Cette attitude est la spécificité de l'équipe bordelaise de X.Viennot qui a ainsi créé une école de pensée de réputation internationale. Le large champ pluridisciplinaire de ses activités a amené X.Viennot à appliquer ou faire interagir la combinatoire énumérative et bijective avec les mathématiques pures (algèbre, analyse), l'informatique théorique (algorithmique, théorie des langages, calcul formel), l'infographie (synthèse d'images d'arbres et de paysages), l'automatique non linéaire (théorie du contrôle), la physique théorique (modèles résolubles en physique statistique, systèmes loin de l'équilibre PASEP, physique des fractals et du chaos, gravitation quantique) ainsi que la biologie moléculaire (structures secondaires d'ARN). Depuis 2006, il dirige le projet interdisciplinaire (maths-informatique-physique) ANR MARS dans ce nouveau domaine appelé "physique combinatoire".

X.Viennot a écrit deux livres et publié environ 80 articles de recherche dans des revues internationales de mathématiques, informatique et physique. Il a donné plusieurs centaines de conférences invitées, communications, séminaires et colloquia dans divers pays : Allemagne, Angleterre, Australie, Autriche, Canada, Chine, Chili, Croatie, Danemark, Espagne, Etats-Unis, France, Inde, Indonésie, Israël, Islande, Italie, Russie, Suède, Suisse, Singapour, Venezuela. Citons le Séminaire BOURBAKI, SIGGRAPH et IMAGINA.

Il a donné de nombreux cours dans diverses universités et centres de recherche: pendant une dizaine d'années à l'Ecole Normale Supérieure à Paris dans le cadre du magistère de mathématiques et informatique, cours de 3ème cycle à Paris et Bordeaux, en physique au CEA Saclay, ainsi qu'à l'étranger : San Diego, Montréal, Florence, Mumbai, Tienjin, Melbourne, Caracas. Pendant de nombreuses années il a contribué au développement de la combinatoire à l'Université de Florence ainsi qu'au Laboratoire de Combinatoire et d'Informatique Mathématique (LACIM) de l'Université du Québec à Montréal. Il a aussi aidé à la mise en place d'un centre de recherche de combinatoire à l'Université de Nankai, premier centre dans ce domaine sur le continent asiatique. Tant à Bordeaux qu'à Montréal, il a eu directement 11 élèves en thèse et a contribué à la formation à la recherche d'une dizaine d'autres. Certains sont devenus professeurs ou directeur de recherche au CNRS, et par filiation de directeur à élève, X.Viennot est « arrière grand-père ».

Une des activités de X.Viennot est aussi la vulgarisation des mathématiques et de la science. Le « paradigme bijectif » lui permet de transmettre la passion de la recherche contemporaine à des professeurs et élèves des lycées et collèges en France et au Québec, ainsi qu'à travers des conférences « grand public ». Il a fait aussi des essais à l'école primaire. Avec M.Pig Lagos, conteuse, et les violonistes M.Freudentheil et G.Duchamp (également mathématicien et informaticien), il a fondé l'association Cont'Science qui a pour but la promotion et la divulgation scientifique associée à l'oralité (contes et légendes du monde entier) et la musique.

# 1 - Contributions scientifiques

## Résumé des travaux

(en Anglais)

### Research domains

I have been working in the following fields: enumerative, algebraic and bijective combinatorics in relation (and with applications) to computer science, molecular biology, theoretical physics, control theory and pure mathematics.

### Presentation of my research domains

**Enumerative combinatorics** is the art of counting “finite structures” or “combinatorial objects” by giving explicit formulae, or explicit expressions for the corresponding “generating function”, or at least some equations involving these quantities.

**Algebraic combinatorics** is the art of relating algebraic structures and combinatorial structures. One can associate algebraic structures to combinatorial objects, as for example the Jones polynomial associated to a knot, or the chromatic and the Tutte polynomial associated to a graph. Conversely, combinatorial objects appear in the study of certain algebraic structures, as for example the classical Young tableaux in the representation theory of symmetric groups. Another example are the so-called Loday-Ronco or Connes-Kreimer Hopf algebras (related to renormalisation in physics) based on combinatorial manipulations of trees.

In **bijective combinatorics**, the purpose is to “explain” the various formulae or equations appearing in combinatorics with the explicit construction of bijections and correspondences between various classes of combinatorial objects. By working with “weighted objects” and “weight preserving bijections”, a whole universe of identities are accessible via combinatorics, involving identities coming from number theory, algebra and classical analysis (special functions, orthogonal polynomials, ...). Before constructing bijections, one has first to give “combinatorial interpretation”, i.e. to invent a class of weighted combinatorial objects such that the sum of the weights of all these objects will give the polynomial, series or function coming from other branches of pure or applied mathematics.

**Related topics** are the **random generation** of combinatorial objects (i.e. to construct efficient algorithms giving a random object of a given “size” with uniform probability), also analytic combinatorics (that is the asymptotic study for the number of objects of a given type).

There are several relations between these combinatorics and other part of pure and applied mathematics (algebra, number theory, analysis, probability theory, control theory, ...) and some other fields such as theoretical physics (statistical mechanics, fractals, quantum gravity, ...), computer science (automata theory, analysis of algorithms, computer graphics, ...) and molecular biology. Since 35 years, I have been working in all these domains. I summarize some of my main researches. I have published 2 monographs and about 80 papers in various journals in mathematics, computer science and physics, with 37 different coauthors.

survey paper about enumerative combinatorics: [85]

lecture notes of classes: [5], [86]

## **Combinatorial algebra**

My thesis, under the supervision of M.P.Schützenberger (from the French Academy of Science) was about “factorisations of free monoids” and constructions of “basis and basic families” of free Lie algebra.

books or monographs: [1], [2], [3]

papers: [8],[9],[10],[11],[12],[13],[14], [16]

## **Combinatorial interpretations of classical numbers and of special functions**

I gave combinatorial studies of the classical Euler numbers (tangent and secant numbers), of Genocchi numbers, and gave combinatorial interpretations of the Jacobi elliptic functions. These studies are related to the combinatorial studies of permutations, increasing binary trees and to the combinatorial theory of differential equations (see below).

papers: [21], [22], [23], [26] (survey paper), [77]

## **Combinatorics of permutations**

Here are some enumerative and bijective studies about permutations. Most studies are in relation with combinatorial interpretations of classical numbers, special functions, orthogonal polynomials or differential equations. Other results include a proof a conjecture of Foata and Schützenberger about an equidistribution of permutations having a given up-down sequence, and a bijective proof of the formula for the number of Baxter permutations.

see also the section about “alternative tableaux, permutations and PASEP”.

papers: [15], [20], [21], [23], [24], [25], [26], [31], [40], [69]

## **Partitions of integers and q-calculus**

papers: [44], [45], [46]

## **Combinatorial theory of orthogonal polynomials**

In relation with Flajolet theory of analytic continued fractions, I gave a complete combinatorial theory of general (formal) orthogonal polynomials based on the combinatorics of weighted Motzkin paths. (monograph of 210 pages): orthogonality, moments, continued fractions (Jacobi and Stieljes), Hankel determinants, interpretation of linearization coefficients for Hermite, Laguerre and Tchebycheff polynomials, combinatorial theory of Scheffer polynomials (Hermite, Laguerre, Charlier, Meixner I and II), extension of the theory to Padé approximants, T-continued fraction, q-Laguerre, ..., combinatorial interpretation of the quotient-difference algorithm in numerical analysis. Interpretation of the Askey-Wilson integral and combinatorial proof using interpretation of q-Hermite polynomials.

see also the section below about “alternative tableaux, permutations and PASEP”.

papers: [21], [32],[34], [45], [62], [69], [71], [72], [76]

## **Combinatorial theory of differential equations and control theory**

With P.Leroux, we establish a combinatorial theory of general differential equations and integral calculus using some families of weighted and coloured increasing labeled trees. As a byproduct of the theory, we can interpret combinatorially and solve efficiently differential equations with forced terms, that is differential equations coming from control theory. The solution is given in term of expansions into Chen iterated integrals (equivalent to Volterra kernels) and we rederived Fliess approach with noncommutative formal power series. Using combinatorial algorithms relating trees

and paths, we gave very efficient algorithms computing the coefficients of such series. Also using the combinatorics of such increasing trees, we can interpret some rational approximants of the general solution.

paper: [43], [48], [49], [50], [63], [65], [66], [77]

### **Determinants and non-crossing configurations of paths**

With Gessel, we gave a general methodology interpreting determinants as certain configurations of non-crossing paths (subject to certain conditions). It was also introduced in terms of matroids by Lindström. This methodology applies to many examples of determinants appearing in various domains, not only in enumerative combinatorics, but also examples such as Hankel determinants in continued fractions theory (Jacobi and Stieljes), or the Jacobi-Trudi identity for Schur functions in the theory of symmetric functions. We relate these configurations with the theory of Young tableaux and symmetric functions. This methodology has become very classical and has been applied in various situations in more than 100 papers. It is usually called the Lindström-Gessel-Viennot lemma (LGV lemma). The idea relating determinants and non-crossing of paths appear in many other contexts: the theory of birth and death process by Karlin and McGregor, in physics with de Gennes and Fisher, also with John and Sachs, and in theoretical chemistry with Gronau, Just, Schade, Scheffer, Wojciechowski.

It is also related to the enumeration of perfect matchings in graph (or paving lattices with dimers). It is classical in the combinatorial solution of the Ising model in statistical physics (Pfaffians) and also in theoretical chemistry. Another relation comes from modelisation of wet transitions in statistical physics as shown by Fischer with the so-called vicious walkers. With Guttmann and Krattenthaler, we solved some open problems in this direction (enumerating stars and watermelons in polymer lattice) relating configurations of non-crossing paths and related determinants with the theory of symplectic characters of the symmetric group.

paper: [35], [51], [70], [73], [75], [79]

### **Young tableaux, symmetric functions and the RSK correspondence**

The Robinson-Schensted-Knuth (RSK) correspondence is a very classical and well studied bijection between permutations and pairs of Young tableaux of the same shape. I gave a “geometric” version, with “light and shadows” of this famous correspondence. I introduced the concept of “good (i,j)-grids” in order to give a “local” definition of the correspondence. As mentioned above with determinants and configurations of non-crossing paths, I worked in the related field of symmetric functions, plane partitions, Schur functions, etc ... relating also geometric constructions for Schubert and Schur functions with heaps of dimers (see below) and Temperley-Lieb algebra.

see also the papers [89] and [90] related to sections below about “alternative tableaux, permutations and PASEP” and “alternating sign matrices”.

papers: [15], [17], [30] (survey paper), [39]

### **Cartier-Foata commutation monoids and combinatorial theory of heaps of pieces**

Cartier and Foata introduced some monoids defined by generators and some partial commutations relations. These monoids are also called trace monoids. They were introduced as model in computer science for concurrency access to data structures and parallelism. I have interpreted the equivalence classes of words up to these commutations of letters (i.e. traces), by some combinatorial structures called heaps of pieces. These objects correspond to the intuitive idea of putting some pieces one over another, such as putting dimers on a chessboard. I have developed a general theory,

with some basic lemma about generating functions, paths and heaps, etc. This theory applies to many situations going from the combinatorial of general orthogonal polynomials, algebraic graph theory (matching and chromatic polynomials), Rogers-Ramanujan identities, interpretation of ratio of q-Bessel functions, the Temperley-Lieb algebra, and most of all in statistical physics and in Lorentzian quantum gravity.

paper: [41], [44], [67], vidéo of a survey talk at the Newton Institute, April 2007.

### **Statistical physics**

I already mention my work about vicious walkers. Using our combinatorial theory of heaps of pieces, I have solved various conjectures about the so-called directed animal model, introduced by physicists in relation with directed percolation. I showed combinatorially the relation with some gas model and gave a combinatorial interpretation of the density of such gas model in term of certain heaps called pyramids. A famous and classical example is the hard hexagons model of Baxter. With Bousquet-Mélou, we used heaps theory for solving some polygons models with q-Bessel functions. The same combinatorics can be used to explain some formulae about the exact solution of some SOS (solid-on-solid) models or some polymers model with interactions, involving the same q-Bessel functions.

We also have given a bijective study of the TASEP (totally asymmetric exclusion process) and PASEP (see below).

paper: [37], [47], [73], [75], [81], [88], [89].

### **2D Lorentzian quantum gravity**

Physicists introduced some finite combinatorial objects called dynamical Lorentzian triangulations. This is the “quantum geometry” approach to quantum gravity. In 2D dimension some models can be solved exactly. The explicit expression for the “path propagator from one geometry to another” can be understood using the theory of heaps of dimers on the positive integers. Lorentzian triangulations are in fact in bijection with certain heaps of dimers. With W. James, we explain bijectively some exactly solved model of Ambjorn, Loll, Di Francesco, Guitter, Kristjansen. Also, I gave a bijective proof for the generating function of 2D general Lorentzian triangulations (i.e. without borders conditions), which was given equivalently by Bousquet-Melou and Rechnitzer in terms of multidirected animals.

papers: [78], [84]

### **Algebraic graph theory**

Some studies about the Tutte polynomial of a graph. Relation between the theory of heaps of pieces and chromatic polynomials of graph.

paper: [38], [41]

### **Polyominoes enumeration**

Equivalently to the notion of animal in physics, is the notion of polyomino. I solved the enumeration problem for various classes of polyominoes, in particular the convex polyominoes with Delest.

papers: [27], [29], [36], [47], [61], [67], [68]

### **Computer science: automata, data structures and analysis of algorithms**

I have worked in various domains of computer science, mainly in automata theory, then about algorithms, analysis of algorithms and data structures, and also in computer graphics. For data

structures, with Françon and Vuillemin, we introduced the “pagoda structure” as an efficient way to represent the so-called priority queues. The underlying combinatorics involved for computing the mean cost of the algorithms is related to binary search trees, and I discovered recently that it is exactly the same as the combinatorics involved in the Hopf algebra of binary trees introduced by Loday and Ronco. In this direction I defined a “jeu de taquin” for binary trees and “sylvestre monoid” analog to the famous one for Young tableaux and plactic monoid.

papers: [6], [7], [15], [18], [19], [36], [57]

### **Computer graphics: synthetic images of trees**

With Arquès, Eyrolles and Janin, we have given some algorithms for producing synthetic images of trees, leaves and landscapes. The methodology is based on the Horton-Strahler analysis of binary trees. This methodology has been first introduced in hydrogeology for the morphologic study of river networks. Then Horton-Strahler parameter reappeared in theoretical computer science as the minimum number of registers needed to compute an arithmetic expression. We made a refinement of this analysis by introducing the so-called “ramification matrix” for every tree-like structure. This is the basis for our work for producing synthetic images of trees and landscapes. The combinatorics of Horton-Strahler analysis is very rich and leads to deep results related to number theory, combinatorics and orthogonal polynomials.

papers: [52], [55], [56], [58], [59], [60], [64]

### **Strahler distribution**

papers: [58] and [60] (survey papers), [74], [83], [80]

### **Analysis of fractals images in physics**

With Vannimenus, we used the notion of ramification matrix of branching structures (introduced above in computer graphics) for the analysis of some fractal structures coming from physics such as the DLA model (“diffusion limited aggregation”) or “viscous fingers”. I mention that recently the notion of ramification matrix has been used in radiology for the classification of galactograms with digital mammography.

papers: [53]

### **Molecular biology**

With Vauchassade de Chaumont, we solved some problem posed by Waterman about secondary structures of molecules such as RNA. The problem involved to the so-called parameter “complexity” of the molecule, introduced for the computation of the energy of the molecule in order for predicting the secondary structure knowing the primary structure. We show that some generating functions involve a parameter having the same distribution as the Horton-Strahler parameter (see above) for binary trees.

paper: [28], [33]

### **History of mathematics**

In relation with the celebration of the 300th anniversary of the birth of Leonhard Euler and I made some studies about Euler and combinatorics.

paper: [87]

## **Alternative tableaux, permutations and PASEP**

We introduce a new combinatorial object called "alternative tableau". This notion is at the heart of different topics: the combinatorics of permutations and of orthogonal polynomials, and in physics the model PASEP (partially asymmetric exclusion process).

The model PASEP have been recently intensively studied by combinatorists, in particular giving combinatorial interpretations of the stationary distribution (works of Brak, Corteel, Essam, Parviainen, Rechnitzer, Williams, Duchi, Schaeffer, Viennot, ...). Some interpretations are in term of the so-called "permutation tableaux", introduced by Postnikov, followed by Steingrimsson and Williams, in relation with some considerations in algebraic geometry (total positivity on the Grassmannian).

Permutations tableaux have been studied by Postnikov, Steingrimsson, Williams, Burstein, Corteel, Nadeau and various bijections with permutations have been given. The advantage of introducing alternative tableaux is to give a complete symmetric role for rows and columns. We give a bijection between the two kinds of tableaux and a direct bijection between permutations and alternative tableaux, called the "exchange-deletion" algorithm. We also give combinatorial interpretation of the stationary distribution of the PASEP in term of alternative tableaux. Particular case include Genocchi numbers and the combinatorics of binary trees and Catalan numbers (TASEP, totally asymmetric exclusion process).

Then we show the relation between alternative tableaux and the combinatorial theory of orthogonal polynomials developed by Flajolet and the author. In particular the Françon-Viennot bijection between permutations and "Laguerre histories" (i.e. some weighted Motzkin paths) plays a central role here and enable us to construct another bijection between permutations and alternative tableaux.

This last bijection is in the same vein as the construction of the classical Robinson-Schensted-Knuth correspondence by "local rules" as originally defined by Fomin. The bijection can also be presented in analogy with Schützenberger "jeu de taquin". In fact, taking the inverse of the permutations, this last bijection is nothing but the above "exchange-deletion" algorithm.

paper [88] (for the TASEP), papers are in preparation such as [89], see also the video of the talk 13 April 2008 at the Isaac Newton Institute.

## **Alternating sign matrices, cellular Ansatz and the MARS project**

I started a new approach to the subject of alternating sign matrices (ASM). Such objects have been introduced about 25 years ago, in relation with 3D partitions (plane partitions) and intensive studies have been made by combinatorists, in relation with the six-vertex model with "domain wall boundary conditions". More recently, the convergence of interests between physics and combinatorics have been strengthened with the Razumov-Stroganov conjecture relating certain eigenstates of physical models (Heisenberg XXZ spins chain model at special value of the anisotropy parameter or loops model on a semi-infinite cylinder) with the enumeration of ASM and of FPL (fully packed loops configurations, in bijection with ASM). This domain, especially around the Razumov-Stroganov conjecture, focuses nowadays considerable attention among combinatorists and physicists. It is the subject of our ANR project MARS, 2006/2009 (Aleternating Sign MATrices and the Razumov-Stroganov conjecture).

I propose in [90] an algebraic approach to ASM and FPL with operators satisfying certain commutation relations. This approach has the same flavor as Fomin's algebraic approach with "local rules" or "growth diagrams", to the classical Robinson-Schensted correspondence between permutations and pair of Young tableaux. It is also in the same vein of recent work I am doing about the PASEP (Partially asymmetric exclusion process) in physics and the new notion of alternating

tableaux I introduced in [89]. More generally, we can extend this algebraic approach to all the others combinatorial objects related to ASM, i.e. plane partitions, non-crossing and osculating paths, tilings of square and triangular lattice, etc ... This is the “cellular Ansatz”, introduced and stated in [90], which propose more open problems and alternative routes in this hot subject than new proofs or new enumerative results.

**publications:** voir la liste jointe dans le fichier “viennot08\_pro”.

**conférences et colloques:** voir la liste jointe (1972-2008) page 13.

## impacts scientifiques

**remarque.** Il y a aurait tout une longue liste de travaux divers reprenant, utilisant ou développant quelques uns de mes travaux en mathématique, informatique ou physique. Sans prétendre à une liste exhaustive, je donnerai quelques exemples significatifs.

### - Le Lemme LGV

L'article [35] avec Ira Gessel interprétant les déterminants par des configurations de chemins ne se coupant pas est devenu le célèbre “*Lemme de Linström-Gessel-Viennot*”. Il a donné naissance à plusieurs centaines d'articles dans divers domaines des mathématiques et de la physique théorique.

Un chapitre du livre de M. Aigner et G. Ziegler “Proof from the BOOK” lui est consacré. Citons l'introduction de ce chapitre (Ch. 23, “Chemins dans les treillis et déterminants”, dans sa traduction française “Raisonnements divins” - Quelques démonstrations mathématiques particulièrement élégantes):

L'essence même des mathématiques consiste à démontrer des théorèmes et c'est bien ce que font les mathématiciens: ils démontrent des théorèmes. Mais à dire vrai, ce qu'ils aimeraient vraiment faire une fois dans leur vie, c'est démontrer un lemme, comme le lemme de Fatou en analyse, le lemme de Gauss en théorie des nombres, ou le lemme de Burnside-Frobenius en combinatoire.

Mais qu'est-ce qui fait d'une assertion mathématique un lemme célèbre ? D'abord, elle doit être applicable à une grande variété de situations ainsi qu'à des problèmes apparemment sans rapport. Ensuite, le résultat doit être, une fois qu'on la compris, tout à fait évident, la réaction du lecteur étant de l'ordre de la jalousie: pourquoi n'ai-je pas remarqué cela avant ? Enfin, sur le plan esthétique, le lemme, et particulièrement sa démonstration, doit être beau !

Nous examinons dans ce chapitre une de ces merveilles du raisonnement mathématique, le lemme d'Ira Gessel et Gérard Viennot, devenu classique en énumération combinatoire depuis sa parution en 1985. Une version similaire avait été obtenue auparavant par Bernt Lindström.

### - Une forme géométrique de la correspondance de Robinson-Schensted (article [15])

Cette construction, qui date de 30 ans, est devenu un classique du sujet et figure dans les cursus des cours de combinatoire des universités américaines (voir aussi le livre de B. Sagan). D'autres constructions analogues à cette construction par “ombres” et “lumières” apparaissent régulièrement, comme par exemple celle de C. Chauve pour les tableaux oscillants (SFCA/FPSAC '99), S. Felsner pour les empilements de dominos (SFCA/FPSAC'00), A. Burstein et I. Lankham pour les partitions (SFCA/FPSAC'05). Citons aussi les travaux de S. Felsner et L. Wernisch (1997) et (1999) et G. Han (2005).

- **La théorie des empilements de pièces** (articles [41], [67], [78], [83], [84] et la vidéo sur le site du Newton Institute à Cambridge, web seminar, 7 Avril 2008) est devenue l'une des théories de base de la combinatoire contemporaine avec d'importantes interactions en physique statistique et en gravitation quantique. Voir par exemple un article pédagogique de C. Krattenthaler sur SLC "*The theory of heaps and the Cartier-Foata monoid*" et un autre du même auteur "*Combinatorics*" écrit pour Encyclopedia of Mathematical Physics, Elsevier (article A4 et A5 de sa page web).

Des applications fructueuses ont été développées dans le domaine de la gravitation quantique, c'est-à-dire la recherche d'une unification de la théorie quantique et de la relativité générale. Une approche moins classique que la théorie des cordes est développée par J. Ambjorn (Copenhague) et R. Loll (Utrecht) avec les triangulations dynamiques causales (voir par exemple un exposé dans "Pour La Science", Septembre 2008). En dimension 2, le modèle devient résoluble et la théorie des empilements y joue un rôle central. Citons les articles de Di Francesco et ses coauteurs (de l'Institut de Physique Théorique du CEA de Saclay), ainsi que le rôle essentiel des bijections et du lemme d'inversion de la théorie des empilements de pièces dans la thèse de D. Benedetti, (Utrecht, Juillet 2007) élève de R.Loll, pour la dimension 2+1.

En informatique, je citerai des travaux de J. Mairesse et ses co-auteurs ou élèves sur les réseaux de Pétri, modèle Tetris algèbre max-plus, etc ...

En mathématiques (groupes de Coxeter), je citerai par exemple, les travaux de R. Green (Boulder, Colorado) avec l'introduction des empilements "acycliques" menant à une classification parallèle à la célèbre classification des systèmes de racines et algèbres de Lie.

### - **Théorie combinatoire des polynômes orthogonaux**

Depuis 25 ans la monographie de Montréal [4] est régulièrement citée et reprise. Cette théorie combinatoire, en parallèle avec l'article séminal de P. Flajolet sur la combinatoire des fractions continues, joue un rôle crucial dans certaines recherches de mathématique et de physique contemporaine. Elle est l'un des thèmes majeurs de notre projet ANR MARS, et aussi du projet ANR PhysComb, récemment accepté, dirigé par G. Duchamp et comprenant l'équipe combinatoire de Lyon dirigée par J. Zeng. Cette équipe a beaucoup développé pendant 20 ans l'esprit de la monographie [4]. Plusieurs extensions (approximants de Padé, ..) ont été proposées (thèse de E. Roblet ou Dongsu Kim en Corée).

### - **Infographie: synthèse d'images d'arbres et paysages et biologie moléculaire**

article [55] de SIGGRAPH'89.

Ces travaux ont eu un retentissement bien au delà de l'informatique graphique. Voir par exemple la "Christmas conference" annuelle à Standford (vidéo-filmée disponible sur le web)) donnée par Donald Knuth le 6 Décembre 2006 consacrée à mes travaux sur la combinatoire surprenante des nombres de Strahler, sous-jacente à ces algorithmes de synthèse d'images et aussi (entre autre) à la biologie moléculaire (structure secondaire d'ARN)

Ces travaux ont été repris par l'équipe bordelaise, en Biologie moléculaire sous la direction de Serge Dulucq (comparaison de structures secondaires d'ARN), l'idée d'utiliser la paramètre "nombre de Strahler" a été reprise et développée avec un grand succès pour la visualisation de l'information sous la direction de Maylis Delest. Ceci a contribué à donner naissance à la nouvelle équipe du LaBRI "biologie et visualisation".

J'avais utilisé la même combinatoire des nombres de Strahler pour les structures ramifiées dans un article avec Jean Vannimenus sur l'analyse d'images de structures ramifiées en physique des fractals (genre "*digitation visqueuse*" et DLA "*Diffusion Limited Aggregation*"). Ces travaux ont été repris par des radiologues américains pour le diagnostic de maladies du sein chez la femme.

Enfin, j'ai eu la chance de pouvoir collaborer avec Donald Knuth pendant un mois à l'Institut Mittag-Leffler en Suède sur la combinatoire des nombres de Strahler. J'ai introduit la notion de "tour de Kepler". Voir l'article [83] et les bijections implémentées par D.Knuth, sur son site, page "Downloadable Programs", [ZEILBERGER, FRANÇON, VIENNOT, an explanatory introduction, and a MetaPost source file for VIENNOT](#) [Three Catalan bijections related to Strahler numbers, pruning orders, and Kepler towers \(February 2005\)](#).

### - méthodologie DSV

L'article [29], écrit avec M. Delest reliant la théorie des langages algébriques et la combinatoire énumérative est typique de la méthodologie due à M.P. Schützenberger (qu'il appelle DSV) consistant à coder des objets combinatoires ayant une série génératrice algébrique par des mots de langages algébriques non-ambigus. Il y a quelques années, cet article a été classifié comme l'un des plus cités de la revue européenne TCS (Theoretical Computer Science).

### - Equations différentielles et théorie du contrôle

La médaille d'argent du CNRS que j'ai eu l'honneur de recevoir en 1992 m'a été attribuée pour mes travaux en combinatoire et en Théorie du Contrôle. L'article [63] cité avec P.Leroux est typique de cette incursion de la combinatoire en Automatique non linéaire.

Un autre courant initié par J.Butcher en 1976 avec une approche algébrique aux méthodes de Runge-Kutta, continue à se développer, comme en témoigne par exemple des exposés au colloque "Combinatoire et Physique" au Max Planck Institute à Bonn (Avril 2007). En fait il est apparu que la méthode de Butcher est basée sur l'introduction d'une certaine *algèbre de Hopf* sur les arbres et que cette algèbre est la même que celle introduite par Alain Connes et Henri Moscovici en géométrie non-commutative, et est aussi la même que celle appelée "algèbre de Connes-Kreimer" en physique quantique (*renormalisation* et *diagrammes de Feynman*). Lors de mon exposé à Bonn en 2007, j'ai montré le lien très fort entre l'approche combinatoire des équations différentielles que j'ai développée avec P. Leroux et ces approches algébriques. Le sujet rebondit ainsi dans le thème "*algèbre de Hopf*" et rejoint des travaux actuels avec J.C. Aval sur l'algèbre de Hopf des tableaux de Catalan issus du modèle TASEP en physique (voir article [P2] page 26).

### - Bases des algèbres de Lie libres et factorisations du monoïde libre

Mes premiers travaux sur ce thème d'algèbre combinatoire (monographie [3]) continuent régulièrement depuis trente ans d'être cités ou repris sous diverses formes. Citons par exemple la thèse de P. Lalonde étendant ces idées aux *monoïdes de traces* (ou monoïdes de Cartier-Foata interprétés par les empilements de pièces), ou encore des travaux en cours (A. Murua et F. Casas) dans le contexte de la théorie du contrôle (développement de Magnus pour les équations différentielles, développement de la série BCH (Baker-Campbell-Hausdorff)).

### - Combinatoire des nombres de Genocchi

Des travaux anciens, notamment l'article [26] présentant en une centaine de pages un "survey" de la théorie combinatoire des nombres d'Euler, Genocchi et des fonctions elliptiques de Jacobi, sont réapparus en Informatique avec la structure de donnée BDD ("*Binary Decision Diagram*") et j'ai eu la surprise, lors de l'exposé de Don Knuth à Bordeaux en Octobre 2007 (Journées D. Knuth) de voir réapparaître un tableau de nombres que nous avons étudié avec D. Dumont il y a trente ans: sous le nom de "nombre médian de Genocchi", ce même tableau apparaissant dans une page entière du Journal grand public "Sud-Ouest" consacré à D. Knuth et sa visite à l'Université de Bordeaux.

De manière tout aussi surprenante, ces nombres de Genocchi et la notion plus générale de “*forme de Genocchi*” d’une permutation sont apparues très récemment dans des travaux en algèbre sur les changements de bases et algèbre de Hopf (équipe combinatoire de Marne-La-Vallée), en liaison avec le modèle PASEP en physique des systèmes hors de l’équilibre (voir mes travaux sur ce sujet [89]).

## Colloques et conférences

### 1972

- First ICALP (Symposium on Automata, Languages and Programming), comm. “Automates et Bascules”, Paris, 1972
- Conférence internationale d’algèbre, Paris, conf. invitée, 1972
- Séminaire d’algèbre (P.Dubreil, Pisot), Paris, 2 conf., 1972

### 1974

- Journées de Mathématiques Pures et Appliquées, Montpellier, France, conf., 1974
- Journée de Combinatoire, Toulouse, France, conf., 1974
- Ecole de Printemps d’Informatique Théorique, Ile de Berder, France, Mai 1974
- Congrès International des Mathématiciens, Vancouver, Canada, comm., Juillet 1974

### 1975

- Journées Combinatoire et Informatique, Bordeaux, France, comm., 1975
- Ecole de printemps d’Informatique théorique “Monoïdes syntactiques”, Vic-sur-Cère
- Journées “Utilisation des ordinateurs en Mathématiques Pures”, Limoges, France, comm.
- Journées algorithmiques, ENS, Paris (coorganisateur avec M. Nivat), conf., Décembre 1975

### 1976

- Univ. of London, Ontario, Canada, conférencier invité (4 conf.), Janvier 1976
- Colloque “Combinatoire et représentation du groupe symétrique”, Strasbourg, France, conf. , Mai 1976.
- Université d’Orsay, Jury de thèse de L. Comtet, Juin 1976

### 1977

- Combinatoire, Oberwolfach, Allemagne, conf.

### 1978

- Congrès annuel des mathématiciens canadiens, Waterloo, Canada, comm., Juin 1978
- Young day, Waterloo, Canada, Juin 1978
- Symposium in Combinatorial Mathematics and Optimal Design, Fort Collins, Colorado, USA, conf. invitée, Juin 1978
- Univ. of Edmonton, Alberta, Canada, conf. invitée, Juin 1978
- 19ème FOCS, Ann Arbor, Michigan, USA, comm. “Pagoda: a new data structure for representing priority queues”, Octobre 1978
- University of California San Diego, USA, Boursier NSF 1978-79, 12 conf.
- University of California San Diego, USA,, Colloquium, Novembre 1978

### 1979

- University of California Riverside, USA, Colloquium, Mars 1979
- University of California Los Angeles, USA, conf. Avril 1979
- MIT, Cambridge, USA, 2 conf., Mai 1979
- Ecole de printemps d’Informatique Théorique, Jougnes, France, conf., Mai 1979
- Sophia-Antipolis, Séminaire International IRIA “Combinatoire et algorithmique”, co-organisateur et 3 conf., Septembre 1979

- Journées algorithmiques, Strasbourg, conf., Octobre 1979

### 1980

- Congrès annuel de l'AMS, session spéciale sur les polynômes orthogonaux, San Antonio, Texas, USA, conf., Janvier 1980.
- University of California San Diego, USA, 2 conf., Janvier 1980
- Séminaire de combinatoire, Université de Strasbourg, 3 conf., 1980
- Laboratoire des signaux et systèmes, jury de thèse de F.Lamnabhi-Lagarrigue, Gif-sur-Yvette, 1980
- Séminaire Lotharingien de Combinatoire, Strasbourg, comm., Mars 1980
- Colloque Kombinatorik, Oberwolfach, Allemagne, conf. , Mai 1980
- Séminaire d'informatique, Univ. Bordeaux, Juin 1980

### 1981

- Journées franco-espagnoles d'Informatique, Bordeaux, conf., Janvier 1981
- Séminaire Lotharingien de Combinatoire, Le Kléebach, France, comm., Février 1981
- University of California at San Diego, USA, 5 conf., Avril-Juin 1981
- National University of Singapour, Singapour, 4 conf. invitées, Décembre 1981

### 1982

- Université de Jogjakarta, Jogjakarta, Indonésie, conf. informelle, Janvier 1982
- University of Dehli, Dehli, Inde, conf., Janvier 1982
- Indian Statistical Institute, Dehli, Inde, conf. ,Janvier 1982
- Indian Institute of Technology, Madras, Inde, conf., Février 1982
- Ramanujan Institute, Madras, Inde, conf., Février 1982
- University of Cochin, Cochin, Inde, conf., Février 1982
- Séminaire de statistique, Université Paris VI, conf., Mars 1982
- Combinatoire, Oberwolfach, Allemagne, 2 conf. invitées, Mai 1982
- Congrès LANFOR sur les langages algébriques, Arcachon, France, conf., Mai 1982
- Colloque "Fêtes des mots", Rouen, France, 1982
- Conférence sur les ensembles ordonnés et applications, Château de la Tourette, l'Arbresle, France, conf. invitée, Juillet 1982
- Journées "Algorithmique et calcul symbolique", Limoges, France, conf., Octobre 1982

### 1983

- 3ème Journées franco-espagnoles d'informatique, Montpellier, France, conf., Janvier 1983
- Séminaire Lotharingien de Combinatoire, Sainte-Croix-aux Mines, France, comm., Mai 1983
- 11ème école d'informatique théorique, Bois-Plage-en-Ré, France, conf., Mai 1983
- Laboratoire de physique des solides de l'ENS, Paris, séminaire, Juin 1983
- 10ème ICALP (Colloquium on Automata, Languages and Programming), Barcelone, Espagne, comm., Juillet 1983
- Conférence Internationale "Mathématiques en Biologie et Médecine", Bari, Italie, comm., Juillet 1983
- 20ème congrès des mathématiciens québécois, Chicoutimi, Canada, conf. Octobre 1983
- Université du Québec à Montréal, Montréal, Canada, 6 conf. vidéo enregistrées + 6 séminaires sur "*Théorie combinatoire des polynômes orthogonaux*", Septembre-Octobre 1983
- Université du Québec à Trois Rivières, Trois Rivières, Canada, conf., Octobre 1983

## 1984

- Colloque “*Représentation du groupe symétrique*”, Oberwolfach, Allemagne, Janvier 1984
- Séminaire N.BOURBAKI, Paris, conf. invitée: “*Problèmes combinatoires posés par la Physique statistique*”, Février 1984
- University of California at San Diego, USA, 4 mois, série de séminaires + colloquium, Avril-Juillet 1984
- California Institute of Technology (CALTECH), Pasadena, California, USA, Colloquium “*A combinatorial theory for general orthogonal polynomials*”, Juin 1984
- Congrès des mathématiciens canadiens, session spéciale de combinatoire, Edmonton, Canada, conf. “*Combinatorial solution of the directed animal problem in statistical mechanics*”, Juillet 1984
- University of Alberta, Edmonton, Canada, conf. au département de statistiques: “*Combinatorics and statistical mechanics*”, Juillet 1984
- Colloque international du CNRS: Théorie algébrique des graphes, Le Mans, comm.: “*physique statistique et théorie algébrique des graphes*”, Septembre 1984
- Symposium international sur les polynômes orthogonaux et leurs applications (150ème anniversaire de la naissance de E. Laguerre), comm. “*A combinatorial theory of general orthogonal polynomials with extensions and applications*”, Octobre 1984
- Université du Québec à Montréal, Montréal, Canada, 2 conf: “*Une théorie combinatoire des équations différentielles*”, “*Une preuve bijective pour le nombre de permutations de Baxter*”
- University of Waterloo, Waterloo, Canada, 4 séminaires au groupe de travail de D.Jackson: “*Empilements de pièces comme modèle combinatoire pour les preuves bijectives en algèbre linéaire*”, Novembre 1984
- University of Waterloo, Waterloo, Canada, 2 conf. au séminaire de Combinatoire: “*The number of convex polyominoes*”, “*Graph theory and statistical physics*”, Novembre 1984
- Harvard University, Lyman Laboratory of Physics, Cambridge, USA, conf. au séminaire de Physique: “*Combinatorial solution of the 2D directed animal problem in statistical physics, heaps of pieces and hard hexagons*”, Novembre 1984
- MIT, Cambridge, USA, conf. au séminaire de Combinatoire: “*A combinatorial theory of orthogonal polynomials*”, Novembre 1984.
- Polymer Institute, Boston, USA, conf. “*The directed animal problem*”, Novembre 1984
- Séminaire du LITP, Paris, conf.: présentation des activités du groupe combinatoire de Bordeaux, Décembre 1984

## 1985

- Journées *Parallélisme et monoïdes partiellement commutatifs*, 2 conf. invitées: “*Empilements et monoïdes partiellement commutatifs*”, Paris, Mars 1985
- Congrès AMS, Minneapolis, USA, session spéciale de Combinatoire, comm. (avec P.Leroux) “*A combinatorial integral calculus*”, abstract AMS n° 819-05-42, Mars 1985
- Séminaire pluridisciplinaire de Bordeaux, conf.: “*Arbres et nombres de Strahler en Hydrogéologie, Botanique, Informatique, Combinatoire et Biochimie*”, Mars 1985
- Colloque international de Combinatoire énumérative, UQAM, Montréal, Canada, 2 conf. invitées: “*Empilements, théorie combinatoire et applications*”, Juin 1985
- Réunion annuelle d’été de la Société Mathématique du Canada, session spéciale de Combinatoire énumérative, Université de Laval, Québec, Canada, comm.: “*Théorie combinatoire des approximants de Padé*”, Juin 1985.

- Ecole d'été "Combinatoire et Physique" (2 semaines), Vancouver, Canada, 2 conf. invitées: "*Bijective combinatorics and applications to statistical physics*", Juin 1985
- Journées pédagogiques d'introduction aux mathématiques à l'Université Simon Fraser pour les élèves des collèges de British Columbia, Simon Fraser Univ., Vancouver, Canada, conférencier principal, 2 conf. vidéo-enregistrées: "*Trees in Nature and in Mathematics*", "*How to prove identities without any calculus but with colors and pictures*", Juillet 1985
- Foundations of Computer Theory (FCT'85), Cottbus, (ex-)DDR, conf. invitée: "*Enumeration and algebraic languages*", Septembre 1985
- Journées "Structures relationnelles et groupes de permutations", Lyon, Conf. invitée: "*Énumération de certains tableaux de Young de hauteur bornée*", Décembre 1985

## 1986

- Université du Québec à Montréal, Montréal, Canada, (2 semaines) , conf. au séminaire de Combinatoire "*Arbres, fractals et animaux*", Janvier 1986
  - Journées "Les fractales", Luminy, conf. invitée: "De la combinatoire aux fractales avec des arbres, des animaux et des polyominoes", Janvier 1986
  - Kombinatorik, Oberwolfach, Allemagne, conf. "*Combinatorial problems solved with the quotient-difference algorithm*", Janvier 1986
  - Journées PRC "Mathématiques et Informatique", Paris, Mars 1986
  - Séminaire pluridisciplinaire, Institut de Biologie moléculaire et Neurophysiologie, Université de Bordeaux 2, conf.: "Arbres en Biologie moléculaire et dans diverses sciences", Mars 1986
  - Journées PRC *Parallélisme et monoïdes partiellement commutatifs*, Paris, Avril 1986
  - Congrès national des sociétés savantes, Poitiers, conf. invitée "*Les arbres en Mathématiques, Informatique et diverses sciences*", Avril 1986
  - Semaine internationale de l'image électronique (2ème congrès Image), CESTA, Nice, comm. (avec G.Eyrolles) "*Combinatoire pour la synthèse de plantes*", Avril 1986
  - Journées Calcul formel en Physique statistique, Grenoble, conf. invitée "*MACSYMA et les dénombrements d'animaux sur réseaux*", Mai 1986
  - 14ème Séminaire Lotharingien de Combinatoire, Burg Fueirstein, Allemagne, conférencier principal, 3 conf.: "*La combinatoire bijective par l'exemple*", Mai 1986
  - First Japan International conference on Graph Theory and applications, comm. (donnée par P. Leroux): "*Combinatorial resolution of systems of differential equations*", Juin 1986
  - First China-USA International Conference on graph theory and applications, Jinan, Chine, conf. invitée: "*Graph theory and statistical physics*", Juin 1986
  - IBM Summer Institute, Congrès "Fractals and Materials", Ober-Lech, Autriche, conf. invité: "*Fractals and combinatorics*", Juillet 1986
  - Tata Institute of Fundamental Research, groupe de Physique Théorique, Bombay, Inde, séjour de 2 mois, Septembre-Octobre 1986
- Séminaire d'Informatique Théorique, série de 4 conférences sur divers sujets (*algorithmique, codage de dessins planaires et langages algébriques, concurrence*)
- Séminaire de Physique Théorique: "*The directed lattice animals problem and the hard hexagons model*"
- Séminaire de Biologie moléculaire: "*Shape and complexity of secondary structures of single-stranded nucleic acids*"
- Colloquium de Physique générale: "*Trees, fractals and branching patterns in various sciences*"
- Colloquium de Mathématiques: "*Combinatorics and its relation with other parts of pure Mathematics*"

- Hommi Bhabha Atomic Center, Trombay, Inde, Colloquium de Chimie: "*Ramified patterns in nature and shape of molecules*", Octobre 1986
- Université de Wuhan, Chine, séjour de 2 mois 1/2, Novembre 1986-Janvier 1987  
cours "Algèbre et Combinatoire" dans la Maîtrise de Mathématiques de la classe sino-française de l'Université de Wuhan.
- Séminaire de mathématiques "La combinatoire énumérative"
- Séminaire d'Informatique: "Combinatoire for Computer science"
- Conférence grand public: "Trees in various sciences"

## 1987

- Laboratoire de Physique de l'Ecole Normale Supérieure (rue d'Ulm), Paris, Séminaire de Physique, conf.: "*Arbres et structures ramifiées dans diverses sciences*", Mars 1987
- Université de Lille, examinateur dans le Jury de thèse d'Etat de J. Van Iseghem, "*Approximants de Padé vectoriels*", Mars 1987
- Premier colloque Montréalais sur la Combinatoire et l'Informatique, Montréal, Canada, conf. invitée: "*Énumération et codage par des mots*", Avril 1987
- Ramanujan Centenary Conference, Urbana-Champaign, Illinois, USA, conf. invitée: "*Ramanujan and continued fractions*", Juin 1987
- Algorithms and Order, Ottawa, Canada, 2 conf. invitées: "*Poset and heaps of pieces*", Juin 1987.
- Université du Québec à Montréal, Montréal, Canada, séjour de 6 mois, Juillet-Décembre 1987,  
Cours-séminaire: "Aspects combinatoire de l'informatique".
- Congrès des mathématiciens québécois, Montréal, conférencier principal: "*Des arbres, des rivières et plein d'autres belles choses*", Novembre 1987

## 1988

- Université du Québec à Montréal, Montréal, Canada, séjour de 6 mois 1/2, Janvier- Juillet 1988,  
Cours-séminaire "*Analyse et Combinatoire*" et "*Algèbre et Combinatoire*".
- Ecole Polytechnique, Montréal, Canada, dans le cadre de l'année des fractales conf. invitée: "*Fractals and Combinatorics*", Février 1988
  - Université de Montréal, Montréal, Canada, conf. invitée au "Club Mathématique": "*La nouvelle combinatoire*", Février 1988
- Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Canada, conf. "*Théorie des empilements et applications*", Avril 1988
- Université du Québec à Montréal, Montréal, Canada,, Conférence spéciale de 3h: "*Festival de nouvelle combinatoire*", Mai 1988
- Festival artistique Taormina Arte, 3ème rencontre internationale de vidéo amateur, Taormina, Sicile, conf. invitée: "*Forme et temps, langages et images en Mathématiques et dans diverses sciences*", Août 1988
- 20ème Séminaire Lotharingien de Combinatoire, Alghero, Sardaigne, Italie
- Séminaire de Combinatoire Paris 6 (C.Berge, P.Duchet, M.Las Vergnas): "*Énumération de polyominoes et langages algébriques*", Paris
- Journées GROPLAN, Toulouse, Graphisme, comm. (avec G.Eyrolles): "*Synthetic images of trees and combinatorial analysis of ramified patterns*", Novembre 1988
- 27th Conference on Decision and Control, Austin, Texas, USA, comm.: "*Non-commutative calculus and combinatorial theory of non-linear functional expansion*", Décembre 1988
- Journées "Calcul formel en variables non-commutatives", Lille, comm.: "*Non-commutative calculus and combinatorial theory of non-linear functional expansion*", Décembre 1988

## 1989

- IBM Conference on “Science and the unexpected”, Londres, U.K., conf. invitée: “*The beauty of the unexpected*”, Mars 1989
- Journée Calcul formel, L2S, conf. “*Résolution combinatoire d’équations différentielles de l’Automatique non linéaire*”, Gif-sur-Yvette, Avril 1989
- ACFAS, Montréal, Canada, conf. plénière: “*De l’Hydrogéologie à la synthèse d’images d’arbres en passant par les mathématiques, la physique des fractals et la biologie moléculaire*”, Mai 1989.
- Congrès NATO, “Orthogonal polynomials and applications”, conf. principal, 3 conf.: “*Combinatorial theory of orthogonal polynomials*”, 2 semaines, Mai 1989
- ACM SIGGRAPH’89, Boston, USA, comm.: “*Combinatorial analysis of ramified patterns and computer imagery of trees*”, Août 1989
- PIXIM’89, Paris, comm.: “Analyse combinatoire de structures ramifiées et synthèse d’images d’arbres”, Septembre 1989
- Journées PRC “Mathématiques et Informatique”, Luminy, conf.: “*Arbres et paysages: de la théorie au logiciel de synthèse d’images d’arbres*”, Octobre 1989
- Séminaire IMAGIS, ENS Ulm, LIENS, “Arbres et paysages”, Octobre 1989
- Conférence grand public, Université de Bordeaux 1, “*Des mathématiques à la biologie moléculaire, de la physique à l’informatique: la combinatoire énumérative*”, Talence, Décembre 1989

## 1990

- IMAGINA’90 (9ème Forum international des nouvelles images de Monte-Carlo, INA et Télévision de Monte Carlo), Monaco, conf. invitée “*Trees and landscapes*” Février 1990
- STACS’90 (7ème Symposium on Theoretical aspects of Computer Science), Rouen, conf. invitée “*Enumerative Combinatorics and Computer Science*”, Février 1990
- Journée Recherche-Industrie-Services, Gréco de Programmation, Paris, 5 conf. (avec M. Delest), “*De la Physique à la Synthèse d’images, du Calcul formel à l’Automatique: la combinatoire énumérative*”, Mars 1990.
- CAAP’90, Copenhague, Danemark, conf. invitée, “*Trees everywhere*”, Mai 1990
- EUROGRAPHICS’90, conf. invitée (avec D. Arquès) (“state-of-the-art report”, 1h30): “*Modélisation et synthèse d’images de structures végétales*”, Vevey, Suisse, Septembre 1990
- Université du Québec à Montréal, Montréal, Canada, Séminaire de Combinatoire “*Enumération de polyominoes*”, Novembre 1991
- Université du Québec à Montréal, Montréal, participation (rapporteur externe) au Jury de la thèse de doctorat de P. Lalonde, Novembre 1991.

## 1991

- LITP, Université Paris 6 e 7, Séminaire, “*Enumération de polyominoes: un tour d’horizon*”, Paris, Janvier 1991.
- MICAD’91, comm. (avec D. Arquès et N. Janey), “*Modélisation de la croissance et de la forme de structures arborescentes par matrices d’évolution*”, Paris, Février 1991
- Centre Paul Pascal, séminaire de Physique, “*Combinatoire et Physique statistique*”, Bordeaux, Avril 1991
- 3ème FPSAC (Formal Power Series and Algebraic Combinatorics), Bordeaux, Mai 1991, comm.
- Atelier franco-québécois de Combinatoire, Bordeaux, Mai 1991 (co-organisateur avec J.G. Penaud)

- MATH/CHEM/COMP'91, conférencier invité, 3 conf. "*Combinatorial theory of heaps of pieces*", 1 conf "*Combinatorial analysis of physical ramified patterns*", Dubrovnik, Croatie, Juin 1991
- Laboratoire de Physique et Institut Ruder Boskovic, Séminaire de Physique, "*Lattice animals and statistical physics*", Zagreb, Croatie, Juillet 1991
- Université du Québec à Montréal, Montréal, Canada, 2 conf., Novembre-Décembre 1991

## 1992

- Université du Québec à Montréal, Montréal, Canada, 1 conf, Mars 1992
- Institut Mittag-Leffler, près de Stockholm, Suède, invitation 1 mois (special year for combinatorics) 2 conf. "*Combinatorial solution of the directed animal problem*", "*Combinatorial solutions of the stair-case polygons problem with heaps of segments*", Avril 1992
- Université de Florence, 4 conf. sur "*Theory and applications of heaps of pieces*", Mai 1992
- Université du Québec à Montréal, Montréal, Canada, séjour de 9 mois (Septembre 1992 - Mai 1993), cours-séminaire de combinatoire (36 h).

## 1993

- MIT, Cambridge, Mass., USA, conf. "*Heaps of pieces and polyominoes*" et colloquium in applied mathematics "*Combinatorics and control theory*", Janvier 1993
- Tempe University, Pennsylvania, USA, colloquium "*Combinatorial solutions of differential equations in control theory*", Février 1993
- University of Pennsylvania, Penn., USA, conf. "*Heaps of pieces and convex polyominoes*", Février 1993
- Université du Québec à Montréal, Montréal, Canada, séjour de 9 mois (Septembre 1992 - Mai 1993), cours-séminaire de combinatoire (36 h).
- Combinatoircs'93, Jerusalem, Israel, Mai 1993
- 5th FPSAC (Formal Power Series and Algebraic Combinatorics), Florence, Italie, Juin 1993, comm. "*Combinatorial theory of T-fractions and two points Padé approximants*" (avec E.Roblet)
- 31ème Séminaire Lotharingien de Combinatoire, Domaine Saint-Jacques, Saint-Narbor, Alsace, Octobre 1993
- Journée PRC Maths-Info, CIRM, Luminy, Novembre 1993
- Université de Florence, Florence, Italie, 2 conf. sur "*q-calculus, q-analogues and lattice animals enumeration*", Novembre 1993

## 1994

- Delhi, India, 3rd Conference on Combinatorics and Lattice paths, 2 conf. invitées: "*A combinatorial solution of the discrete (1+1)- dimensional SOS model with field and surface interaction*", "*A survey of Gessel-Viennot methodology interpreting determinants with non-crossing configurations of paths*", Janvier 1994
- Tata Institute of Fundamental Research, Bombay, India, colloquium in mathematics: "*Yang-Baxter equation in Physics, symmetric functions, Shubert polynomials and bijective combinatorics*", séminaire de physique théorique: "*SOS model and lattice animals enumeration*", Janvier 1994
- IIT Bombay, India, conf. : "*Combinatorial interpretation of determinants with paths*", Janvier 1994
- Wilson Prom. Park, Australia, workshop Bordeaux-Melbourne, 8 conf. on "*Theory and applications of heaps of pieces*", Janvier 1994
- Newcastle University, Australia, Conference on Mathematics in Industry, January 1994

- Melbourne University, Australia, colloquium “*Yang-Baxter equation, symmetric functions, Temperley-Lieb algebra and bijective combinatorics with lattice paths, heaps of dimers and polyominoes*”, Février 1994
- Taormina, Sicile, Italie, colloque en l’honneur de A. Garsia, conf. invitée: “*Algebraic combinatorics viewed by a bijective man*”, Juillet 1994

### 1995

- Oberwolfach, Allemagne, colloque “Combinatoire et représentation du groupe symétrique”, Janvier 1995
- Université de Florence, Italie (2 semaines), cours intensif (20h) “*The Catalan bijective book*”

### 1996

- Université de Melbourne, Melbourne, Australie, invitation de 3 mois comme “Megyunya distinguished fellow” au sein de l’équipe de physique statistique, Janvier-Avril 1996  
nombreux séminaires, une conf. grand public (la conférence Megyunya) et un cours “graduate” (28h).
- Université de Canberra, Canberra, Australie, colloquium “*Bijective combinatorics*”, séminaire “*Phase transition for secondary structures of single-stranded nucleic acids*”, Avril 1996
- Monash University, Melbourne, Australie, colloquium “*Bijective combinatorics*”  
MSRI (Mathematical Science Research Institute), Berkeley, USA, invitation de un mois dans le cadre de l’année spéciale de combinatoire, conf: “*The mathematical beauty of trees*” Avril 1996
- Université de Californie à San Diego, La Jolla, USA, séminaire “*The mathematical beauty of trees*”, Avril 1996
- Université de Strasbourg, Séminaire Lotharingien en l’honneur de G.C. Rota,
- Nankin Institute, Tienjin, Chine, Atelier et Colloque international de combinatoire, (avec A.Lascoux) conf. principal de l’atelier, 8 conf. de 2h sur la combinatoire algébrique et bijective. 2 semaines, Juin 1996
- Université de Bordeaux, Talence, conférence spéciale (1h40), dans le cadre des leçons de mathématiques d’aujourd’hui, “*Énumérons!*” suivie d’un “concert-conférence” (avec G.Duchamp, violon, C.Krattenthaler, piano, G.Han, ordinateur), dédiés à M.P.Schützenberger, Décembre 1996

### 1997

- Université de Montréal, Montréal, atelier sur les mathématiques expérimentales et la combinatoire, conf. invitée “*Couleurs, expérimentation et aléatoire en combinatoire bijective*”, Avril 1997
- Lanvay, Savoie, Ecole de printemps d’informatique théorique, conf. “*Algorithmes et combinatoire*”, Avril 1997
- Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, USA, 2 conf. , Avril 1997
- La Villette, Colloque “*Voir, Entendre, Raisonner*”, conf. invitée “*La beauté mathématique des arbres*” (accompagné de G.Duchamp au violon), Juin 1997
- Bellagio, Italie, 30ème Séminaire Lotharingien de Combinatoire, conf. “*La beauté mathématique des arbres*”, Octobre 1997
- Université de Bordeaux, Talence, “*Petite école de combinatoire*”, série d’exposés sur la conjecture des matrices à signes alternants (Octobre -Décembre 1997)

## 1998

- Chennai University, Chennai (Madras), Inde, invitation à donner la conférence annuelle “Ramanujan conference” dans le cadre du colloque international sur les processus stochastiques, Janvier 1998
- Université du Québec à Montréal, Montréal, visite de un mois, conf. “*Une preuve bijective d’une formule de Karlin-McGregor relative aux processus de vie et de mort*”, Mars 1998
- Université de Bordeaux, Talence, “Petite école de combinatoire”, série d’exposés sur la conjecture des matrices à signes alternants (Janvier - Juin 1998)
- Conférence nationale de l’APMEP, Rouen, conf. plénière (vidéo-enregistrée) “*La beauté mathématique des arbres*”, Octobre 1998

## 1999

- Université du Québec à Montréal, Montréal, séminaire du LACIM: “*Énumération des arbres ayant une forme donnée*”, conf. aux étudiants: “*La combinatoire magique*”, Mars 1999
- CEGEP du Vieux Montréal, conf. aux collégiens (2h) “*Arbres et beauté des mathématiques*”, Mars 1999
- Talence, Conférence régionale de l’APMEP, “*Énumérons !*”, Mars 1999
- 11ème FPSAC (Formal Power Series and Algebraic Combinatorics), Barcelone, Espagne, comm. “*A Strahler bijection between planar trees and Dyck paths*”, Juin 1999
- colloque “The Renaissance of Combinatorics”, Tienjin, Chine, conf. invitée: “*Walks, Walls, Wet and Young tableaux*”
- cours intensif, Tienjin, Chine, “*Commutations and heaps of pieces*”, (14h) Octobre 1999
- Université de Rouen, Rouen, conf. vidéo-enregistrée “*La magie des tableaux de Young*”, Décembre 1999

## 2000

- Espace Pierre Mendès-France, Poitiers, conf. grand public: “*La beauté mathématique des arbres*” (avec G. Duchamp au violon et M. Pig Lagos, poèmes), Janvier 2000
- Lycée de Poitiers, conf. et discussion avec des lycéens de terminale (2h) , “*La combinatoire magique*”, Janvier 2000
- Montpellier, conférence régionale, “*Énumérons !*”, Mars 2000
- 44ème Séminaire Lotharingien de combinatoire, Saint-Narbor, Alsace, Mars 2000
- Château Smith Haut-Lafite (Martillac, terre des Graves), conférence grand public, “*Formes et arborescences, poésie et mathématiques*”, accompagné par G. Duchamp et M. Freudentheil au violon, et M. Pig Lagos, poèmes, Mars 2000.
- 26ème Ecole de Printemps d’Informatique Théorique, Branville (Normandie), « Énumération de pavages », 3 conférences invitées: “*Énumération de couplages parfaits par la méthode du Pfaffien*”, “*Méthodes bijectives pour énumérer les couplages parfaits*”, “*Polynômes de couplages des graphes*”, Mai 2000
- 12ème FPSAC (Formal Power Series and Algebraic Combinatorics), Moscou, Russie, comm. “*A combinatorial interpretation of the quotient-difference algorithm*”, Juin 2000
- Colloque Classical Combinatorics, en l’honneur de D. Foata, Tempe, USA, conf. invitée: « *Walks, Walls, Wet and Young tableaux* », « *Classical combinatorics and physics* », Juillet 2000.
- LACIM 2000, Montréal, conférence plénière grand public « *La beauté des mathématiques combinatoires* », pour l’inauguration du colloque célébrant les dix ans du LACIM (Laboratoire de Combinatoire et d’informatique mathématique) de l’UQAM (Université du Québec à Montréal), Septembre 2000

## 2001

- GASCOM'01 (Génération Aléatoire de Structures COMbinatoires, Sienna, Italie, comm; "*Gravitation quantique Lorentzienne et empilements de dominos*", Novembre 2001

## 2002

- 46ème Séminaire Lotharingien de Combinatoire, Saint-Narbor (Alsace), comm.: "Lorentzian quantum gravity and heaps of pieces", Mars 2002.
  - Colloque annuel des mathématiciens québécois, session spéciale de combinatoire, conf. invité: « *Lorentzian quantum gravity and heaps of pieces* », Québec, Juin 2002.
  - Journées du GDR Tresses, Lacanau, conf.: "*Combinatoire de l'algèbre de Temperley-Lieb nilpotente et fonctions symétriques*", Septembre 2002.
  - Journées en l'honneur de Jean-Louis Nicolas, Lyon, conf invitée: "*Partitions d'entiers, combinatoire des q-séries et physique*", Octobre 2002
- Séminaire de Combinatoire de Lyon, "*Combinatoire de l'algèbre de Temperley-Lieb nilpotente et fonctions symétriques*", Octobre 2002,
- 49ème Séminaire Lotharingien de Combinatoire, Ellwangen, Allemagne, Octobre 2002
  - Kolloquium de Combinatoire, Magdeburg, Allemagne, Novembre 2002, conférence plénière. "*Combinatorics and Physics : the use of heaps of pieces*"
  - Ecole doctorale des universités de Berlin et Zurich, 1 conférence, Berlin, "*Paths, braids, dimers, Young tableaux and reduced decomposition of permutations*", Novembre 2002.
  - Journées « Grands graphes », Talence, Décembre 2002

## 2003

- Université de Pondicherry, Pondicherry, Inde, 3 conf. "*Combinatorics in relation with Mathematics and Physics*", Janvier 2003
- Indian Institute of Technology, Chennai (Madras) , Inde, conf., "*Ramanujan, continued fractions and heaps of dimers*", Janvier 2003
- Chennai Mathematical Institute, Chennai (Madras), Inde, conf. "*The magic of Young tableaux*" Janvier 2003,
- Indian Institute of Technology, Mumbai (Bombay) , Inde, conf. "*The magic of Young tableaux*" Février 2003,
- Tata Institute of Fundamental Research, Dpt de Physique Théorique, Mumbai (Bombay), Inde, 2 conf., "*Combinatorics, statistical mechanics and quantum gravity*" Février 2003,
- Colloque « Number Theory and Combinatorics in Physics », Gainesville, Florida, USA, conf. invitée "*Heaps of pieces in Physics*", Mars 2003
- 14ème colloque de « Maths en Jean », « L'esprit et le goût de la Recherche », Université de Bordeaux, conférence plénière: "*Symétries et pavages avec la magie des tableaux de Young*", Mars 2003
- Colloque « Statistical Mechanics of Polymers Models », Banff, Alberta, Canada, "*Bijjective proofs for polymers statistical mechanics*", Mars 2003
- 47ème Matematicke Kolokvium, Université Charles, Prague, République Tchèque, conf. invitée, "*Combinatorics for quantum gravity*" Avril 2003,
- Université Charles, Prague, République Tchèque, Séminaire de combinatoire, "*Algebraic graph theory and heaps of pieces*" Avril 2003
- Lycée Gustave Eiffel Bordeaux, conf. de vulgarisation, Avril 2003
- Journées du LIPN, « Combinatoire, Informatique et Physique », Univ. Paris Nord, Villetaneuse, 2 conférences plénières: "*Une histoire de la conjecture des matrices à signes alternants*",

“Empilements de pièces en Physique”, Juin 2003

- Lycée Montaigne, Bordeaux, conf. de vulgarisation, Octobre 2003
- Université du Chili, Centro de Modelamiento Matemático, Santiago, Chili, séminaire “*Heaps of segments and q-Bessel functions in Physics*”, Décembre 2003

## 2004

- Ecole Jeune chercheurs “Systèmes complexes”, Valparaiso, Chili, 3 conférences, “*Enumerative Combinatorics, Algorithms and Physics*”, Janvier 2004,
- 52ème Séminaire Lotharingien de Combinatoire, Saint-Narbor (Alsace), congrès en l’honneur de Alain Lascoux (60 ans), “*From priority queues and binary search trees to sylvester monoid and Loday-Ronco algebra*”, Mars 2004,
- Université Paris 6 et 7, Colloquium de mathématiques, Paris, “*Combinatoire et physique*”, Avril 2004
- Ecole d’été de l’IREM, “Sciences mathématiques et modélisation”, Bordeaux, 2 conférences invitées: “*Des rivières, des molécules d’ARN, des synthèses d’images d’arbres, etc ...: quelles mathématiques*”, “*Les dessous mathématiques des empilements: des dominos à la gravitation quantique en passant par la physique statistique*”, Août 2004

## 2005

- 27th Nordic and 1st Franco-Nordic Congress of Mathematicians, Reykjavik, Islande, comm. “*Heaps of segments, 2D Lorentzian triangulations and curvature of the space-time*”, Janvier 2005.
- Mittag-Leffler Institute Seminar, Djursholm, Suède, conf. “*Combinatorics for 2D Lorentzian quantum gravity*”, Février 2005.
- 54ème Séminaire Lotharingien de Combinatoire, Lucelle (Alsace), Avril 2005, congrès en l’honneur de Xavier Viennot (60 ans), “*A walk in the garden of bijections*”.
- FPSAC’05 (Formal Power Series and Algebraic Combinatorics), Session spéciale dédiée à Adriano Garsia (75 ans), Taormina, Italie, conf. invitée “*From Kepler to Catalan, Strahler and Computer Graphics*”, Juin 2005
- Counting complexity: an international workshop on statistical mechanics and combinatorics, colloque en l’honneur de Tony Guttmann (60 ans), Dunk Island, Australie, “*The Nordic decomposition for Multidirected animals and 2D Lorentzian quantum gravity*” Juillet 2005,
- NATO School “Computer Science and Physics”, Cargèse, Corse, 2 conf. invitées (3h) “*Enumerative combinatorics and physics: 1 - Basic enumerative combinatorics, 2 - Applications and interaction with physics*”, Octobre 2005
- Cargèse, Corse, conf. grand public (avec J. Nestril et M.Pig Lagos, poèmes): “*Arbres et Formes, Art et Mathématiques*” Octobre 2005
- Cargèse, Corse, école primaire de Cargèse, “*Contes et combinatoire des arbres*”, avec M. Pig Lagos, conteuse, association Cont’Science. Octobre 2005

## 2006

- Université Paris 6, Paris, Séminaire de Combinatoire algébrique et Géométrie, “*Combinatoire et Physique: animaux, empilements et triangulations Lorentziennes*”, Mars 2006
- 9ème Journée des Mathématiques (IREM d’Orléans), Université d’Orléans, , “conférence-spectacle”, avec G. Duchamp (violon) et M.Pig Lagos (textes): “*Compte moi les arbres: d’Hipparque à la gravitation quantique*”, Avril 2006

- Journées Pierre Leroux, Université du Québec à Montréal, Montréal, conf. invitée "*The asymmetric exclusion process*", Septembre 2006
- GASCOM'06, Dijon, comm. "*Catalan tableaux, permutation tableaux and asymmetric exclusion process*", Septembre 2006
- La Rochelle, Colloque interne du Service de Physique Théorique du CEA de Saclay, conf. invitée, "*La combinatoire plurielle aujourd'hui: énumérative, algébrique, bijective, expérimentale, quantique et .. magique*" Septembre 2006
- Université Bordeaux 1, séminaire d'informatique du LaBRI, présentation de la petite école de combinatoire 2006/07 sur "*Théorie combinatoire des polynômes orthogonaux, interactions et applications*", Septembre 2006
- Séminaire Lotharingien, Saint-Narbor, Alsace, comm. "*Catalan tableaux and the asymmetric exclusion process*", Octobre 2006
- ENS Cachan, Cachan, séminaire de Physique "*Résolution combinatoire d'un modèle d'exclusion mutuelle*", Novembre 2006

## 2007

- Université Bordeaux 1, séminaire d'informatique du LaBRI, présentation du projet MARS "*Physique combinatoire: autour des matrices à signes alternants et la conjecture de Razumov-Stroganov*", Janvier 2007
- Atelier Combinatoire et mécanique statistique, Far Hills, Québec, Canada, 3 conf. invitées (cours Combinatoire et Physique statistique) Février 2007
- Ecole Combinatoire et mécanique statistique, CRM, Université de Montréal, Montréal, conf. invitée "*Canopy of binary trees, Catalan tableaux and the asymmetric exclusion process*" Février 2007
- Lycée Montaigne, Bordeaux, "*De Leonhard Euler à la combinatoire d'aujourd'hui*", avec M. Pig Lagos (textes et récits), Mars 2007
- Bibliothèque Nationale de France, Paris, dans le cadre des conférences "Un texte, un mathématicien", conférence-spectacle (1h20) "*D'une lettre oubliée de Leonhard Euler (1707-1783) à la combinatoire et la physique contemporaine*", avec G. Duchamp et M. Freudentheil (violons) et M. Pig Lagos (textes), Mars 2007 (vidéo-filmée, cassette FRBNF41033519 à la BNF)
- France-Culture, Paris, émission continent science, (avec M. Andler) interview sur Leonhard Euler, Mars 2007
- Max Planck Institute for Mathematics, Conference on Combinatorics and Physics, conf. invitée, Bonn, Allemagne, "*A combinatorial approach to nonlinear functional expansions with enriched rooted trees and weighted paths*", Mars 2007
- Journée Maths-Info en fête, Université Bordeaux 1, Talence, conf. (pour les lycéens, vidéo-filmée) "*Arbres, triangulations, molécules d'ARN: quelles mathématiques, quelle informatique ?*", Avril 2007
- Journée Maths-Info en fête, Université Bordeaux 1, Talence, conf. (pour les lycéens, vidéo-filmée) "*Métamorphoses algorithmiques et merveilleuses coïncidences mathématiques*", Avril 2007
- Journée IHES "Leonhard Euler, mathématicien universel, tricentenaire de sa naissance", Institut des Hautes Etudes Scientifiques, Bure-sur-Yvette, conf. invitée "*Leonhard Euler, père de la combinatoire contemporaine*", Mai 2007
- 19ème FPSAC ((Formal Power Series and Algebraic Combinatorics), Tienjin, Chine, comm. "*Canopy of binary trees, Catalan tableaux and the asymmetric exclusion process*", Juillet 2007
- Université d'été, Expérimentation et démarches d'investigation en mathématiques, Saint-Flour conf. invitée "*Combinatoire expérimentale*" Août 2007

- 187ème Congrès annuel SCNAT (Académie Suisse), Bâle, "*Leonhard Euler, précurseur de la combinatoire contemporaine*", Septembre 2007
- 59ème SLC (Séminaire Lotharingien de Combinatoire), "*Leonhard Euler, père de la combinatoire contemporaine*", avec M. Pig Lagos (textes et récits), Bertinoro, Italie, Septembre 2007
- Institut de Physique Théorique du CEA, Saclay, cours pour physiciens "*Elements de combinatoire algébrique*", 6 cours de 2h, Septembre-Octobre 2007
- Université Bordeaux 1, Dans le cadre des "rendez-vous du Lundi", "conférence-spectacle", "*De Leonhard Euler (1707-1783) aux mathématiques combinatoires et à la physique d'aujourd'hui*", avec G. Duchamp et M. Freudentheil (violons) et M. Pig Lagos (récits et textes), Octobre 2007 (vidéo-filmée).
- Journées en l'honneur de Donald E. Knuth, LaBRI, Bordeaux, conf. invitée, "*Euler, Strahler and Knuth*", Octobre 2007
- Journée "Leonhard Euler 1707-1783, La passion de la Raison", Toulouse, "*Leonhard Euler, précurseur de la combinatoire contemporaine*", avec M. Pig Lagos (récits et textes), Décembre 2007

## 2008

- Université du Québec à Montréal, séminaire du LACIM, Montréal, Québec, Canada, "Tableaux alternatifs", Février 2008
- Workshop "Combinatorial Identities and their Applications in Statistical Mechanics", Isaac Newton Institute for Mathematical Science, Cambridge, United Kingdom, conf. invitée, "*Introduction to the theory of pieces and applications to statistical mechanics and quantum gravity*", Avril 2008 (vidéo-filmée).
- Workshop "Statistical Mechanics and Quantum-Field Theory Methods in Combinatorial Enumeration", Isaac Newton Institute for Mathematical Science, Cambridge, United Kingdom, conf. invitée, "*Alternative tableaux, permutations and partially asymmetric exclusion process*", Avril 2008 (vidéo-filmée).
- Workshop on "Combinatorics and Physics", The Erwin Schrödinger Institute for Mathematical Physics, Vienne, Autriche, "*An alternative approach to alternating sign matrices*", Mai 2008
- Université d'Artois, Lens, dans le cadre des conférences grand public de la SMF "Un texte, un mathématicien" en province, conférence-spectacle (1h20) "*D'une lettre oubliée de Leonhard Euler (1707-1783) à la combinatoire et la physique contemporaine*", *Autour de la lettre de Leonhard Euler à Christian Goldbach de 1751*, avec G. Duchamp et M. Freudentheil (violons, par vidéo) et M. Pig Lagos (récits et textes), Juin 2008.
- GASCOM'08, (Génération Aléatoire de Structures COMbintaires), Bibbiena, Italie, conf. plénière (2h), "*A tour in algebra, combinatorics, computer science and physics with alternative tableaux*", Juin 2008
- University of Porto, conf., Porto, Portugal, "*Growth diagrams for Young tableaux, Robinson-Schensted correspondence and some quadratic algebra coming from physics*", Septembre 2008
- 61ème SLC (Séminaire Lotharingien de Combinatoire), Curia, Portugal, conf. invitée, "*Alternative tableaux, permutations, a Robinson-Schensted like bijection and the asymmetric exclusion process in physics*", Septembre 2008
- University of Coimbra, Colloquium, Coimbra, Portugal, "*Alternating sign matrices: at the crossroads of algebra, combinatorics and physics*", Septembre 2008

## Recherches en cours et perspectives

Ces recherches sont évoquées dans les deux dernières sections (voir page 8) du résumé général de mes travaux intitulées “*Tableaux alternatifs, permutations et PASEP*” et “*Matrices à signes alternants, le Ansatz cellulaire et le projet MARS*”.

Elles font partie du projet ANR Blanc MARS (2006/2009) que je dirige. Le lecteur trouvera ci-dessous en complément ce projet tel qu’il avait été soumis à l’ANR en 2006 (Objectifs, contexte, description du projet et résultats attendus) (domaine principal: informatique, domaine secondaire: mathématiques) numéro ANR-06-BLAN-0193. L’équipe comprend J.C. Aval, P. Duchon, Y. Le Borgne, P. Marckaert, X. Viennot tous du LaBRI et A. Lascoux de l’équipe combinatoire de Marne-La-Vallée.

### résumé du projet MARS

#### (Physique combinatoire: Matrices à signes alternants et la conjecture de Razumov-Stroganov)

Le projet MARS est un projet interdisciplinaire très ambitieux, recouvrant trois domaines principaux: informatique, mathématiques et physique. Le but principal est de résoudre la célèbre (en combinatoire et en physique quantique) conjecture de Razumov-Stroganov relative à certains entiers apparaissant dans le modèle XXZ d’Heisenberg sur les chaînes de spin. Ces entiers sont liés aux matrices à signes alternant, introduites il y a 25 ans, qui ont fait couler beaucoup d’encre en combinatoire et ont mobilisé les énergies des meilleurs spécialistes au monde en combinatoire, q-séries et partitions d’entiers. Nous avons aussi l’intention d’attaquer le célèbre problème ayant résisté à toutes les tentatives depuis 20 ans, à savoir trouver une bijection en les matrices à signe alternant et les partitions totalement symétriques et autocomplémentaires. Le projet recouvre différents domaines fort variés: fonctions symétriques, polynômes de Schubert, polynômes orthogonaux, groupe de permutations, chaîne de Markov, structures discrètes aléatoires, expérimentations sur ordinateur, bijections, algorithmes et certaines connaissances sur les structures de données en informatique, physique combinatoire, etc .. Notre équipe est unique: rassemblant dans le même groupe toutes les compétences nécessaires.

#### Publications en préparation ou prévues:

(les articles [88], [89] et [90] apparaissent déjà dans ma liste complète des publications)

[P1] “*Up-down sequence of permutations, paths and canopy of binary trees*”

article relatif à l’exposé donné au 52ème SLC, Domaine Saint-Jacques, Otrrott, Mars 2004, colloque en l’honneur de Alain Lascoux (60 ans). diaporama disponible sur mon site.

[P2] (avec J.C. Aval) “*The product of trees in the Loday-Ronco algebra through Catalan tableaux*” preprint 2007, à compléter.

[P3] “*Combinatorics of the TASEP with binary trees, paths and Catalan tableaux*”, cet article est la suite de l’article [88] “*Catalan tableaux and the asymmetric exclusion process*”, Proc. FPSAC’07, Tienjin, Chine.

[P4] = [89] “*Alternative tableaux, permutations and partially asymmetric exclusion process*”, en préparation, slides et vidéo sur le site du Isaac Newton Institute, Cambridge, U.K.

[www.newton.ac.uk/webseminars/pg+ws/2008/csm/csmw04/0423/viennot/](http://www.newton.ac.uk/webseminars/pg+ws/2008/csm/csmw04/0423/viennot/)

[P5] = [90] “*An alternative approach to alternating sign matrices*”, en préparation, slides sur le site du Erwin Schrödinger Institute for Mathematical Physics, Vienne, Autriche, Programme on “Combinatorics and Physics”, 2008, [www.mat.univie.ac.at/users/kratt/public\\_html/esi/](http://www.mat.univie.ac.at/users/kratt/public_html/esi/)

[P6] “*The Robinson-Schensted correspondence revisited with local rules and geometry of shadows*”

[P7] (avec P. Nadeau) “*A bijection between alternative tableaux and alternative binary trees*”

[P8] (avec P. Nadeau) “*Alternative tableaux and the median shape of permutations*”

Au début des années 80 fut introduit la célèbre conjecture *des matrices à signes alternants* (ASM), puis les fameuses *partitions planes totalement symétriques et autocomplémentaires* (TSSCPP), énumérés par les mêmes nombres. C’est dans ce contexte que j’ai été amené à introduire le Lemme dit LGV (Lemme de Linstrom-Gessel-Viennot mentionné page 5 et 9). Suite à la thèse de S. Dulucq (1985), ce lemme s’est avéré être le point de départ pour énumérer les TSSCPP par G. Andrews, puis résoudre la fameuse conjecture des ASM donnant une formule d’énumération simple de ces objets. Puis, comme beaucoup d’autres, j’ai abandonné la recherche d’une “explication” de la formule et de la recherche d’une bijection entre les ASM et les TSSCPP, deux problèmes simples et toujours ouverts depuis 25 ans. C’est l’arrivée de la conjecture de Razumov-Stroganov reliant les *chaînes de spin quantiques* (modèle de Heisenberg XXZ) et les ASM, qui m’a fait reprendre le sujet. Voir plus de détails dans la description du projet MARS, page 30.

Actuellement, ce domaine est l’objet d’une intense activité, aussi bien dans la communauté combinatoire que chez les physiciens, comme en témoignent les deux récents ateliers ayant eu lieu au Isaac Newton Institute, Cambridge (Avril 2007) et au Erwin Schrödinger Institut à Vienne (Mai 2007) où un bon tiers des exposés étaient consacrés à ce sujet. Alors pourquoi attaquer à nouveau 25 ans plus tard un sujet aussi profond et difficile ?

Je suis animé par la superposition de plusieurs idées, venant des différents domaines que j’ai fréquentés depuis 30 ans, en informatique, algèbre, combinatoire et physique théorique. Il s’agit en informatique de deux thèmes différents dans le domaine de l’algorithmique des structures de données. Le premier est la théorie des “*histoires de fichiers*” introduit par J. Françon en 1978 et magistralement développé par son inventeur avec J. Vuillemin et P. Flajolet pour le calcul du *coût intégré des structures de données*, en liaison avec la théorie combinatoire des fractions continues et des polynômes orthogonaux. Le deuxième thème en informatique est notre travail en 1978 (avec J. Françon et J. Vuillemin, articles [18], [19]) sur la représentation des *files de priorité* par la nouvelle notion de “*pagode*”. En combinatoire, il s’agit de la très classique correspondance de Robinson-Schensted-Knuth (RSK) entre les permutations et les paires de tableaux de Young de même forme. En algèbre, il s’agit de l’approche algébrique de cette correspondance par S. Fomin (vers 1992) en utilisant une algèbre d’opérateurs satisfaisant la relation de commutation de Heisenberg  $UD = DU + I$  et conduisant à une redéfinition de la correspondance avec des “*règles locales*” ou de “*diagrammes de croissance*”. En physique théorique, il s’agit du modèle PASEP (“*Partially asymmetric exclusion process*”) modèle “jouet” dans la théorie des systèmes loin de leur équilibre. Ce modèle est en liaison, au niveau purement calculatoire des Hamiltoniens, au modèle des chaînes de spin XXZ.

Dans l’article [P1], J’introduis la notion de *canopée* d’un arbre binaire, comme un analogue de la notion de “*forme*” ou “*up-down sequence*” d’une permutation, et donne une formule d’énumération pour le nombre d’arbres binaires ayant une canopée donnée. Cette formule provient d’un algorithme sur les arbres binaires ayant une analogie avec le célèbre “*jeu de taquin*” de

M.P.Schützenberger dans la théorie des tableaux de Young. La surprise est que la combinatoire sous-jacente de ce jeu de taquin sur les arbres est exactement celle que nous avons utilisée dans les travaux cités ci-dessus sur les *files de priorité* représentés par des *pagodes* ([18], [19]). La deuxième surprise est que je retrouve le produit sur l’algèbre des arbres définis par Loday-Ronco pour leur célèbre algèbre de Hopf. Nous retrouvons le thème “*algèbre de Hopf*” de l’article [P2].

Ce jeu de taquin sur les arbres peut être codés par certains tableaux, qui sont exactement les “*tableaux de permutations de Catalan*” introduit par E. Steingrimsson et L. Williams et décrits ci-dessus page 8. Nous retrouvons alors le modèle TASEP, cas particulier du PASEP, lorsque les particules se déplacent toujours dans le même sens. C’est l’objet de l’article [88]. Il y a plusieurs interprétations possibles des probabilités stationnaires du TASEP, avec des paires de chemins, des arbres binaires et des tableaux (travaux de Brak, Essam, Duchi, Schaeffer). L’article [P3], faisant suite à [88] donne diverses bijections montrant l’équivalence de ces interprétations.

Un résumé des articles [P4] et [P5] a déjà été abordé ci-dessus page 8. Disons que j’ai été amené à introduire la nouvelle notion de “*tableaux alternatifs*” (énumérés par  $n!$ ) en partant de l’article séminal de Derrida, Evans, Hakim, Pasquier (1993) exprimant les probabilités stationnaires du PASEP par un “*Matrix Ansatz*” avec des matrices (infinies)  $D$  et  $E$  vérifiant la relation de commutation  $DE = qED + E + D$ . Puis j’ai découvert la bijection entre les tableaux alternatifs et les permutations, en faisant l’analogie de l’approche algébrique de Fomin pour Robinson-Schensted, avec des opérateurs  $D$  et  $E$  venant en fait de la théorie des histoires de fichiers de J. Françon pour la structure de données “*dictionnaire*”.

L’article [P5] est un analogue, pour les matrices à signes alternants, de cette approche algébrique des tableaux alternatifs avec les opérateurs  $D$  et  $E$ , ou des tableaux de Young avec les opérateurs  $U$  et  $D$ . Maintenant, il s’agit maintenant de quatre opérateurs  $A, A', B, B'$  vérifiant à nouveau certaines relations de commutation formelles et faisant apparaître le nombre de matrices à signes alternants. Le problème ouvert est de trouver une “représentation” de ces opérateurs sur des objets combinatoires, analogue à ce qui se passe pour RSK ou pour le PASEP. Ces objets restent à inventer. Tous les autres objets proches ou reliés aux matrices à signes alternants (*partitions planes* TSSCPP, FPL, chemins ne se coupant pas, chemins *osculateurs*, *pavages* de parties hexagonales du réseau triangulaire, ) peuvent aussi être approchés formellement avec 4 opérateurs. L’article [P5] donne aussi une formalisation sous le nom de “*Cellular Ansatz*” du processus permettant de construire des bijections comme celle de Robinson-Schensted (RSK) ou celle que j’ai introduite pour les tableaux alternatifs, à partir des algèbres définies par des variables formelles et des règles de commutation. Une autre idée nouvelle fondamentale, inspirée du travail de Fomin pour RSK, est de “*planariser*” des “*règles de réécriture*” venant des règles de commutation. Ici, les “*réécritures*” sont exactement prises au sens des informaticiens.

L’article [P6] est un article plutôt pédagogique, donnant une preuve simple, écrite nulle part, de l’équivalence entre la correspondance RSK et l’algorithme avec “*règles locales*” défini par S. Fomin. Cette preuve repose sur la construction géométrique avec “*ombres*” et “*lumière*” que j’avais donnée en [17].

Les articles [P7] et [P8] résulte d’une collaboration en cours avec P. Nadeau et commencée lors de notre séjour commun au Erwin Schrödinger Institute à Vienne en Mai dernier. Ce dernier a découvert et introduit une remarquable classe d’arbres binaires étiquetés, appelés “*arbres binaires alternatifs*”, qui “portent” toute la subtilité de la combinatoire profonde des tableaux alternatifs. P.Nadeau donne des bijections directes entre les tableaux alternatifs, les arbres alternatifs et les permutations. L’article [P7] donne un algorithme “*par glissement*” qui permet de donner une autre forme équivalente des bijections tableaux alternatifs - arbres alternatifs - permutations, et permet de

montrer que la bijection de {P4} (= [89]) est une extension de celle donnée dans [88] venant du TA-SEP avec des objets dénombrés par les nombres de Catalan.

Dans l'article [P8], nous donnons une autre représentation des opérateurs D et E du "Matrix Ansatz" du PASEP que celle donnée en [P4] à partir des histoires de fichiers. Cette représentation, qui provient comme l'autre de la notion d' "*histoire de Laguerre*", liée aux histoires de fichiers et à la théorie combinatoire des polynômes orthogonaux, nous donne de meilleurs espoirs pour l'avenir, car étant plus symétrique" (d'où le nom de "*médian*"). Une conséquence est déjà de mieux comprendre (après un article de Loday et Ronco sur le sujet) l'imbrication des structures "*hypercube*" - "*associaèdre*" - "*permutoèdre*", comme décrites dans le projet MARS page 33.

L'espoir est de pouvoir "relever" toutes ces études vers l'étage supérieur formé par l' "*alternoèdre*", c'est-à-dire l'ensemble partiellement ordonné défini par A. Lascoux et M.P.Schützenberger comme complétion (pour l'ordre de Bruhat) du *permutoèdre* et dont on sait qu'il s'agit en fait des matrices à signe alternants.

Une autre voie prometteuse pour de futures recherches est de donner une interprétation combinatoire des *polynômes de Askey-Wilson*, clef de voûte de tout un édifice en cours de construction depuis 30 ans, et très liés au PASEP et aux matrices à signes alternants.

# Le projet MARS

## Objectifs et contexte

First, we briefly recall the story of the ubiquitous sequence 1,2,7,42,429,.. that is the story of the famous alternating sign (ex-)conjecture in Combinatorics and of the more recent Razumov-Stroganov conjecture in Theoretical Physics.

Alternating sign matrices (ASM) have been introduced in 1982 by B.Mills, D.Robbins and H.Rumsey (Princeton) in relation with a method for computing determinants due to C.Dodgson (aka Lewis Carroll) in 1866 and called "condensation of determinants". ASM are  $n \times n$  matrices, whose entries are 0,1,-1 and such that each row or column sum is 1 and such that the non-zero entries "alternate" in row and column. Permutations form a subclass (no occurrences of -1). Mills, Robbins and Rumsey found empirically a nice formula for the number  $A(n)$  of such matrices as a ratio of product of some factorials. This is the famous alternating sign conjecture. A refined version was a formula for the enumeration of such matrices according to  $n$  and the position of the (unique) 1 in the first row.

The context was the theory of plane partitions (PP). This domain was initiated by the Major Percy A. MacMahon. Plane partitions are 3D analog of Ferrers diagrams (aka Young diagrams, or partitions of an integer). They are related to Young tableaux involved in the representation of the symmetric group. MacMahon gave in 1912 a formula for the  $q$ -number of plane partitions contained in an  $n \times n \times n$  box, and conjectured a formula for the  $q$ -number of such partitions which are symmetric under the exchange of two axes. This formula was proved by G.Andrews and I.Macdonald (independently) in 1979. Then cyclically symmetric partitions were introduced and a conjectured formula was stated by Macdonald in 1979. In relation with this conjecture, G.Andrews introduced the notion of descending plane partitions (DPP) and gave a  $q$ -counting formula for the enumeration of such partitions. Surprisingly DPP and ASM are enumerated by the same number, but today no bijection has been given. Mills, Robbins and Rumsey proved Macdonald conjecture in 1982.

Several other symmetries for plane partitions were systematically investigated, and experimental formulae were discovered. Up to isomorphism, a total of ten classes was listed by Richard Stanley in 1985. The more profound and more surprising of all of them are the class of partitions having all possible symmetries, they are the famous totally symmetric self-complementary plane partitions (TSSCPP) and in 1983, Mills, Robbins and Rumsey discovered experimentally that they were enumerated by the same number  $A(n)$  as for the ASM.

Some important combinatorial steps were made at that time in this domain. Gessel and Viennot showed that Young tableaux and various classes of plane partitions can be encoded by configurations of non-crossing paths in the discrete plane, and also popularized the so-called "Linström-Gessel-Viennot" methodology (LGV) saying that in general non-crossing configurations of paths can be enumerated by a determinant (and more generally weighted paths). Such methodology appeared independently in theoretical chemistry, in probability theory with Karlin-MacGregor determinants for birth and death process, and in physics: "vicious walkers" for wet transition introduced by M.Fisher and systems of free fermions (their (Slater) waves functions and their grand canonical partition function can be expressed as determinants). Another important advance was made by Kuperberg by giving correspondence between plane partitions and tilings of triangular lattice, or equivalently configurations of dimers on a honeycomb grid, which can be enumerated applying the Pfaffian or permanent method as introduced by Kastelyn and al, and successfully applied in the 60's for the Ising model. In general the difficulty comes in expressing such determinant or Pfaffian in term of formulae as a product divided by a product. A typical example is the content/hook length formula for the number of Young tableaux of given shape. More difficult is when the configuration of non-crossing paths has some variables ending or starting points. The number becomes a sum of determinants. J.Stembridge's classical paper (1990), with insight of B.Gordon and S.Okada, reduces this sum to a single Pfaffian.

With such preliminary tools, two major breakthrough appear in 1992: G. Andrews proved the formula for the number of TSSCPP and D.Zeilberger announced a proof of the ASM conjecture.

The first step was to put in bijection the TSSCPP with some families of paths, this was done by S.Dulucq in his thesis at Bordeaux in 1986 and rediscovered by W.Doran in 1989. Andrews started with the corresponding Stembridge Pfaffian, and after several “tour de forces”, computer manipulations, the problem was transposed into the world of hypergeometric functions with a new identity proved by the classical WZ-methodology. Then D.Zeilberger gave in 1996 the first complete proof of the ASM by showing that their number was the same as the number of TSSCPP. The paper is another “tour de force”, with 84 pages of residues calculus, constant term identities and the help of 70 “checkers”. Today, no bijections is known between TSSCPP and ASM.

Another breakthrough came in 1996 with a second proof by G.Kuperberg of the ASM conjecture, showing the equivalence of ASM with the square ice model, aka the 6-vertex model in statistical mechanics with some domain wall boundary conditions (DWBC). The solution reduces to the calculation of a quantum determinant of A.Izergin and V.Korepin, in relation with “scattering inverse methods” in quantum physics. D.Zeilberger uses this determinant to prove the “refined” ASM conjecture. Systematic studies were given for the ten classes of symmetries for PP with major determinant-Pfaffian methodology developed by C.Krattenthaler and his Wien school solving related or variation of the main models.

About 2001-02 came another big surprise, in a completely different context from quantum physics of spin chains. A.Razumov and Y.Stroganov considered anti ferromagnetic XXZ periodic chains for  $\Delta = -1/2$ . They discovered that the components of the ground state vector, with proper normalisation, were integers related to ASM. Equivalently, Batchelor, de Gier and Ninhuis considered the dense  $O(1)$  loop model on a cylinder and the corresponding Hamiltonian expressed in term of the sum of the basis of the Temperley-Lieb algebra. They discovered that the sum of the coefficients of the ground state vector, or Perron-Frobenius eigenvector, suitably normalized, were precisely the number of ASM. This is the so-called “weak” version of the Razumov-Stroganov conjecture, and has been proved by the French physicists P. Di Francesco and P.Zinn-Justin in 2004 (with multi-parameter rule), using familiar tools such as transfer matrix method and Yang-Baxter equation.

The (strong) Razumov-Stroganov conjecture (RS) gives interpretation of the individual terms of the Perron-Frobenius eigenvector in term of “arch patterns”, or configuration of non crossing lines joining  $2n$  points of a circle (enumerated by Catalan numbers). To each ASM, one associates bijectively an FPL (Fully Packed Loop) on an  $n \times n$  grid via the connection with the 6-vertex model with DWBC. Each term of the eigenvector corresponds to an arch pattern and the RS conjecture says that the corresponding coefficient is precisely the number of FPL associated to that pattern. With different boundary conditions, one gets similar conjectures involving some classes of ASM or of PP with certain symmetries.

The main objective of this project is to give a proof of the (strong) RS conjectures. A less ambitious objective would be to do some progress is a combinatorial approach of both weak and strong RS conjectures. In the same spirit, we also plan to make some progress toward a combinatorial comprehension of the connection between ASM and TSSCPP and, maybe, to solve the longstanding challenge to find a bijection between these two classes of objects. We give arguments below in section B2 why we are convinced that we are able to bring significant progress in these two challenges from Combinatorics and Physics.

Around the main topics of the PP, ASM, TSSCPP, FPL, RS conjecture, much more connections with other domains of algorithmics, combinatorics, mathematics and physics, have appeared since 1980. First, ASM are related to the growing domain of “random discrete structures”, random tilings, or such methodology as “coupling from the past”, Markov chains (J.Propp and Wilson). Another domain is in algebraic combinatorics, particularly developed by the Marne-le-Vallée team, with the theory of symmetric functions, the introduction by Lascoux and Schützenberger of the Schubert and Grothendieck polynomials. Many work has been done (see monograph of Macdonald or Manivel), in relation with Yang-Baxter coefficients. Extension of RS conjectures has been given by Di Francesco and Zinn-Justin for the loop model on a cylinder with crossings, and Schubert polynomials appear with integers interpreted as dimension of orbital varieties related to some Lie algebras. Strong relation with symmetric group and Coxeter groups exists. Lascoux and Schützenberger introduced a completion of the Bruhat (Ehresmann) order of the symmetric group into a distri-

butive lattice. The elements of this lattice are in bijection with the ASM. Other connections are orthogonal polynomial theory: number of ASM and PP are related to Hankel determinants (Tramm 2001, Gessel-Xin 2005). Also the so-called 1-, 2- 3- enumeration of AMS involve respectively continuous Hahn, Meixner-Pollaczek and continuous dual Hahn polynomials, (F.Colomo, A.G.Pronko, 2004,2006).

A third objective is to develop these different connections and to give us better tools to attack the two main challenges: RS and ASM-TSSCPP. Our team is unique by grouping all the various necessary competences, some members being at the world top level in their domain.

## **Description du projet et résultats attendus**

We have described above a summary of the tremendous works made around PP, (plane partitions), DPP (descending plane partitions), ASM (alternating sign matrices), TSSCPP (totally symmetric self-complementary plane partitions) and RS (strong Razumov-Stroganov conjecture), since 25 years by various people from combinatorics, mathematics and physics, some of them being considered as the “popes” or top leaders in their domain. A book has been written by D. Bressoud “Proofs and confirmations: the story of the alternating matrices conjectures” 1999 (before the appearance of the RS conjecture). At that time most of the conjectured formulae about PP and ASM were proved, often with very laborious and ad hoc calculations. But , as said D.Bressoud at the end of an AMS conference given in November 2005: this is really just the beginning. Despite these 25 years of efforts, a combinatorial explanation or a general framework for the whole story is missing. Four classes of objects are enumerated by the same number  $A(n)$ : DPP, ASM, TSSCPP and the RS coefficients and not a single bijection, even no beginning of a combinatorial explanation is known today. Even the factorials appearing in the numerator and the denominator of the product formula for  $A(n)$  do not have natural interpretation or appearance in the nowadays zoo of known combinatorial objects.

So it may appear very pretentious to propose an ambitious project attacking the two main challenges: prove with combinatorial tools the (strong) RS conjecture (Razumov-Stroganov) and construct a bijection between the ASM (alternating sign matrices) and the TSSCPP (totally symmetric self-complementary plane partitions).

At least, we are convinced that we can make some significant progress around the combinatorial comprehension of RS and ASM because of the exceptional variety of competence of the members of the team. Each of the related domain is represented by some members of the group, some being at the world top level in that specialty. The necessary related domains include: algebraic combinatorics (A.Lascoux, J.C.Aval and X.G.Viennot, with symmetric functions, Schur, Schubert and Grothendieck polynomials, combinatorial Hopf algebras, ..), bijective and enumerative combinatorics (X.G.Viennot and most of the bordelais group), “ALEA” , random discrete structure, Markov chains, etc.. (P.Duchon, J.F.Marckert), experimental combinatorics (algebraic with software ACE A.Lascoux, and “visualization” or “bijective” experimentation in Bordeaux), combinatorial theory of orthogonal polynomials (A.Lascoux and X.G.Viennot), q-series and q-calculus (most members). Also, in the RS conjecture, there are different appearance of objects enumerated by Catalan numbers (arch systems, basis of the Temperley-Lieb algebra, etc ..). A specialty of the Bordeaux team, especially Y. Le Borgne and X.G.Viennot is to have a profound knowledge of the deepest aspects of the so-called Catalan garden.

Their are some important “physics” aspects in the project. Some members of the group also have a “physics” competence, as shown by their publications in various Physics Journals, or being invited in some Physics conferences. Since many years, we had some relation with the Theoretical physics group of the CEA in Saclay, in particular with the “regretté” Claude Itzykson. We have some contacts or discussions with Di Francesco and his group with Guitter and Bouttier. The trio Di Francesco (Saclay), J.B.Zuber (Paris 6), Zinn-Justin (Orsay) has been very active in the RS-ASM-PP domain and have published more than a dozen of deep and profound papers in the last few years (see all of them on ArXiv). In this project we plan to have more exchanges and collaborations with these physicists. Other physicists in France working in this RS domain are Kitanine (“médaille de bronze CNRS”, with Maillet in the theoretical physics group of ENS Lyon. Also, the

bordeaux team has a long and strong cooperation with two other physics centers in the world: the theoretical group at the Tata Mumbai in India (Deepak Dhar) and the Melbourne group of Statistical mechanics directed by A.Guttmann (several visits and exchanges between both Bordeaux and Melbourne, with two thesis in co-tutelle). The Marne-la-Vallée group also has many exchange with physicists, especially with Melbourne, Tianjin and Kyoto.

Thus the project has a strong interdisciplinarity, covering in fact three sectors: computer science, mathematics and physics. The group has strong competences in the three sectors, the collaboration on various topics between the different members has a long and strong history, making the team probably unique in the world and justifies the conviction to bring something new in these difficult challenges. But there is more.

Recently, P.Duchon conjectured a slightly stronger RS-conjecture which can be described from Markov chain into a pure combinatorial form on the FPL and arch diagrams. The formulation is in term of finding a bijection on FPL satisfying certain invariance properties when projected onto arch diagrams. In collaboration with J.F Marckert, he made significant progress in the search of such a bijection.

Another promising approach was made by the coordinator of the group with a new way to attack the RS conjecture, by connecting different recent works from apparently unrelated domains. It is embarrassing to explain in details these ideas, knowing that this report may be referred by some active actors of this very hot and competitive domain of combinatorial physics. We will just say that these recent works involve algebraic combinatorics, probability theory, combined with some ideas coming from computer science (data structures, analysis of algorithms). We will give an example of this paradigm in another topic (apparently unrelated, but in fact in connection with our project, see below). At the 52th SLC (Séminaire Lotharingien de Combinatoire), special session for LascouxFest, X.G.Viennot presented a novel approach to the Loday-Ronco Hopf algebra of binary trees and the sylvester monoid introduced recently by Thibon, Hivert, Novelli. He shows that the main constructions are in fact contained in the combinatorial and algorithmic constructions which he made 25 years ago, when working with the group of computer scientists J.Françon, P.Flajolet and J.Vuillemin about a unifying look at data structures and in particular the (best at that time) representation of priority queues by “pagoda”. We will not say more, except that with this new insight, we believe that we are close to get some new combinatorial objects where the factorials in the numerator and denominator of the formula for  $A(n)$  appear (for the first time) in a “natural” way. Thus, compared to other concurrent groups in Physics or in Mathematics, a unique advantage of our team, is to be embedded in the French “STIC” culture, that is to be also computer scientists, collaborating with our colleagues of our respective computer science laboratory both in LaBRI at Bordeaux and at the IGM in Marne-La-Vallée.

The methodology of our project is clear and detailed below: first develop as much as possible the combinatorics of the related domains and introduce new combinatorial tools, with a strong help from experimental combinatorics (both “formal algebraic” and “visual”) and then, with this enlarged vision attack combinatorially the (weak and strong) RS conjecture and its extensions. Then, after a happy RS achievement, a new vision should emerge and enable us for finding the missing bijection between ASM and TSSCPP.

## **1 - Hypercube, Associahedron, Permutohedron and alternatohedron.**

The permutohedron is the polytope or the poset formed by the  $n!$  permutations ordered by the (weak) Bruhat order. The edges correspond to the “covering” relation between two elements. There is also the order introduced by Ehresmann, also called (strong) Bruhat order. Considerable work has been done in algebraic combinatorics about this permutohedron, in relation with algebraic geometry and the combinatorics of Coxeter groups, in particular by A.Lascoux and M.P.Schützenberger. See for example the recent book of A.Björner and F. Brenti.

A major advance in the ASM domain was made by A.Lascoux and our “bon Maître” M.P.Schützenberger with the introduction of an embedding of the permutohedron ordered by the (strong) Bruhat order into a distributive lattice, where the concept of “key” of a permutation, going back to Ehresmann, plays a central role. The vertices of this new lattice are in fact the “monotone

triangles” which are well-known to be in bijection with the ASM (the bijection is easy). This remarkable construction has not yet been fully developed.

In another context, some recent researches in different parts of mathematics and combinatorics, in particular by J.L.Loday in Strasbourg, have shown the growing importance of the structure called associahedron (see for example the survey paper of J.L. Loday related to the colloquium given at the Clay Mathematics Institute in 2005). The vertices of the associahedron are in bijection with binary trees (aka Dyck words in computer science, or triangulations of a regular polygon in combinatorics), that is are enumerated by the Catalan number. The associahedron is a poset for a certain order relation, the “Tamari lattice”. It is also a cellular complex isomorphic to the “Stasheff polytope” which plays a key role in the characterization of spaces homotopically equivalent to loop spaces. Tamari lattice and associahedron are strongly related to the now classical Loday-Ronco algebra among binary trees. This algebra is a dendriform algebra (as introduced by Loday, even it is the free dendriform algebra on one generator) is in fact a Hopf algebra. As the Connes-Kreimer Hopf algebra, it is related to renormalization theory in quantum physics and noncommutative geometry.

Some work of J.L.Loday, P.Palacios and M.Ronco gives some interesting relations between the permutohedron, the associahedron and the hypercube. This last structure is the word of “up-down” sequence of permutations, counted by  $2^n$ , or word in two letters. The authors show that each structure can be “projected” onto the other, starting from permutations, to binary trees, and then to binary words, such that the (weak) Bruhat order becomes the Tamari order on binary trees, and then becomes the lexicographic order on words.

Now, from Lascoux-Schützenberger construction, monotone triangles, and thus ASM are naturally ordered and the analogue situation arose, with a “projection” from the ASM lattice to the permutohedron such that the order on ASM becomes the (strong) Bruhat order on permutations. We propose to call the L-S lattice of ASM the “alternatohedron”.

This leads us to the first objective of the MARS project:

**Objective1.** *Construct a unified theory of the relative embedding of the four complexes: hypercube, associahedron, permutohedron, alternatohedron and of the corresponding Hopf algebras.*

In particular, it would be nice to find a projection of the alternatohedron to the associahedron, via the permutohedron, such that the ASM is sent onto its corresponding FPL (fully packed loop) via the process described above in B1 with the six-vertex model and the RS conjecture.

Another direction of researches would be to define a Hopf algebra structure on the alternatohedron, in an analogous way of the corresponding Hopf algebra for the other three levels: hypercube with the Solomon descent algebra, (or Hopf algebra of non commutative symmetric functions, dual of the Hopf algebra of quasi-symmetric functions, which begin to play important role in combinatorics), the Loday-Ronco Hopf algebra of binary trees and at the level of permutations the Malvenuto-Reutenauer Hopf algebra of permutations. J.C.Aval, member of the Bordeaux group, has been classified by R.Stanley (MIT) as one of the best worldly specialists of the young generation in this new growing domain in combinatorics and mathematics (see for example a Banff workshop on combinatorial Hopf algebras). Even if Aval’s thesis was made in the mathematics department of Bordeaux, the subject was in fact coming from the Californian school of algebraic combinatorics around A.Garsia and the famous “ $n!$  conjecture” and from the Canadian school under N.Bergeron (York, Toronto) and F.Bergeron (LACIM, Montréal) with combinatorial Hopf algebra.

Remark, that another important recent trend in Mathematics was the introduction by S.Fomin and A.Zelevinski of the new field of “cluster algebras”. The starting point was the associahedron, with vertices indexed by triangulations of a regular polygon with two by two non intersecting diagonals (in bijection with binary trees). In fact this was the historical introduction of the “Catalan numbers”, going back to Euler and Segner in the years 17.. and later around 1830 by many people including Binet, Liouville, Catalan (calling these numbers Segner numbers), with some table of Arbogast (Strasbourg) around 1800. It is easy to go from one triangulation to another by a sequence of “flips” of diagonals in rectangles. This is the starting of an axiomatization which leads Fomin and

Zelevinski to the theory of cluster algebras. They appear as a new and important domain of mathematics, with many connections with different fields. A classification of cluster algebras has been made, analogous to the one of Coxeter groups or root systems (see for example the recent school at the French CIRM organized by Leclerc and Chapoton). Flip also exists at the other level of word, permutations and alternatohedron. Another part of the objective one, is to study these flips on the ASM and the resulting cluster algebra.

This leads us to the combinatorics of Catalan numbers and the “Catalan garden”.

## 2 - The Catalan garden

We just described in the previous section the important role of the associatohedron in our ASM context. The number of vertices are the Catalan numbers. In the RS conjecture context, different combinatorial objects counted by the Catalan numbers appear. For example the “arch systems” associated to the FPL. Also the Temperley-Lieb algebra plays a central role in the formulation of the RS conjecture. Such algebra with  $n$  generators has dimension the Catalan numbers  $C_n$ . Temperley-Lieb algebra were introduced in statistical physics, in relation with the Potts model.

Also in the TSSCPP context, with Dulucq's bijection, such partitions are in one-to-one correspondence with some configurations of non-intersecting paths. Such configurations correspond to some minor of a certain matrix formed by binomial coefficients. The sum of such minor is  $A(n)$ . It was a conjecture of M.P.Schützenberger, (proved by S.Dulucq in his thesis 1986) that the number of non zero minor was the Catalan number, that is the number of possibles configuration of starting and ending points of the paths. As shown by a recent paper of Di Francesco (2004) about a refined RS conjecture, it is of importance to relate the two appearances of Catalan numbers in the combinatorics of FPL (aka ASM) and of TSSCPP. A better understanding would help toward the discovery of the missing bijection between ASM and TSSCPP. This leads us to the second objective of the project:

**Objective 2** -*Develop a better understanding and find combinatorial connections between the different appearance of objects counted by Catalan numbers in the TSSCPP, ASM and RS conjecture context.*

We should add that in the seminal paper of Gessel and Viennot (Binomial determinants, Adv in Maths, 1985), we have different configuration of non-crossing paths, corresponding to the minor of the matrix formed by the first  $n$  rows and columns of the Pascal triangle arranged in the classical way (with zeros above the diagonal). The number of non-zero minors is also the Catalan numbers. The underlying combinatorics is the one of standard and semi-standard Young tableaux, leading to an “almost” bijective proof of the classical “content/hook lengths” formula for the number of Young tableau of given shape. It is well known that pure bijective proof for such hook-length formula are really difficult (see for example the one of C.Krattenthaler). We believe that a bijective proof for the formula giving the number  $A(n)$  of ASM would be at a level much more higher.

Meanwhile, we can progress towards this “Himalayan” level by practicing within our Pyrénéan mountains with our deep knowledge of the so-called “Catalan garden”, that is all the different objects enumerated by Catalan numbers and their related bijections (some are easy and classical, some are much deeper). Classical and well known interpretation are triangulations of regular polygons, binary trees, forests of planar trees, Dyck words, arch diagrams, 2-colored Dyck paths, and less classical such as: semi-pyramid of dimers on the positive integers, triangular lattice directed animals with half width equal to zero, or some Lorentzian triangulations coming from 2D quantum gravity (Di Francesco, Kristanjen, Guitter and Viennot).

In our bordelais group, X.G.Viennot, N.Bonichon and Y.Le Borgne are specialists of such Catalan bijections and have shown that some deep constructions, and even, still open questions, remain in this Catalan Garden. In particular, Bonichon’s thesis is about the so-called Schnyder trees and their use for drawing and visualization of graph. They form a very interesting combinatorial structure. Their number is given by a formula of the type product divided by a product, they are in bijection with pair of non-intersecting Dyck paths. For such bijection, Bonichon introduced some flips, analogous to the one defined for triangulations of regular polygons and related to some Fo-

min-Zelevinsky cluster algebra. In fact Schnyder tree form a graph with edges in 3 colors. For each color, the underlying subgraph is an associahedron; using two color gives rise to a poset. A (general) triangulation is underlying each Schnyder tree.

So, a sub-objective of objective 2, would be to develop the combinatorics of Schnyder trees, in the context of the associahedron, cluster algebras, and the connections with the permutohedron and associahedron, as described in objective 1.

Another possible direction to explore would be the connection between Temperley-Lieb algebra and the theory of heaps of pieces. In an unpublished manuscript, Fomin and Viennot have develop this topic. They introduce another algebra called nil-Temperley-Lieb, having the same dimension (Catalan number) and same basis as the classical Temperley-Lieb algebra. Such basis can be described as certain heaps of dimers of a segment of length  $n$ . The general theory of heaps of pieces was introduced by the coordinator of the project in 1985, as a geometrico-combinatorial interpretation of the so-called commutation monoids introduced by P.Cartier and D.Foata in 1969. Heaps of pieces theory has many applications and interactions in computer science (trace languages of Mazurkiewicz, Petri nets and "Tetris models" by Maraisse and co-author, etc ...) in statistical mechanics (directed model, hard gas model such as Baxter hard-hexagonal model, or  $q$ -Bessel appearing in the SOS model and paths with interactions, etc ..). They also appeared in 2D Lorentzian quantum gravity (work of Ambjorn, Loll, Di Francesco, Guitter, Kristjansen and Viennot with his Australian student W.James).

In the context of the  $O(1)$  loop model on a cylinder and the RS conjecture, one should consider heaps of dimer on a cycle and the action of adding a dimer on the  $O(1)$  loop. We believe that the model of heaps of dimers on a circle gives a slightly different point of view that the one followed by physicists in their description of the  $O(1)$  loop model and action of the Temperley-Lieb algebra. The possible interest is that such heaps belong to a whole well developed theory. Remark that heaps of dimers on cycles has already been considered in the completely different context of the combinatorics of Strahler numbers with the so-called Kepler towers introduced by Viennot under the influence of D.Knuth.

Remark also that viewing Temperley-Lieb as heaps of dimers has also been recently developed by Green in a series of papers called "acyclic heaps of pieces", with connection with the so-called fully commutative elements in a Coxeter group (Stembridge, 96). Green has given a classification of acyclic heaps of pieces, which again parallel the classical one with root systems (and cluster algebras).

### 3 - Combinatorial theory of orthogonal polynomials.

As described in B1, orthogonal polynomials play a crucial role in some topics related to ASM enumeration. A refined counting is the one when taking care of the observable parameter "number of -1 in the matrix". This gives a polynomial  $A(x)$  with  $A(0) = n!$  and  $A(1) = A_n$ . Explicit formulae has been given in the case of 2- and 3- enumeration, that is replacing  $x$  by 2 (resp. 3) in  $A(x)$ . Physicists F.Colomo (Firenze) and A.G.Pronko (Saint-Petersburg's) expressed the value of  $A(x)$  for  $x = 1, 2, 3$  in term of certain Hankel determinants related to respectively continuous Hahn, Meixner-Polaczek and continuous dual Hahn polynomials.

In a completely different and independent work, Tamm and Gessel, Xin (Brandeis university) in recent papers, have considered certain Hankel determinants of matrices with coefficients related to ternary trees. The values gives rise to the number of ASM, and of some classes of PP under certain symmetries (PPS).

In our group, two members have developed complete combinatorial theory of orthogonal polynomials, continued fractions and Padé approximants. Lascoux theory is based on his view of symmetric functions as lambda-rings, operators on polynomials and divided difference operators "à la Newton". This theory constitutes some chapters of his CBMS Lecture Notes "Symmetric functions and combinatorial operators on polynomials" (280 pages), published by the AMS. Another theory, with a complementary point of view has been developed by Viennot and lead to a 210 p. Lecture Notes published by the LACIM, Montréal in 1983. The starting point was Flajolet's theory interpreting continued fractions as weighted Dyck or Motzkin paths and a certain fundamental bi-

jection between permutations and the so-called “Laguerre histories” due to Françon-Viennot (FV) in 1978. This theory leads to many developments, in particular in the interpretation of the moments of the five orthogonal polynomials which are also Sheffer polynomials (in the sense of G.C.Rota theory, characterized by their exponential generating functions), i.e. Hermite, Charlier, Laguerre, Meixner and Meixner-Pollaczek (with parameters). Then E.Roblet (student of Viennot) extended this theory to the general Padé approximants theory and some more general continued fractions (T-fractions, L-fractions and branching continued fractions).

Our third natural objective is :

**Objective 3** - *In the light of Lascoux, Viennot and Roblet's combinatorial theory of orthogonal polynomials and Padé approximants, explain the above relation between 1-, 2- and 3- enumeration of ASM and the continuous Hahn, Meixner-Pollaczek, and continuous dual Hahn polynomials; explain combinatorially the relation between the Hankel determinants of Tamm, Gessel and Xin and the ASM and the PPS.*

In his 1983 Lecture Notes, Viennot has given some combinatorial interpretations of such Hankel determinants whose coefficients are the moments of some orthogonal polynomials, and in the case of the five Sheffer classes of orthogonal polynomials, the value of the Hankel determinant can be obtained without any calculus in a pure combinatorial way with bijections “à la FV”. Using such combinatorics, the A(2) formula should be explained. The A(1) and A(3) enumeration involved some Hahn polynomials and combinatorial interpretations of moments of orthogonal polynomials has not yet gone so high in the Askey tableau classifying orthogonal polynomials. There are strong hope to get combinatorially the moments of such Hahn polynomials, since the coordinator, in collaboration with D.Stanton and M.Ismail (1987) get a “semi” bijective proof of the Askey-Wilson integral. This integral is the key in the understanding of the Askey-Wilson orthogonal polynomials. Such polynomials are at the top of Askey classification, from which all other classical families or orthogonal polynomials can be deduced.

In a paper at FPSAC'00 (Moscow) Viennot has shown how the classical (in numerical analysis) and so-called qd or quotient-difference algorithm, computing the coefficient of the development into S-fractions of a given power series (equivalent to compute Hankel determinants of moments) can be derived from two easy manipulations on Dyck paths and 2-colored Motzkin paths. Such considerations are at the basis of a paper by DeSainte-Catherine and Viennot (1985) giving some pure combinatorial proof for formulae counting some packed configurations of dimers on a pentagonal-hexagonal lattice, in bijection with some Young tableaux, or configurations of non-crossing Dyck paths, given by a Hankel determinant of Catalan number. At that time, the coordinator was thinking of explaining the formulae of the form determinant = product/product (interpreted by configuration of non-crossing paths) by using some kind of “qd-algorithm” related to other families of paths, and interpreting the above formula as a product of rational fractions, in the same way as the product of fractions appearing in the qd-algorithm applied to the Catalan numbers. At this stage an amusing remark is that in the case of two non-crossing Dyck paths, we recover the Schnyder trees of N.Bonichon, and more generally, configuration of k Dyck paths are also the so-called “watermelons” with an absorbing wall, considered in a more general setting by Guttmann, Krattenthaler and Viennot in the context of the “Vicious walkers” introduced by M.Fisher in his Boltzmann lecture at StatPhys (1983).

#### **4 - Schur, Schubert, Grothendieck polynomials and ASM**

Schubert and Grothendieck polynomials, indexed by permutations, have been introduced by A.Lascoux and M.P.Schützenberger, in relation with algebraic geometry, using some divided difference operators. These polynomials have positive integer coefficients. They play a central role in nowadays combinatorics and have become a classical field of study. Monographs have been written by I.Macdonald and in France by L.Manivel.

As shown in the work of Di Francesco and Zinn-Justin, these Schubert polynomials appear in the inhomogeneous model of crossing loops in physics. A.Lascoux has shown how the (more general) Grothendieck polynomials (and thus Schubert polynomials) can be generated from ASM with a suitable weight function. Another direction of studies is

**Objective4** - *Extend the study of the connection between Schubert and Grothendieck polynomials and ASM, RS coefficients and extended RS models or loop models with crossings.*

In particular it would probably be useful to relate this connections with the geometric generation of the Schubert polynomials given by Fomin and Kirillov, inspired from the Yang-Baxter relation. For the symmetric part of such Schubert polynomials, Fomin and Viennot have shown that in the case of polynomials indexed by permutations having no occurrence of decreasing subsequence of length 3 (enumerated by the Catalan numbers), this geometric construction can be interpreted as the superposition of two non-crossing configurations of paths related to the determinants of the Jacobi-Trudi and its dual for skew Schur functions. Such study is related to the nil-Temperley-Lieb algebra mentioned above.

## **5 - Random discrete structures, Markov chains and experimental combinatorics.**

The study of Markov chains, or of random discrete structures, play an important role in the comprehension of the (strong) RS conjecture. As mentioned above, a member of the team, P.Duchon has given a slight extension of the RS conjecture in the form of a pure combinatorial conjecture, and with J.F.Marckert, made some progress in the resolution of this new conjecture.

Going further needs the help of experimental combinatorics. There is a long tradition of experimentations, both in Bordeaux and in Marne-la-Vallée. the software ACE, for the manipulation of symmetric functions and Schubert or Grothendieck polynomials has been developed by S.Vegneau under the direction of A.Lascoux. In Bordeaux, we have a tradition of more visual experimentation for bijections and listing of combinatorial objects. Some members of the combinatorics group have founded a new team of “visualization of informations”, in relation with bio-informatics. Our final objectives will be:

**Objective 5** -*Using all the preliminary progress described in objectives 1,2,3 and 4, find a combinatorial proof of Duchon s version of the RS (strong) conjecture.*

Maybe, with a new comprehension of the relation between ASM and TSSPP, we should be able to reach

**Objective 6** -*Find a bijection between ASM and TSCPP.*

## 2. Enseignement, formation et diffusion de la culture scientifique

### Participation à l'enseignement

- Université d'Orsay, cours 3ème cycle Informatique  
“Combinatoire et complexité des algorithmes”, 1er semestre 1977-78.
- Université Bordeaux 1, cours de DEA informatique  
“Combinatoire et Informatique”, 1980-81.
- UCSD (Université de Californie à San Diego, California, USA),  
cours “graduate” “*Bijjective Combinatorics*”, Printemps 1981.  
cours “undergraduate” “*linear algebra*” Printemps 1981
- UCSD (Université de Californie à San Diego, California, USA),  
cours “graduate” “*Combinatorial theory of orthogonal polynomials*”, Printemps 1984.  
cours “undergraduate” “*linear algebra*” Printemps 1984
- Université de Wuhan, Chine, cours de la classe sino-française  
“Combinatoire énumérative”, Automne 1986.
- Université Bordeaux 1, cours de DEA Informatique  
“Combinatoire pour l'informatique”, 1986-87
- ENS Ulm, Paris, cours de Magistère des université parisiennes (Mathématiques pures, appliquées et Informatique) cours de 1ère année:  
“Algèbre et Combinatoire”, printemps 1986 et 1987  
“Combinatoire énumérative” 1988, 1989, 1990, 1991, 1992  
cours de 2ème année:  
“Théorie combinatoire des polynômes orthogonaux” 1991  
“Empilements et commutations” 1992
- UQAM (Université du Québec à Montréal, Québec, Canada)  
cours du Doctorat de Combinatoire et “cours-séminaire”:  
“Aspect combinatoire de l'Informatique”, Automne 1987  
“Algèbre et combinatoire”, “Analyse et Combinatoire”, Hiver et Printemps 1988  
cours de premier cycle: “Algèbre linéaire” Automne 1987
- Université Bordeaux 1, cours DEA Informatique (option synthèse d'images)  
“Modélisation de phénomènes naturels”

- Bordeaux, Cours-conférences au CAFIP, initiation de professeurs de l'enseignement secondaire à l'informatique graphique et à la modélisation mathématique avec un diaporama sur les synthèses d'images d'éléments végétaux.
- Université de Melbourne, Australie  
cours "graduate" "*Combinatorics and physics*", Février-Avril 1996
- Université de Nankai, Tienjin, Chine  
cours "graduate" "*Combinatorics*", Juin 1996 et Juin 1999
- Paris, DEA "algorithmique" des universités parisiennes, 1998-99  
"*La suite mystérieuse 1, 2, 7, 42, .. ou la conjecture des matrices à signes alternants*"
- Paris, DEA "algorithmique" des universités parisiennes, 1999-2000  
"*Commutations et empilements*"
- Université Bordeaux 1, "Petite école de combinatoire"  
"*Histoire de la conjecture des matrices à signes alternants*" (15 séances), 1997-98  
"*Une théorie combinatoire des polynômes orthogonaux, ses extensions, interactions et applications*", 24 séances, 2006-07
- Saclay, Institut de Physique Théorique du CEA, cours de combinatoire pour physiciens  
"*Eléments de combinatoire algébrique*", (12 heures) Automne 2007

#### **Support de cours:**

- "*Combinatoire énumérative: introduction aux séries génératrices*", 160 pages, notes de cours de l'ENS Ulm, 1988,  
traduit en chinois par Wen Zhi-Ying, 1990
- "*Une théorie combinatoire des polynômes orthogonaux*", Lecture Notes UQAM, 217p., Publication du LACIM, Université du Québec à Montréal, 1984, rééd. 1991.
- Cours d'infographie, réalisation d'un diaporama avec D. Arquès "*La beauté algorithmique des plantes*", un tour d'horizon sur la synthèse d'images d'arbres, feuilles et plantes, avec une initiation à l'informatique graphique, aux fractals et à la modélisation mathématique, (480 diapo, 1990),
- "*Une théorie combinatoire des polynômes orthogonaux, ses extensions, interactions et applications*", Petite école de combinatoire (24 séances), 2006/07, diaporama sur page personnelle
- "*Eléments de combinatoire algébrique*", diaporama du cours de Saclay 2007, sur ma page personnelle
- **Un livre** en préparation sur la "*théorie des empilements de pièces et ses applications*", destiné à Cambridge University Press

## Organisation de conférences et colloques

- “**Algorithmics days**”, ENS, Paris (avec M. Nivat), Décembre 1975
- International seminar INRIA “**Combinatorics and algorithms**”, Sophia-Antipolis (avec G.Berry, J. Françon, P. Flajolet, J. Vuillemin), Septembre 1979
- **Séminaire d’Informatique**, Université Bordeaux1, organisateur de 1980 à 1983
- **Séminaire pluridisciplinaire** de l’Université de Bordeaux (Biologie, mathématiques, Informatique et Physique), (Avec J.P.Mazat, IBCN) 1985-86
- **Colloques SFCA/FPSAC (Série Formelles et Combinatoire Algébrique/ Formal Power Series and Algebraic Combinatorics)**

Cette série de colloques, initialisée par deux rencontres à Lille puis Paris, par G. Jacob, C. Reutenauer, G. Duchamp et D. Krob sur les séries formelles non-commutatives, a pris son essor à Bordeaux en 1991, en l’élargissant à la combinatoire énumérative et algébrique, en interaction avec la physique et l’informatique. Cette 3ème édition était organisée par M. Delest avec l’équipe combinatoire bordelaise, Cette série de colloques annuelle est devenue la référence mondiale dans le domaine, avec comité de sélection des articles et posters, rapporteurs, conférenciers invités, etc .... Après une alternance entre des lieux européens et américains, le colloque a voyagé à Melbourne, Tienjin et Valparaiso.

J’ai contribué à cette série en étant pendant de nombreuses années membre du comité permanent, qui assure en particulier la continuité des colloques, propose le comité scientifique, le lieu et les conférenciers invités, avec une défense particulière de la francophonie. (les résumés des articles sont toujours demandés dans les deux langues officielles du colloque anglais et français).
- **Atelier franco-qubécois de Combinatoire**, Bordeaux, Mai 1991 (avec J.G.Penaud et J. Labelle).

## Reuves et rapporteur

J’ai fait de très nombreux rapports d’arbitrage d’articles pour diverses revues nationales et internationales dans mes divers domaines de recherche (combinatoire, mathématiques, informatique graphique, physique statistique, ...), pour diverses thèses de doctorat et d’habilitation, ainsi que comme rapporteur pour des demandes de subventions américaines, canadiennes et aussi plus récemment pour l’ANR.

Je suis membre du comité de la revue “Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science”.

### Participation à des jurys de thèses

J’ai participé dans de nombreux jury de thèse ou d’Habilitation, parfois comme rapporteur ou comme président, tant en mathématiques, qu’en informatique et parfois en physique, tant en France qu’au Québec.

## Encadrement de chercheurs

En synergie avec Robert Cori, j'ai fondé et dirigé de 1980 à 1997 une équipe de recherche de Combinatoire énumérative et algébrique avec applications et interactions au sein du LaBRI à l'université de Bordeaux 1. Puis la direction de cette équipe a été assurée par Mireille Bousquet-Mélou, et depuis cette année par J.C.Aval. Cette équipe est animée par un certain souffle exprimé dans les termes de mon CV en une page au début de ce rapport:

Les mathématiques combinatoires connaissent actuellement un renouveau spectaculaire. Un nouveau paradigme, le « paradigme bijectif » est en train de révolutionner la combinatoire classique, et par là-même, certains domaines des mathématiques pures et appliquées et de la physique théorique. Cette attitude est la spécificité de l'équipe bordelaise de X.Viennot qui a ainsi créé une école de pensée de réputation internationale.

Citons l'annonce de la "Meigunyah Lecture", Avril 1996, à l'Université de Melbourne (voir p. 54):

"Professor Viennot has established one of the world's foremost combinatorial computer science group at the University of Bordeaux"

Un groupe de travail fonctionne depuis 1980.

### Thèses sous ma direction

#### Thèses 3ème cycle

- Myriam DeSainte-Catherine, "*Couplages et Pfaffiens en Combinatoire, Physique et Informatique*", thèse 3ème cycle, Université Bordeaux 1, Mars 1983.
- Mireille Vauchassade de Chaumont, "*Nombres de Strahler des arbres, langages algébriques et dénombrements de structures secondaires en Biologie moléculaire*", thèse 3ème cycle, Université Bordeaux 1, Mai 1985.
- Georges Eyrolles, "*Synthèse d'images figuratives d'arbres par des méthodes combinatoires*", thèse 3ème cycle, Université Bordeaux 1, Septembre 1986

#### Thèses d'Etat

- Dominique Gouyou-Beauchamps, "*Codage par des mots et des chemins: problèmes combinatoires et algorithmiques*", thèse d'Etat, Université Bordeaux 1, Mai 1985 (codirection avec Robert Cori).
- Maylis Delest, "*Utilisation des langages algébriques et du calcul formel pour le codage et l'énumération de polyominos*", thèse d'Etat, Université Bordeaux 1, Mai 1987.
- Serge Dulucq, "*Etude combinatoire de problèmes d'énumération, d'algorithmique sur les arbres et de codage des mots*", thèse d'Etat, Université Bordeaux 1, Juin 1987.
- Jean-Guy Penaud, "*Mots et animaux*", Habilitation à diriger des thèses, Université Bordeaux 1, Juin 1990.

#### Thèse doctorat (nouvelle thèse)

- Mireille Bousquet-Mélou, "*q-énumération de polyominos convexes*", thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, Mai 1991.
- Anne de Médicis, (co-direction avec P.Leroux, UQAM, Montréal), "*Théorie combinatoire de q-analogues de polynômes orthogonaux*", thèse de doctorat (mathématiques), Université Bordeaux 1 (Mai 1993) et Université du Québec à Montréal.

- Emmanuel Roblet, “*Théorie combinatoire des approximants de Padé*”, thèse de doctorat (mathématiques), Université Bordeaux 1, Avril 1994
- William James, “*Extending exact solutions to discrete lattice models*”, Ph.D thesis, Université de Melbourne, Australie, (co-direction avec A. J. Guttmann), Melbourne, 2006.

### **Autres activités d’encadrement**

- “parrainage” de thèses au sein du groupe de Combinatoire bordelais. A des degrés divers, j’ai contribué à aider à l’encadrement d’élèves de mes propres élèves bordelais, comme par exemple
  - Jean-Marc Fedou, “*Grammaire et q-énumération de polyominoes*”, direction de M.Delest,
  - Luc Favreau (Montréal) “*Combinatoire des tableaux oscillants et des polynômes de Bessel*”, direction S.Dulucq,
  - Alain Denise, direction J.G.Penaud,
  - Yvan Le Borgne, direction M. Bousquet-Mélou

A Bordeaux, j’ai encadré plusieurs **post-doctorants**, comme E. Rassart de l’UQAM et MIT

**activités d’encadrement au LACIM** (Laboratoire de Combinatoire et d’Informatique Mathématique) de l’UQAM (Université du Québec à Montréal).

J’ai été nommé pendant trois ans professeur associé à l’UQAM et ai bénéficié d’une subvention canadienne du CRSNG pendant ces trois années. Des étudiants doctorants ont développé et prolongé certains de mes travaux:

- Jacques Bourret, mémoire de Maîtrise sur la *théorie combinatoire des empilements de pièces*
- Guy Mélançon, travail (dans le cadre du Doctorat de Combinatoire) sur la *théorie combinatoire des équations différentielles en régime forcé*
- Yves Chiricota, création d’un logiciel interactif de *synthèse d’images d’arbres* sur MacIntosh
- Pierre Lalonde, thèse de doctorat sur la *théorie combinatoire des empilements de pièces* (parrainage et rapporteur externe, ainsi que pour son mémoire de Maîtrise)
- B. Randrianirina, thèse de doctorat sur la *théorie combinatoire des équations différentielles*.

J’ai été nommé “directeur de recherche” de plusieurs chercheurs CNRS lors de leur année comme stagiaire: M. Bousquet-Mélou, D. Loeb et Y. Le Borgne (section 07) et L. Habsieger (section 01).

### **L’arbre de Xavier**

Le volume 54 de la revue électronique SLC (Séminaire Lotharingien de Combinatoire) [www.mat.univie.ac.at/~slc/](http://www.mat.univie.ac.at/~slc/), “The Viennot Festschrift”, est dédié aux 60 ans du candidat, suite au colloque à Lucelle, Alsace, Avril 2005, organisé par M.Bousquet-Mélou.

“L’arbre de Xavier” est un article soumis dans ce volume 54:

auteur: Mireille Bousquet-Mélou

Résumé: On étudie l’arbre combinatoire de racine Xavier

Received: February 24, 2006. Accepted; February 25, 2006. Final Version: never

Le lecteur y trouvera, à l’époque de Février 2006, les dix élèves de xavier, ses 20 élèves d’élèves et 8 de la 3ème génération. Depuis, la 4ème génération a commencé.

## activités de vulgarisation scientifique

(la liste de conférence ci-dessous est une partie de celle donnée page 13)

### conférences “grand public”

- Université de Wuhan, Chine, séjour de 2 mois 1/2, Novembre 1986-Janvier 1987  
Conférence grand public: “*Trees in various sciences*”
- Festival artistique Taormina Arte, 3ème rencontre internationale de vidéo amateur, Taormina, Sicile, conf. invitée: “*Forme et temps, langages et images en Mathématiques et dans diverses sciences*”, Août 1988
- IBM Conference on “Science and the unexpected”, Londres, U.K., conf. invitée: “*The beauty of the unexpected*”, Mars 1989
- ACFAS, Montréal, Canada, conf. plénière: “*De l’Hydrogéologie à la synthèse d’images d’arbres en passant par les mathématiques, la physique des fractals et la biologie moléculaire*”, Mai 1989.
- Conférence grand public, Université de Bordeaux 1, “*Des mathématiques à la biologie moléculaire, de la physique à l’informatique: la combinatoire énumérative*”, Talence, Décembre 1989
- IMAGINA’90 (9ème Forum international des nouvelles images de Monte-Carlo, INA et Télévision de Monte Carlo), Monaco, conf. invitée “*Trees and landscapes*” Février 1990
- Université de Rouen, Rouen, conf. vidéo-enregistrée “*La magie des tableaux de Young*”, Décembre 1999, [DVD disponible](#), [Université de Rouen \(58’ 22\)](#)
- LACIM 2000, Montréal,, conférence plénière grand public « *La beauté des mathématiques combinatoires* », pour l’inauguration du colloque célébrant les dix ans du LACIM(Laboratoire de Combinatoire et d’informatique mathématique) de l’UQAM (Université du Québec à Montréal), Septembre 2000
- Indian Institute of Technology, Mumbai (Bombay) , Inde, conf. “*The magic of Young tableaux*” Février 2003,

### Conférences avec accompagnement (musical, textes, récits, ...), en particulier avec des membres de l’association Cont’Science (voir aussi p 49):

- Université de Bordeaux, Talence, conférence spéciale (1h40), dans le cadre des leçons de mathématiques d’aujourd’hui, “*Enumérons!*” suivie d’un “concert-conférence” (avec G.Duchamp, violon, L. Gozalo et C.Krattenthaler, piano, G.Han, ordinateur), dédiés à M.P.Schützenberger, Décembre 1996. (vidéo-filmée)

La “leçon de mathématiques d’aujourd’hui”, a fait l’objet d’un chapitre dans le livre:

“*Enumérons ! (De la combinatoire énumérative classique aux nouvelles combinatoires : bijective, algébrique, expérimentale, quantique et ... magique)*”, article à paraître dans “Leçons de mathématiques d’aujourd’hui”, vol 3, eds. Eric Charpentier et Nicolas Nikolski, Cassini, Paris, 2007, pp 165-238.

- La Villette, Colloque “Voir, Entendre, Raisonner”, conf. invitée “*La beauté mathématique des arbres*” (accompagné de G.Duchamp au violon), Juin 1997
- Espace Pierre Mendès-France, Poitiers, conf. grand public: “*La beauté mathématique des arbres*” (avec G. Duchamp au violon et M.Pig Lagos, poèmes), Janvier 2000
- Château Smith Haut-Lafite (Martillac, terre des Graves), conférence grand public, “*Formes et arborescences, poésie et mathématiques*”, accompagné par G. Duchamp et M. Freudentheil au violon, et M. Pig Lagos, poèmes, Mars 2000.

- Cargèse, Corse, Institut d'Etudes Scientifiques de Cargèse, conf. grand public (avec J. Nesetril et M.Pig Lagos, poèmes): "*Arbres et Formes, Art et Mathématiques*" Octobre 2005
- "conférence-spectacle" (1h 30) présentée à la Bibliothèque Nationale de France (Grand Auditorium) le 14 Mars 2007 dans le cadre des conférences "**Un texte, un mathématicien**" organisé par la BNF et la Société Mathématique de France, en partenariat avec France Culture et la revue Tangente, "*D'une lettre oubliée d'Euler (1707-1783) à la combinatoire et la physique contemporaine*"
- Université Bordeaux 1, Dans le cadre des "rendez-vous du Lundi", "conférence-spectacle", "*De Leonhard Euler (1707-1783) aux mathématiques combinatoires et à la physique d'aujourd'hui*", avec G. Duchamp et M. Freudentheil (violons) et M. Pig Lagos (récits et textes), Octobre 2007 (vidéo-filmée). (voir affiche p. 50)
- Journée "Leonhard Euler 1707-1783, La passion de la Raison", Toulouse, "*Leonhard Euler, précurseur de la combinatoire contemporaine*", avec M. Pig Lagos (récits et textes), Décembre 2007

## Conférences données pour les enseignants des écoles, lycées et collèges

- 9ème Journée des Mathématiques (IREM d'Orléans), Université d'Orléans, "conférence-spectacle", avec G. Duchamp (violon) et M.Pig Lagos (textes): "*Compte moi les arbres: d'Hipparque à la gravitation quantique*", Avril 2006 (voir affiche p. 49)

### Conférences données lors de Journées APMEP

- Conférence nationale de l'APMEP, Rouen, conf. plénière (vidéo-enregistrée) "*La beauté mathématique des arbres*", Octobre 1998
- Talence, Conférence régionale de l'APMEP, "*Enumérons !*", Mars 1999
- Montpellier, conférence régionale, "*Enumérons !*", Mars 2000

### Universités d'été (organisées par les IREM)

- Ecole d'été de l'IREM, "Sciences mathématiques et modélisation", Bordeaux, 2 conférences invitées: "*Des rivières, des molécules d'ARN, des synthèses d'images d'arbres, etc ...: quelles mathématiques*", "*Les dessous mathématiques des empilements: des dominos à la gravitation quantique en passant par la physique statistique*", (X.Viennot avec M.Pig Lagos pour les poèmes) Août 2004
- Université d'été, Saint-Flour, Expérimentation et démarches d'investigation en mathématiques, conf. invitée "*Combinatoire expérimentale*" Août 2007

## Activités à l'école primaire

- Isle-Saint-Georges, Décembre 1998  
(X.Viennot avec G. Duchamp au violon, A.Lascoux et l'équipe de Combinatoire de Marne-la-Vallée) Pour les élèves (et les parents) de l'école primaire de Isle-Saint-Georges (Gironde), présentation d'un pot pourri de quelques merveilles de la combinatoire (jeu de taquin, la magie des tableaux de Young, combinatoire des arbres, images de synthèse d'arbres et paysages, fractals, démonstration de Maple, exemple de connexion avec Internet et échanges de courriel avec un collègue du Tata Institute à Bombay).

-Cargèse, Corse, Institut d'Etudes Scientifiques de Cargèse, Oct 2005

école primaire de Cargèse, Une après-midi "*Compte moi les arbres*", (X.Viennot avec M. Pig Lagos) Octobre 2005, à l'invitation de Elisabeth Dubois-Violette, directrice de l'Institut d'Etudes Scientifiques de Cargèse et de Jean-Pierre Gazeau, physiciens. (voir quelques photos p. 52).

En duo, un spectacle de contes d'origine Sud-américaine, inspirés par les arbres ou les rivières, avec quelques exemple simples et de manipulations centrées sur la notion d'arbres binaires (bien classique en informatique), la notion d'ordre des rivières introduite en hydrogéologie par Horton et Stralher, équivalent à un jeu de caillou sur un arbre binaire (en fait pour les informaticien, c'est la simulation du calcul d'une expression arithmétique représenté par l'arbre binaire). Chaque enfant devait sur un transparent dessiner un "arbre binaire" ayant trois sommets internes (ou branchement, c'est-à-dire un réseau fluvial ayant 4 sources). Environ 18 sur 20 élèves (du CE1 au CM2) ont bien compris la notion abstraite d'arbre binaire. Tous les dessins ont été récolté et projetés sur un rétroprojecteur et les cinq possibilités possibles pour un tel arbre binaire ont été trouvé, c'est à dire le nombre de Catalan d'ordre 3 qui est égal à 5.

Le lendemain, nous avons adapté ce duo contes et introduction aux arbres et aux structures ramifiées avec diverses photos, aux élèves du CP et de la dernière année de Maternelle.

- Ayguemorte-les-Graves, école primaire, Juin 2007

institutrice: Mme Marion Fleuret

Deux séances avec les CM2 autour de la magie des tableaux de Young, les permutations et de l'algorithme dit "jeu de taquin" permettant d'obtenir le "P-symbole" dans la correspondance de Robinson-Schensted entre permutations et paires de tableaux de même forme. J'ai aussi fait construire la forme géométrique avec les "ombres" et "lumières" de la célèbre correspondance.

Il est prévu avec Mme Marion Fleuret, actuellement enseignante à l'école primaire à Talence, trois séances (une par semaine) sur le thème des arbres, comme à Cargèse, avec trois manipulations pratiques (dessin des cinq arbres binaires ayant trois branchement, le jeu de caillou donnant le nombre de Strahler, synthèse d'images d'arbres basées sur ces nombres de Strahler, et enfin quelques manipulations "magiques" sur les nombres de Catalan

## Activités pour lycéens et collégiens

- Journées pédagogiques d'introduction aux mathématiques à l'Université Simon Fraser pour les élèves des collèges de British Columbia, Simon Fraser University, Vancouver, Canada, conférencier principal, 2 conf. vidéo-enregistrées: "*Trees in Nature and in Mathematics*", "*How to prove identities without any calculus but with colors and pictures*", Juillet 1985

- Expositions photos "*Mathématiques et synthèse d'images d'arbres par ordinateur*", Université Bordeaux 1, à l'occasion de l'exposition "Esthétique du chaos" organisé par l'Institut Goethe, Mai 1987.

- Participation à la journée "portes ouvertes" pour le cinquantième du CNRS avec les lycéens de la région bordelaise.

- CEGEP du Vieux Montréal, conf. aux collégiens (2h) "*Arbres et beauté des mathématiques*", Mars 1999

- Lycée de Poitiers, conf. et discussion avec des lycéens de terminale (2h), "*La combinatoire magique*", Janvier 2000

- Lycée Gustave Eiffel Bordeaux, conf. de vulgarisation, Avril 2003, *“La magie des tableaux de Young”*
- Lycée Montaigne, Bordeaux, conf. de vulgarisation sur la Combinatoire, Octobre 2003,
- 14ème colloque de « Maths en Jean », « L’esprit et le goût de la Recherche », Université de Bordeaux, conférence plénière: *“Symétries et pavages avec la magie des tableaux de Young”*, Mars 2003, DVD disponible, atelier audio-visuel, Université de Bordeaux
- Lycée Montaigne, (en duo X.Viennot avec M.Pig Lagos), conférence de vulgarisation sur *“Leonhard Euler, la combinatoire et le siècle des lumières”*, Mars 2007
- Journée Maths-Info en fête, Université Bordeaux 1, Talence, conf. (pour les lycéens, vidéo-filmée) *“ Arbres, triangulations, molécules d’ARN: quelles mathématiques, quelle informatique ?”*, Avril 2007
- Journée Maths-Info en fête, Université Bordeaux 1, Talence, conf. (pour les lycéens, vidéo-filmée) *“Métamorphoses algorithmiques et merveilleuses coïncidences mathématiques”*, Avril 2007

**- Revue Tangente**

Suite à la conférence à la BNF, un article a été rédigé par X. Viennot dans la revue Tangente:

*“Leonhard Euler, père de la combinatoire contemporaine”*, in *“Leonhard Euler, un génie des lumières”*, Bibliothèque Tangente, Hors-série n° 29, 2007, pp 38- 44.

# **l'association Cont'Science**

J'ai créé cette association qui a pour but la production, la diffusion, la promotion et la divulgation scientifique associée à l'oralité (contes et légendes du monde entier) et la musique.

membres fondateurs (le "quatuor" de Cont'Science):

Xavier Viennot, Directeur de Recherche au CNRS, LaBRI, Université Bordeaux 1,

Mathématiques, Informatique, Physique,

Marcia Pig Lagos, Conteuse

Gérard H.E. Duchamp, Professeur d'Informatique, Paris Nord, Mathématicien, Violoniste

Mariette Freudentheil, Violoniste

site web: [http://web.mac.com/xgviennot/iWeb/Cont\\_Science](http://web.mac.com/xgviennot/iWeb/Cont_Science)

(également accessible depuis le site de Xavier Viennot [www.labri.fr/perso/viennot/](http://www.labri.fr/perso/viennot/))

## **Graines de Const'Science**

Tout a commencé avec quelques conférences de Xavier Viennot dans des colloques scientifiques sur le thème des mathématiques combinatoires, où le caractère visuel de cette nouvelle façon de voir les mathématiques classiques se prête à l'accompagnement du violon de Gérard Duchamp. Les bijections ou constructions algorithmiques permettent de donner des "preuves sans mots" de formules ou de théorèmes de mathématiques. L'idée de la preuve, illustrée à travers un exemple, devient un film muet avec sous-titres, le violon jouant un rôle d'accompagnement, voir parfois plus, soulignant les traits essentiels de la construction bijective.

Le lecteur pourras ainsi se rendre compte de ces "preuves sans mots" en regardant (et écoutant) quatre bijections sur le site de l'association (page vidéo) relatif au monde des objets comptés par les nombres de Catalan: entre les triangulations d'un polygone régulier (introduite par L. Euler en 1751), les arbres binaires, les chemins de Dyck, puis les empilements de dominos enfin les triangulations Lorentziennes 2D.

## **activités récentes**

Plus récemment, nous avons commencé à monter des "conférences-spectacles" racontant la science pour "grand public", avec accompagnement musical au violon et parfois avec des poèmes, des contes ou des récits créés par la conteuse Marcia Pig Lagos, comme par exemple la conférence montée pour le tricentenaire de la naissance d'Euler et "jouée" à la BNF Paris, à Bordeaux, Toulouse et Lens. A cette occasion, la conteuse a créé un "texte cosmique" comme un voyage dans l'espace-temps pour mieux faire sentir au public la partie "*gravitation quantique*" de la fin de la conférence. A défaut de voir la vidéo ou le DVD et afin de donner au lecteur un "avant-goût", je joins les affiches de deux "conférences-spectacles" données par Cont'Science, à Orléans le 17 mai 2006 et à Bordeaux le 15 Octobre 2007, ainsi que quelques photos de ces conférences et aussi des photos de notre intervention à l'école primaire de Cargèse.

## IREM Orléans 2006

L'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM) d'Orléans, le Rectorat de l'académie Orléans-Tours, l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP), l'Institut Universitaire de Formation des Maîtres (IUFM) et les Universités d'Orléans et de Tours se sont regroupés pour organiser la neuvième « Journée des Mathématiques ».

Elle se déroulera, cette année, le **17 mai 2006** à l'Université d'Orléans et aura pour thème :

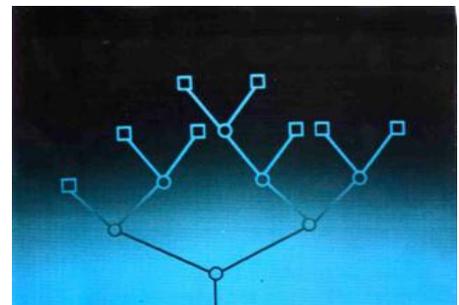
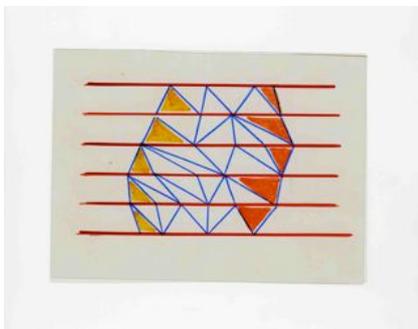
« **Mathématiques et autres disciplines** ».

- **Dans le cadre de cette journée: CONFÉRENCE 13h 45 – 15h 30**  
par **Xavier VIENNOT**

**Directeur de Recherche C.N.R.S., LaBRI, Université de Bordeaux 1**

**avec la participation de Marcia Pig Lagos, conteuse**

**et de Gérard Duchamp, mathématicien violoniste, Université Paris Nord.**



103049 ?

« **Compte moi les arbres : d'Hipparque à la gravitation quantique** »

- Arbres de la nature, réseaux fluviaux, ... des arbres partout.
- Enumérer les arbres binaires avec les nombres de Catalan.
- Un peu d'histoire avec Euler, Segner, Catalan et beaucoup d'autres ...
- Le nombre d'Hipparque, vous avez dit 103049 ?
- Addition, soustraction, division ... les nombres de Catalan à l'école primaire.
- Métamorphoses mathématiques : triangulations, arbres, chemins, polyominos, animaux dirigés ...
- Vers la physique statistique
- Des arbres recouvrant dans les cartes.
- Euclide, Einstein, Lorentz de retour, vers la gravitation quantique...
- Une dernière énigme pour les étoiles.



Synthèse d'images d'arbres et de paysages par des méthodes combinatoires

©ASIA, D.Arquès, G.Eyrolles, N.Janey, X.Viennot,

in Proc SIGGRAPH'89, Computer Graphics, 23 (1989) 31-40

Rendez-Vous du Lundi Université Bordeaux  
conférence-spectacle

## “De Leonhard Euler (1707-1783) aux mathématiques combinatoires et à la physique d’aujourd’hui”

Lundi 15 Octobre 2007 à 18h15  
Agora - Domaine du Haut Carré [bat C4]



Le but de cette « conférence-spectacle », s’adressant à un large public et accompagnée par deux violonistes et une conteuse, est de participer aux célébrations internationales liées au tricentenaire de la naissance du savant suisse universel **Leonhard EULER**.

Ce grand savant universel et exceptionnel, mathématicien, physicien, astronome, ingénieur et philosophe, vécut à Bâle, Saint-Petersbourg, Berlin, et à nouveau Saint-Petersbourg. Il fut européen avant l’heure à l’époque du siècle des lumières. Il a été aussi membre étranger de l’Académie de Paris. C’était un homme bon et modeste. Son exemple est à méditer dans le contexte de la recherche actuelle.

Intervenants : le quatuor de Cont’Science:

- **Xavier Viennot** (au vidéoprojecteur)
- **Gérard Duchamp** (violon)
- **Mariette Freudentheil** (violon)
- **Marcia Pig Lagos** (récits et texte).

**Au violon:** extraits d’oeuvres de J-S Bach, Ch. de Bériot, A.Ponchielli, J.M.Leclair, P.I.Tchaikovsky, L.Boccherini, J.F.Mazas, W.A.Mozart et J.W.Kalliwoda.

Certains morceaux de violon accompagnent les constructions combinatoires, un peu comme un film muet sous-titré, les violons faisant sentir ou soulignant les étapes de ces constructions qui démontrent des identités. C’est la philosophie des “preuves sans mots”.

La conteuse Marcia raconte quelques épisodes ou péripéties de la vie d’Euler qui se déroule en cinq périodes: Bâle, Saint-Petersbourg, Berlin, retour à Saint-Petersbourg, puis le dernier jour de sa vie. Chacune de ces périodes est introduite par un morceau d’époque au violon qui rappelle le pays où l’histoire va se dérouler. Ces “tranches de vie” personnelles sur Euler alternent avec l’exposé mathématique et scientifique relatif à son oeuvre.

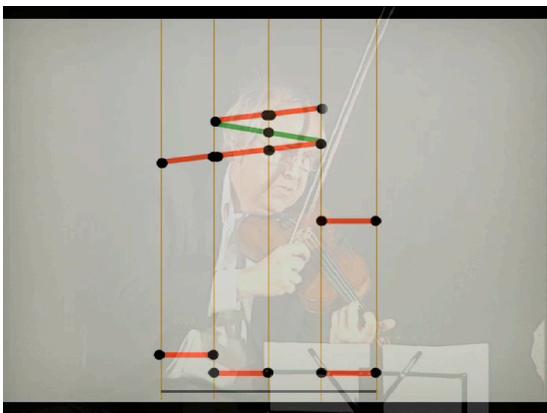
Partant d’un extrait (la dernière page) d’une lettre de Leonhard Euler à son ami Christian Goldbach qui résume à elle seule la problématique de la combinatoire énumérative d’aujourd’hui, nous montrons la longue marche et les rebondissements qui conduisent à des recherches contemporaines en mathématiques et en physique théorique, et plus particulièrement en *gravitation quantique*. Afin d’introduire la *relativité générale* et la *mécanique quantique* à un public non averti, le mieux est de s’adresser à la conteuse Marcia qui a écrit un “*texte cosmique*”.

Cette conférence est une [reprise de celle donnée à la BNF](#), Paris le 14 Mars 2007 .

Ecouter aussi [l’émission du lundi 19 Mars 2007](#), “Continent Sciences” animé par Stéphane Deligeorges



IREM Orléans 17 Mai 2006, "Compte moi les arbres: d'Hipparque à la gravitation quantique"



"De Leonhard Euler aux mathématiques combinatoires et à la physique d'aujourd'hui"  
Agora Bordeaux 15 Octobre 2007

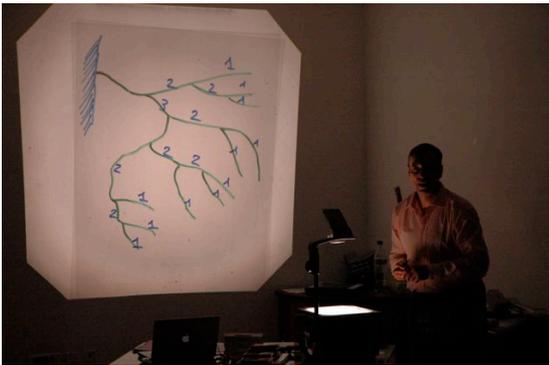
Ecole primaire de Cargèse, Octobre 2005, "Compte moi les arbres"



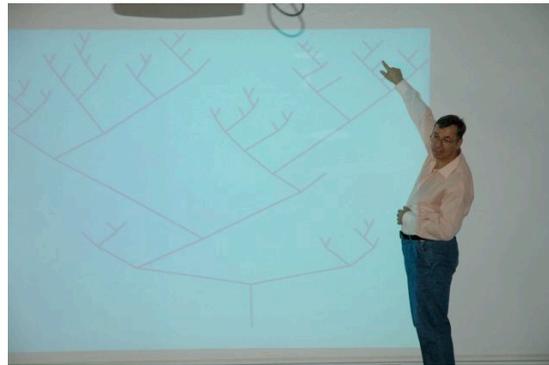
des contes sur les rivières



réseau fluvial: le bassin Aquitain



nombre de Strahler et ordre des rivières



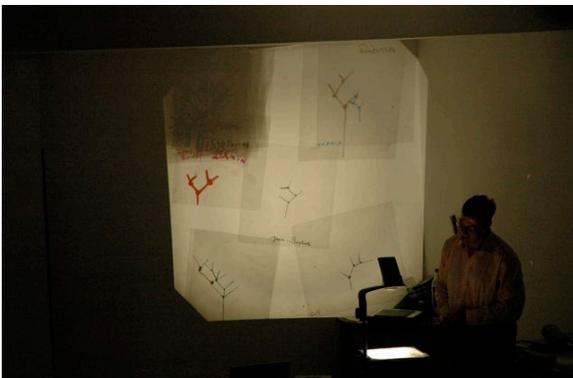
arbre binaire abstrait



dessine moi un arbre



des contes sur les arbres



Cinq arbres binaires "différents"



plus de cinq avec seulement trois branchements ?

## Emissions de radio

**- Radio-Canada**

Interview à Radio-Canada, Juin 1990

**- FR3**

Contribution à une émission de FR3 sur les fractals, Juin 1991

**- Radio-Campus, Bordeaux**

interview par Didier Nordon, 1 heure, Décembre 1996

**- Emission Continent Science, France Culture, lundi 19 Mars 2008**

Suite à cette conférence, Xavier Viennot a été l'invité, avec Martin Andler, de l'émission Continent Science de Stéphane Deligeorges sur France Culture, le 19 Mars 2007, pour parler de Leonhard Euler et plus généralement des mathématiques. Il est possible d'écouter cette émission sur le site de Xavier Viennot <http://www.labri.fr/perso/viennot/> à la page "Vulgarisation": [http://web.mac.com/xgviennot/iWeb/Xavier\\_Viennot/vulgarisation.html](http://web.mac.com/xgviennot/iWeb/Xavier_Viennot/vulgarisation.html)

## quelques articles dans la presse

**THE MATHEMATICAL  
BEAUTY OF TREES**  
A DEPARTMENT OF MATHEMATICS PUBLIC LECTURE

MIEGUNYAH LECTURE

From Hydrology to Molecular Biology, via Mathematics, Theoretical Computer Science, Physics and Computer Graphics.

Professor Xavier G Viennot  
1996 Miegunyah Distinguished Visiting Fellow.

Professor Viennot is a most distinguished French mathematician/computer scientist who is considered one of the world's top combinatorialists. He has established one of the world's foremost combinatorial computer science groups at the University of Bordeaux.

**1** Tuesday 2 April, 6:30pm, Copeland Theatre,  
Economics and Commerce Building

Université de Melbourne, 2 Avril 1996

# Algorithms come to life



## The Disciplines

THE study of deep mathematical structures in nature is a pursuit that both breaks new research ground and is a thing of intrinsic beauty itself, says Professor Xavier Viennot, one of the world's foremost mathematicians and computer scientists.

Professor Viennot, a research director at France's National Centre for Scientific Research, is on sabbatical as Melbourne University's 1996 Mlegunyah Distinguished Visiting Fellow.

Professor Viennot, whose exploits outside the mathematics department include crossing the Atlantic in a small boat and climbing Annapurna, is a leading international combinatorialist — someone who seeks and quantifies patterns and structures in nature and science.

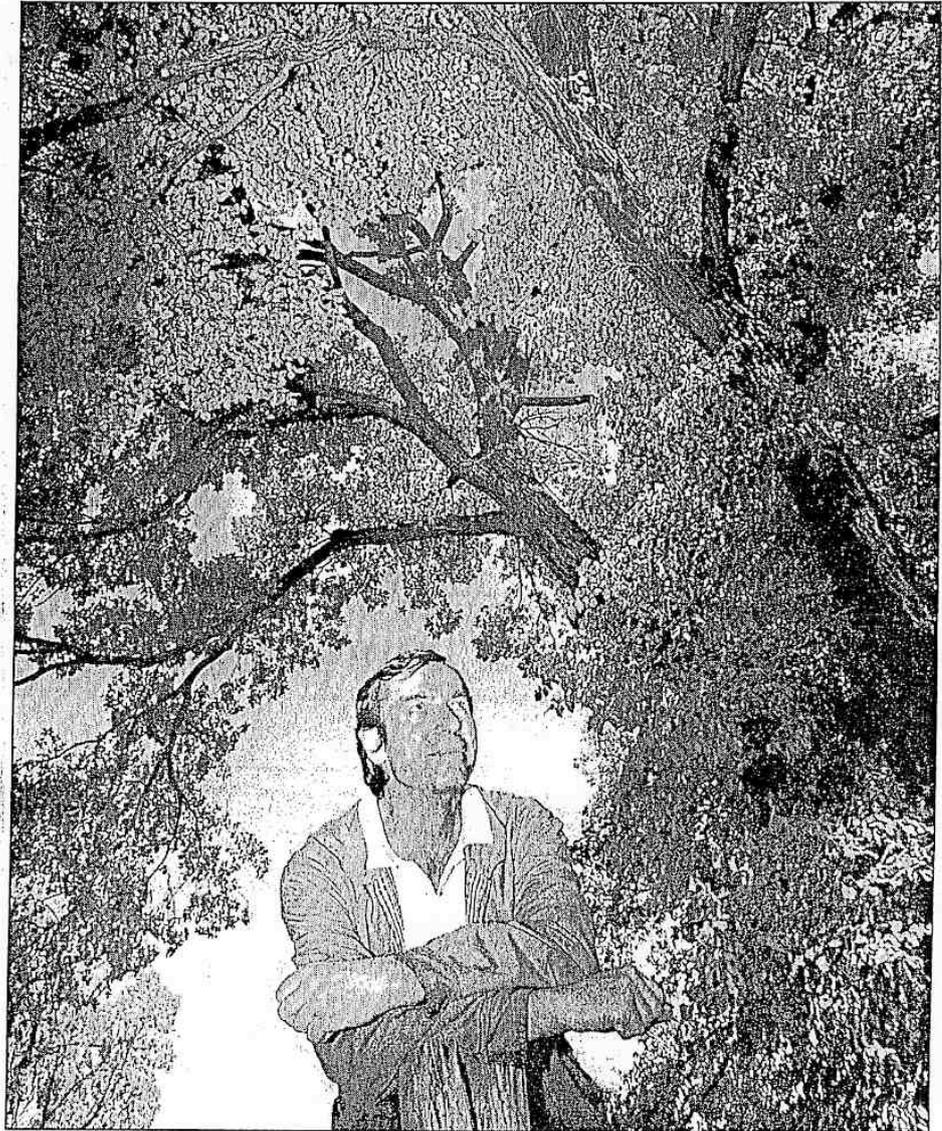
In academic terms, his speciality is in enumerative, bijective and algebraic combinatorics and their relation to pure mathematics, theoretical computer science, computer graphics, statistical physics, control theory and molecular biology.

However, he popularises the computer-driven revolution in maths and physics giving lectures around the world on how algorithms can be used to generate beautiful computer-images of natural trees and leaves.

He has been giving a dazzling series of lectures at the Australian National University and Melbourne University during the past few weeks and is in Australia until April 27.

Professor Tony Guttman, a Melbourne University mathematician, said Professor Viennot had made two great contributions to combinatorics.

The first was through his ability to provide simple but elegant visual proofs that solve complex mathematical problems; the second through his talent for looking at complex and difficult forms — such as natural trees — stripping away their visual aspects and by applying various mathematical



Branching out . . . Professor Viennot believes the study of simple things can lead to breakthroughs

forms, reach practical conclusions.

At his lectures, Professor Viennot makes complex proofs self-evident by moving simple geometric figures around a screen without words but to the accompaniment of Mozart.

He points out that trees, or branching patterns, appear everywhere in nature and in the sciences: natural trees, river net-

works, electrical discharges, data structures in computer sciences and even in the structure of macromolecules in living organisms.

Common features emerge, remarkable coincidences appear and deep and surprising mathematical connections are discovered.

He says the revolution in maths

and physics means billions of dollars of "big equipment" is not needed to deepen our understanding of the world around us.

Rather the "study of very simple things" leads to breakthroughs.

"If you understand how nature is made then you can have applications you have never seen before," he told the *HES*.

— GUY HEALY

## MATHS IN THE SPOTLIGHT



Xavier-Gérard Viennot ne part jamais à un congrès scientifique international sans emporter ses... légos ! (Stéphane Larigue)

# Informatique L'homme qui dessine la science

Informaticien bordelais de renom,  
Xavier-Gérard Viennot transforme toutes les formules  
mathématiques qu'il touche en jolis dessins.

Stéphane Gullebaud

**A** 49 ans, Xavier-Gérard Viennot ne part jamais à un Congrès scientifique international sans emporter ses... légos ! « Le principe est le même. Prenez une poignée de légos. Assemblez-les d'une certaine façon sur leur support. Vous obtenez une formule. Prenez une autre formule, vous aurez une répartition. »

Xavier-Gérard Viennot a donc logiquement opté pour la simplicité. Il dessine la science. « Nous avons simplement découvert que toute formule, aussi complexe soit-elle, peut être représentée par un dessin. On manipule les dessins comme les formules. Beaucoup plus facilement, c'est tout. »

Joliment baptisée « combinatoire énumérative », cette nouvelle science du calcul a été initiée à Bordeaux il y a treize ans par Viennot et quelques pionniers : une petite équipe, associée au département mathématiques de l'université de Bordeaux 1. Marginale et un brin excentrique aux yeux des théoriciens classiques.

A l'heure des balbutiements, les pionniers de la combinatoire ne se sont attaqués qu'aux

théorèmes mille fois démontrés. Résultats probants, via les dessins certes, mais encore insuffisants pour convaincre la communauté scientifique. « On a commencé à nous croire lorsque, grâce à la combinatoire, nous avons réussi à résoudre sur un simple micro des problèmes qu'aucun super-calculateur n'arrivait à surmonter. »

## L'âge d'or

La combinatoire s'est affirmée et l'équipe bordelaise rassemblée aujourd'hui une trentaine de chercheurs au sein du Laboratoire bordelais de recherche en informatique (LABRI), unité associée au CNRS dont la renommée internationale n'est plus à faire. « Imaginez que chaque formule mathématique, physique, biologique, astronomique soit un point dans l'espace. La combinatoire, c'est l'art de visualiser et de rassembler ces points. Aujourd'hui, l'étoile se forme, la combinatoire entre dans son âge d'or. » Et si tout est encore à découvrir, le processus a fait ses preuves.

« Jusqu'à présent, les scientifiques se contentaient de collectionner les formules. Avec la combina-

toire, nous essayons de les relier entre elles. Souvent, plusieurs dessins ramènent à la même formule tout comme plusieurs formules peuvent être représentées par le même dessin. Ces correspondances, ces bijections étaient totalement indécélables auparavant. Grâce aux dessins, elles deviennent évidentes. Elles offrent une vision plus globale d'un problème. On le comprend mieux, donc on le résout mieux. »

## Une philosophie

Le LABRI, associé à une équipe de chercheurs québécois, a notamment réussi, via les dessins, à prévoir les réactions d'un bateau dans la houle. « Les automatismes non linéaires, c'est quelque chose que l'on maîtrisait assez mal avec les formules. Trop compliqué. Même les gros ordinateurs s'y cassaient les dents. Désormais, on le fait... à la main. Et, en plus, c'est joli. »

De la biologie à la physique, des mathématiques à la chimie, la combinatoire intéresse aujourd'hui toutes les disciplines scientifiques. Avec, en prime, la surprise de découvrir quelquefois des correspondances in-

soupçonnées. « En travaillant sur les équations régissant la structure de l'ADN, de la biologie donc, nous sommes tombés sur des paramètres utilisés par les géologues pour l'étude des rivières. »

De même, en travaillant sur les formules de physique statistique, l'équipe de Xavier-Gérard Viennot a mis au point un logiciel, baptisé « Duré », permettant, sur micro, la création d'arbres et de paysages plus vrais que nature. « Ce genre d'image de synthèse nécessitait jusqu'alors une puissance de calcul phénoménale. »

La combinatoire bordelaise a donc réussi le coup de force de simplifier le calcul scientifique, de résoudre des problèmes qui laissaient jusque-là pantoises nos meilleures... bécanes, mais surtout d'unifier des théories que l'on croyait séparées... au moins d'une discipline. Le tout d'un simple coup de crayon.

De là à parler de nouveau mode de calcul universel, il n'y a qu'un pas. Celui-ci possède en outre le mérite de la simplicité. « Les équations sont réservées aux initiés. Les dessins, eux, même les enfants peuvent en comprendre le principe. »

Dans ce texte, le mot "dessin" signifie "objet combinatoire, que l'on peut visualiser par une figure simple et concrète"

maths

En s'intéressant aux mathématiques cachées dans les formes arborescentes de la nature, une équipe de chercheurs met au jour d'étonnantes connexions

Par Mireille Tabare Photo Marc Deneyer

# De la beauté mathématique des arbres

**X**avier Viennot s'intéresse aux arbres et fait l'éloge de leur beauté. Xavier Viennot n'exerce pas la profession de botaniste ni de poète, il est mathématicien, directeur de recherches au laboratoire bordelais de recherches en informatique (Labri) de l'Université Bor-

deaux 1. «Les arbres et les structures arborescentes sont présents partout dans la nature : dans la forme des arbres botaniques, des réseaux fluviaux, des décharges électriques, des poumons, et jusque dans certaines molécules des organismes vivants. La démarche de notre équipe consiste à ten-



*Ci-contre : le chêne pédonculé d'Availles-Limouzine : 21 m de haut, 6,75 m de circonférence, âgé d'environ 400 ans (Arbres remarquables de la Vienne, éd. Vienne Nature et Atlantique, 1999).*

ter de décrire, de mesurer, de comparer ces structures et, plus généralement, à rechercher les mathématiques cachées, sous-jacentes, dans les formes de la nature.» A partir d'une structure arborescente concrète, on extrait un «arbre abstrait» en négligeant sa géométrie exacte pour ne retenir que la manière dont sont organisées ses «ramifications». La difficulté consiste ensuite à établir la formule permettant de «compter» de telles structures, à établir l'algorithme – séquence d'opérations – permettant de générer sur ordinateur, à partir d'un même modèle d'arbre abstrait, une très grande quantité d'images d'arbres différentes. Cet algorithme fait appel à des théories complexes relevant des mathématiques combinatoires.

«A un autre niveau, nous avons cherché à donner une interprétation combinatoire de certains problèmes mathématiques ou physiques très ardu, parfois non résolus, explique Xavier Viennot. Au lieu d'essayer de démontrer l'exactitude d'une formule par des calculs interminables et fastidieux, nous établissons une correspondance terme-à-terme entre cette formule et un "objet"



Synthèse d'images d'arbres par des algorithmes combinatoires (D. Arquès, G. Eyrolles, N. Janey, X. Viennot).

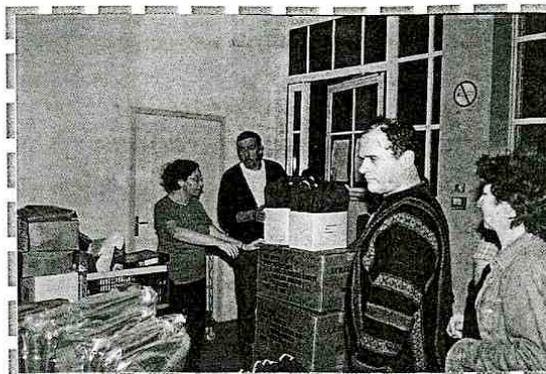
combinatoire, un arbre par exemple. Ce procédé permet, dans certains cas, de produire une preuve visuelle, simple et élégante, qui valide la formule.» La méthode a été appliquée avec succès à d'autres champs mathématiques – algèbre, analyse, informatique, théorie des systèmes – mais aussi à des domaines aussi divers que la physique statistique des phénomènes critiques, la physique fractale, l'hydrogéologie ou la biologie moléculaire. On observe des coïncidences combinatoires surprenantes : à ces différents domaines correspondent des arbres différents, des paramètres différents, mais les équations qui régissent ces paramètres sont les mêmes. «On peut voir émerger d'étonnantes connexions mathématiques entre ces objets combinatoires, dont la beauté peut être appréciée, de manière visuelle, même par un non-spécialiste.» ■

Conférence de Xavier Viennot sur ce thème, à Poitiers (Espace Mendès France), le 25 janvier à 20h30.

## Journées Nationales



*Les petites fourmis au travail*



*Quand il n'y en a plus... il y en a encore !*

### Merci à tous et à Viennot

Ils ont planté là copies et enfants. Sept cents prof. de maths, un cartable vert à la main, déambulent dans les rues de la vieille ville.

Rêve ou cauchemar ?

Le ministre se réveille en sueur. Abandon de poste massif ? On est dimanche. La scène se joue en bord de Seine et pendant les vacances.

Le ministre peut se rendormir.

Et nous, poursuivre le rêve.

Ils marchent d'un pas hésitant.

Ils sont envoûtés.

Ils ont dans la tête un curieux magicien au sourire contagieux : il jongle avec les transparents ; il tisse d'arbre en arbre les fils de ses bijections ; il saute de branche en branche avec une incroyable aisance, poursuivi par une ribambelle de nombres entiers : 1, 1, 2, 5, 14, 42... qui pointent leur nez au travers des feuilles.

Ils rêvent d'entrer dans son domaine des Mates pour s'enivrer de combinatoire, guidés par Catalan, Horn et Strahler.

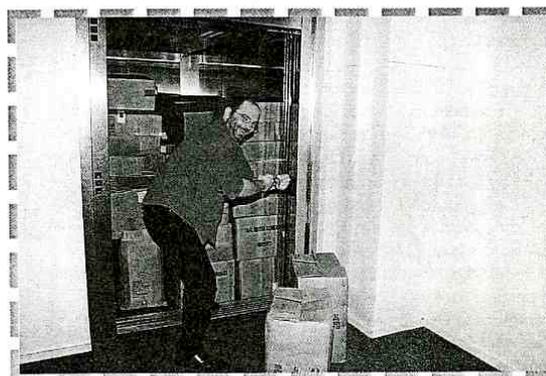
Soudain, tout s'accélère. Sept cents individus verts indiscernables permutent à toute vitesse leurs cartables verts remplis de mots, d'idées, d'images.

Il est temps de sortir du lit.

J'ouvre la fenêtre.

Que c'est beau, un arbre sous la pluie d'automne...

*Claudie Missenard*



*Les gros bras de la Régionale*



*Intermède scrabble : ZUT... 3 lettres. Qui dit mieux ?*

# Trois fois bravo pour Bordeaux !

*Trois chercheurs bordelais ont reçu, hier, la médaille d'argent du CNRS. Un chimiste, un océanologue et un informaticien. Preuve que la région a plus d'un pôle d'excellence*

## Stéphane Gullebaud

Étudiants, enseignants, chercheurs, quelques personnalités locales, plusieurs centaines d'auditeurs avaient pris place hier matin sur les sièges flambant neuf de l'amphi 600. La délégation régionale Aquitaine-Poitou-Charentes du CNRS avait choisi la façade de droit pour rendre hommage à trois des siens. Trois chercheurs ayant pour la première fois depuis 1984 placé l'Aquitaine au palmarès des médailles d'argent du CNRS. Ils ne sont que quinze en France à avoir obtenu, au titre de l'année 1992, une distinction symbole de reconnaissance internationale. Trois récipiendaires pour la seule région Aquitaine constituait déjà un événement.

Mais trois médaillés dans autant de disciplines différentes flirte avec l'exploit. Le résultat prouve en tout cas que les universités bordelaises ont plus d'un pôle d'excellence.

Didier Roux, 37 ans, directeur de recherches au centre Paul Pascal (CRPP) de Pessac et plus jeune médaillé de France s'est fait remarquer par ses travaux sur... les savons !

« J'étudie en fait l'organisation des molécules de savon dans l'eau. Mes recherches comportent bien sûr un aspect fondamental intéressant la physique des surfaces, mais également de nombreuses applications industrielles en cosmétique ou dans le domaine médical ». Didier Roux a notamment maîtrisé les « liposomes », petites « capsules » bien connues des publivores, permettant d'enfermer une infime quantité d'une substance donnée pour la libérer à un endroit précis du corps.

Des travaux à la frontière de la chimie et de la physique. Excellent prélude au débat qui a réuni hier, après-midi récipiendaires et directeurs de laboratoires sur le thème de : l'interdisciplinarité !

## UN AUTRE REGARD

Patrick Buat-Ménard, 46 ans, directeur de recherche au département de géologie et d'océanologie de Bordeaux 1 s'intéresse lui aux relations entre le climat et la biologie marine. « Phénomènes naturels ou influences humaines, j'essaie notamment de définir l'évolution des métaux présents dans les océans. Plus localement de comprendre le transport des sédiments dans l'estuaire de la Gironde. »

Xavier-Gérard Viennot, 47 ans, est l'un des piliers du Laboratoire bordelais de recherche en informatique (LaBRI). Spécialiste de la « combinatoire énumérative », il cache derrière cet intitulé sophistiqué, une étonnante faculté de « mettre en images » (de synthèse bien sûr) les théories les plus complexes. « Mes travaux permettent de visualiser des outils utilisés en mathématiques, physique ou biologie. Au lieu de manipuler des formules et des équations, on manipule des dessins.

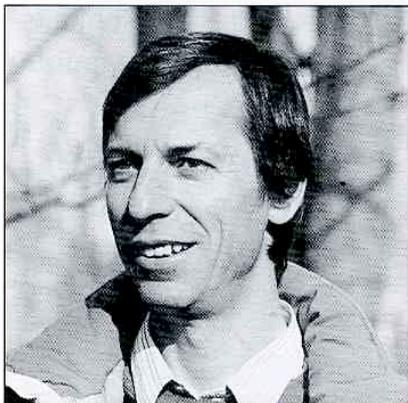
C'est une autre façon de voir les choses et de poser les problèmes. » lycéens que les intégrales et autres Les mathis en images ! La perspective dérivées laissent perplexes...



Au premier plan : Didier Roux, Xavier-Gérard Viennot et Patrick Buat-Ménard, en compagnie de Christian Brochet, délégué régional du CNRS et des directeurs des trois laboratoires bordelais (Photo Jean-François Groussel, • Sud Ouest •)

## DÉPARTEMENT SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR

MÉDAILLE D'ARGENT  
DU CNRS 1992



### Combinatoire énumérative et automatique non linéaire

*Xavier Gérard Viennot, 47 ans, est directeur de recherche au CNRS, au Laboratoire bordelais de recherche en informatique. Il travaille essentiellement sur la combinatoire énumérative, thème d'une école qu'il dirige à Bordeaux.*

Laboratoire bordelais de recherche en informatique  
Université Bordeaux I · TALENCE

### Xavier Gérard VIENNOT

Ancien élève de l'Ecole Normale Supérieure de Paris, Xavier Gérard Viennot est agrégé de mathématiques et titulaire d'un DEA d'informatique et d'un doctorat ès Sciences. Entré au CNRS en 1969, il a successivement travaillé au Laboratoire d'informatique théorique et programmation de l'Université Paris VII, puis au Département de mathématiques de l'Université Strasbourg I, avant de rejoindre en 1980 le Laboratoire bordelais de recherche en informatique. Il assure des cours et encadre des étudiants à l'Ecole Normale Supérieure.

La thèse d'Etat de Xavier Gérard Viennot, soutenue sous la direction de M.P. Schützenberger en 1974 sur les bases de l'algèbre de Lie libre en liaison avec les factorisations du monoïde libre, continue à faire référence dans le domaine. Son auteur s'est, depuis, consacré à la combinatoire, surtout algébrique et énumérative, dont il est devenu un des piliers français. Ses contributions sont particulièrement variées : combinatoire des tableaux de Young, création et développement de la théorie des empilements, dénombrements de polyominos, théorie combinatoire des polynômes orthogonaux classiques, modèles combinatoires exacts en physique.

Le large champ, pluridisciplinaire, de ses intérêts a amené Xavier Gérard Viennot à appliquer la combinatoire énumérative aux mathématiques pures, à l'informatique théorique, l'infographie, la physique statistique, l'automatique non linéaire et même la biologie moléculaire.

Le rayonnement scientifique international de Xavier Gérard Viennot est tout à fait exceptionnel. Il a enseigné aux Etats-Unis, à Singapour, en Inde, en Chine et dans plusieurs états du Canada. Il a contribué au développement du Laboratoire de combinatoire et d'informatique mathématique (LACIM) de l'Université du Québec à Montréal, l'un des premiers centres américains de recherche en combinatoire, où il est actuellement détaché.

Il assure depuis sept ans un enseignement "Combinatoire énumérative" et un encadrement dans le cadre du Magistère Mathématiques et Informatique de l'Ecole Normale Supérieure, à Paris.

En 1974, la médaille A. Châtelet a récompensé les travaux en algèbre de Xavier Gérard Viennot.

Sciences et technologies de l'information -  
informatique, automatique, traitement du signal (Section 07)

LES

# EMPILEMENTS DE PIÈCES

m  
o  
r  
c  
e  
a  
u  
x  
  
c  
h  
o  
i  
s  
i  
s

*Les  
empilements  
de pièces,  
à la frontière  
de la  
combinatoire,  
de  
l'informatique  
et de la  
physique  
statistique.*

30

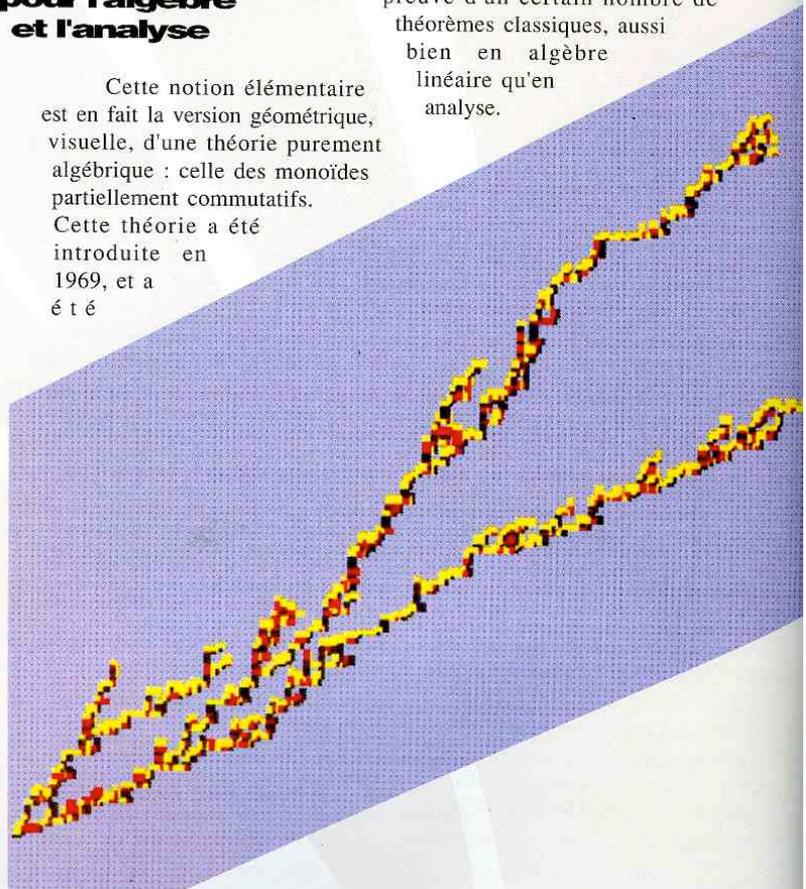
**L**a notion d'empilement de pièces a été introduite par Xavier Viennot. On peut en donner une description imagée simple : un empilement est obtenu en laissant tomber une à une des "pièces" ; certaines vont tomber sur le "sol", d'autres vont venir se superposer à des pièces tombées auparavant.

## **Un outil combinatoire pour l'algèbre et l'analyse**

Cette notion élémentaire est en fait la version géométrique, visuelle, d'une théorie purement algébrique : celle des monoïdes partiellement commutatifs. Cette théorie a été introduite en 1969, et a été

depuis très approfondie, tant d'un point de vue fondamental qu'en raison de son importance comme modèle pour le fonctionnement d'ordinateurs en parallèle.

La notion d'empilement connaît principalement trois types d'applications : tout d'abord, dans l'étude théorique des monoïdes partiellement commutatifs, la vision en termes d'empilements donne une intuition spatiale géométrique qui vient parfois compléter utilement le formalisme usuel. Ensuite, son utilisation permet de refaire et d'unifier en termes combinatoires la preuve d'un certain nombre de théorèmes classiques, aussi bien en algèbre linéaire qu'en analyse.

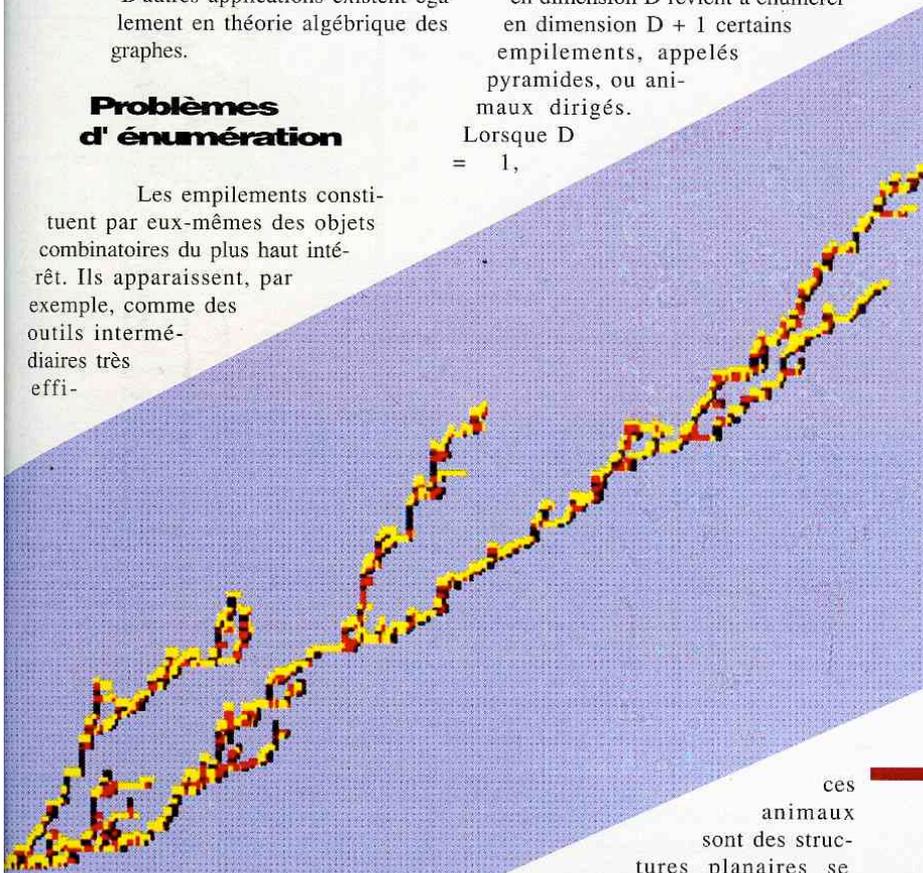


D'autres applications existent également en théorie algébrique des graphes.

### Problèmes d'énumération

Les empilements constituent par eux-mêmes des objets combinatoires du plus haut intérêt. Ils apparaissent, par exemple, comme des outils intermédiaires très effi-

sique statistique, appelés modèles à particules dures. On a démontré que le calcul de la densité d'un tel gaz en dimension  $D$  revient à énumérer en dimension  $D + 1$  certains empilements, appelés pyramides, ou animaux dirigés. Lorsque  $D = 1$ ,



ces dans certains problèmes d'énumération de polyominos. Ces polyominos sont une généralisation de nos dominos familiers. L'énumération des polyominos généraux est un problème célèbre, toujours ouvert. Toutefois, plusieurs sous-familles, présentant des propriétés de convexité, ont pu être énumérées. Leurs séries génératrices sont assez imposantes, mais reçoivent une interprétation naturelle en termes d'empilements de segments.

Les empilements interviennent également dans une famille de modèles de gaz étudiés en phy-

ces animaux sont des structures planaires se développant sur une grille dans une direction privilégiée, à partir d'un point donné.

L'illustration montre des animaux dirigés de très grande taille. La vision en termes d'empilements a ainsi permis d'obtenir de façon simple et élégante, pour  $D = 1$ , des résultats dont la preuve était auparavant extrêmement délicate à établir. De plus, ce premier pas franchi, on peut maintenant envisager l'extension de telles démonstrations à d'autres modèles plus compliqués, en dimension 2. Pour l'un de ces modèles (modèle des hexagones durs), une solution analytique spectaculaire est connue. Quant aux autres, leur résolution constituerait un "petit événement" en physique (modèle des carrés durs). ■■■■■

### Publications

M. BOUSQUET-MELOU,  
X. VIENNOT,  
**Empilements de segments et q-énumération de polyominos convexes dirigés,**  
*J. Comb. Theory Ser. A 60, 2, 196-224, 1992.*

X. VIENNOT,  
**A survey of polyomino enumeration,**  
*Actes du quatrième colloque "Séries formelles et combinatoire algébrique". 1992, publications du LACIM, Montréal, 1192.*

## les gens d'ailleurs

## Gérard Viennot

Eminent mathématicien français, M. Gérard Viennot achève un séjour de deux mois comme professeur invité dans le cadre du séminaire de combinatoire, au département de mathématiques et d'informatique de l'UQAM.

M. Viennot est un spécialiste de la combinatoire énumérative (théorie du dénombrement des structures sur les ensembles finis). Diplômé en mathématiques de l'École Normale Supérieure de Paris, détenteur d'un doctorat d'Etat du Centre national de la recherche scientifique (CNRS), il est successivement chargé de recherches aux universités de Paris VII, Strasbourg et Bordeaux, avant de devenir maître de recherches dans ce dernier établissement. Entre-temps, il est boursier de la National Science Foundation puis Visiting Professor à l'U. of California, San Diego. Il compte nombre de contributions à des revues scientifiques.

M. Viennot a prononcé à ce jour plusieurs conférences au séminaire de combinatoire de l'UQAM, il a donné des exposés sur une



théorie combinatoire des polyèdres orthogonaux généraux, étude qui, par ses implications pratiques, intéresse le physicien, le biologiste, le mathématicien et qui complète d'autre part les travaux de l'équipe de recherche en combinatoire de l'Université.

Le séjour de M. Viennot a été rendu possible grâce à l'aide financière de la Fondation de l'UQAM.

C.A.

From "Picture Puzzling",  
in "The Sciences".

Published by the New-York Academy of Sciences

with the length of the arrow corresponding to the time consumed by the task; if the tip of arrow A touches the tail of arrow B, task A must be performed before task B. This sort of diagram could help in scheduling workers on an assembly line or technicians at Mission Control.

In another realm of combinatorics, Gérard Viennot, a French mathematician, was inspired by children's Lego blocks (plastic blocks with interlocking tops and bottoms) to devise new methods of enumeration. Their applications are not confined to two or even three dimensions but involve equations whose graphic renderings are scarcely imaginable. Nonetheless, a physical model of a simpler case triggered the creation of an entire methodological structure. (The blocks he drew on paper are of much more widely varying sizes and shapes than Lego blocks, but they fit together just as snugly.) It may be a sign of the shifting winds in mathematics that the august Séminaire Bourbaki—a conservative group of elite mathematicians, based in Paris, that in the past has eschewed combinatorics and allied itself with formalism—invited Viennot to present his method three years ago.

It is not just in their thinking that combinatorialists rely heavily on diagrams. In exposition, too, they have relaxed the deductivist imperatives enough to use pictures liberally. If any single article was a harbinger of this trend, it was one that appeared fifteen years ago in the prestigious *Journal of Combinatorial Theory*, written by Jean Mayer.

## Vidéos

- Université du Québec à Montréal, Six heures vidéo-enregistrées: conférence pédagogique sur la combinatoire énumérative et bijective et ses applications, [Service audiovisuel UQAM](#), Montréal, 1983
- Simon Fraser University, Vancouver, Canada, [service pédagogique](#), deux conférences vidéo-enregistrées (pour les élèves des collèges de Colombie britannique) 1985
  - “*Trees in Nature and mathematics*”
  - “*How to prove identities without calculus but with colors and pictures*”
- SFCA/FPSAC Montréal 1992
  - “*A survey of polyominoes enumeration*”. [Un DVD est disponible \(44' 54\)](#), [Université de Rouen](#)
- Université de Melbourne, Melbourne, 1996
  - conférence grand public (la conférence Megyunya) [service audio-visuel](#), [Univ Merlbourne](#)
- Université de Bordeaux, Talence, conférence spéciale (1h40), dans le cadre des leçons de mathématiques d'aujourd'hui, “Enumérons!” suivie d'un “concert-conférence” (avec G.Duchamp, violon, L. Gozalo et C.Krattenthaler, piano, G.Han, ordinateur), dédiés à M.P.Schützenberger, Décembre 1996, [service audio-visuel de l'Université Bordeaux 1](#).
- MSRI (Mathematical Science Research Institute), Berkeley, USA, invitation de un mois dans le cadre de l'année spéciale de combinatoire, conf: “*The mathematical beauty of trees*” Avril 1996 [video MSRI](#)
- Conférence nationale de l'APMEP, Rouen, conf. plénière, “*La beauté mathématique des arbres*”, Octobre 1998, [vidéo APMEP](#)
- Université de Rouen, Rouen, conf. vidéo-enregistrée “*La magie des tableaux de Young*”, Décembre 1999, [DVD disponible](#), [Université de Rouen \(58' 22\)](#)
- 14ème colloque de « Maths en Jean », « L'esprit et le goût de la Recherche », Université de Bordeaux, conférence plénière: “*Symétries et pavages avec la magie des tableaux de Young*”, Mars 2003, [DVD disponible](#), [Service audio-visuel](#), Université Bordeaux 1.
- BNF Paris. “conférence-spectacle” (1h 30) présentée à la Bibliothèque Nationale de France (Grand Auditorium) le 14 Mars 2007 dans le cadre des conférences “**Un texte, un mathématicien**” organisé par la BNF et la Société Mathématique de France, en partenariat avec France Culture et la revue Tangente.
  - “*D'une lettre oubliée d'Euler (1707-1783) à la combinatoire et la physique contemporaine*”
  - [Une cassette vidéo de la conférence est consultable à la BNF:](#)
  - Notice n° : FRBNF41033519
  - Tolbiac - Rez-de-jardin - magasin -Salle P (type de place audiovisuel spécifique)

- Journée Maths-Info en fête, Université Bordeaux 1, Talence, 2 conf. (pour les lycéens, vidéo-filmée) 26 Avril 2007  
 “Arbres, triangulations, molécules d’ARN: quelles mathématiques, quelle informatique ?”,  
 “Métamorphoses algorithmiques et merveilleuses coïncidences mathématiques”,  
 deux conférences consultables sur Canal U  
 série: les productions de l’Université Bordeaux 1, thème: mathématique  
 Réalisation : AMIE (Appui aux Méthodes Innovantes pour l’Enseignement) de l’Université Bordeaux 1 Sciences Technologies.  
 Vidéo: Yves Descubes et Franck Marmisse  
[http://www.u-bordeaux1.fr/math\\_info\\_fete/conferencier.htm](http://www.u-bordeaux1.fr/math_info_fete/conferencier.htm)
  
- Université Bordeaux 1, Dans le cadre des” rendez-vous du Lundi”, “conférence-spectacle”, “De Leonhard Euler (1707-1783) aux mathématiques combinatoires et à la physique d’aujourd’hui”, avec G. Duchamp et M. Freudentheil (violons) et M. Pig Lagos (récits et textes), 15 Octobre 2007 (vidéo-filmée). Un DVD est en préparation, des extraits sont sur la page “vidéos” de l’association Cont’Science.  
[http://web.mac.com/xgviennot/iWeb/Cont\\_Science/Accueil.html](http://web.mac.com/xgviennot/iWeb/Cont_Science/Accueil.html)
  
- Workshop “Combinatorial Identities and their Applications in Statistical Mechanics”, Isaac Newton Institute for Mathematical Science, Cambridge, United Kingdom, conf. invitée, “Introduction to the theory of pieces and applications to statistical mechanics and quantum gravity”, Avril 2008, vidéo sur le site de l’Institut:  
<http://www.newton.ac.uk/webseminars/pg+ws/2008/csm/csmw03/0407/viennot/>
  
- Workshop “Statistical Mechanics and Quantum-Field Theory Methods in Combinatorial Enumeration”, Isaac Newton Institute for Mathematical Science, Cambridge, United Kingdom, conf. invitée, “Alternative tableaux, permutations and partially asymmetric exclusion process”, Avril 2008, vidéo sur le site de l’Institut:  
<http://www.newton.ac.uk/webseminars/pg+ws/2008/csm/csmw04/0423/viennot/>

### 3 - Transfert technologique, relations industrielles et valorisation

Par la nature de mes recherches d’ordre de la recherche fondamentale, cette section se retrouve assez vide.

Citons tout de même:

- **création du logiciel DUNE** pour la synthèse d’images d’arbres, feuilles et paysages avec D. Arquès, N Janey (Laboratoire d’Informatique de Besançon).

Ce logiciel est la valorisation de nos travaux en synthèse d’images, après les articles [55] à SIGGRAPH’89, [56] à PIXIM’89 et [59] à EuropIA’90.

Il a obtenu en France le prix de la créativité SICOB’89.

# 4 - Responsabilités collectives et management de la recherche

## - création et direction de l'équipe combinatoire du LaBRI

voir aussi page 42

### ATP du CNRS

- ATP "Utilisation des ordinateurs en Mathématiques pures", ENS Paris, en collaboration avec J.L. Verdier, 1974-1976
- ATP Application des mathématiques pures: "Combinatoire bijective et physique statistique", responsable du projet, 1983-87

### Aide à la recherche universitaire en Biologie:

"Evolution des tARN, recherche d'un ARN de transfert primitif", projet en collaboration avec I4IBCN (J.P. Mazat et S.Litvak) et l'Université Bordeaux 2 (R. Salamon), année 1984-85, avec organisation d'un séminaire pluridisciplinaire

### PRC Mathématiques et Informatique

J'ai dirigé pendant 8 ans le projet "Codage par des mots, réécriture et commutations" dans le cadre du PRC "Mathématiques et Informatique" de D. Perrin. Notre projet bordelais regroupait pratiquement toute l'équipe "Combinatoire et algorithmique" du LaBRI.

### Coopération franco-qubécoise

J'ai organisé et dirigé avec Pierre Leroux (LACIM, UQAM, Montréal) un projet de coopération franco-qubécois regroupant une cinquantaine de chercheurs français et qubécois. (trois années)

Cette coopération entre le LACIM et le LaBRI a continués et a fait ensuite l'objet de deux projets PICS CNRS, dirigés par A.Arnold, S. Brlek, puis O.Guibert avec S.Brlek.

### projet NSF

J'ai fait partie d'un projet NSF avec F. Lamnabhi-Lagarrigue (L2S) et P.Crouch (Arizona, USA) sur la théorie du Contrôle

### projet ESPRIT

J'ai fait partie d'un projet ESPRIT, dirigé par M. Nivat et K. Sakarovitch

### Pôle image à Bordeaux

J'ai mis sur pied un projet à la région Aquitaine, dans le cadre d'un pôle image à l'Université de Bordeaux, en coopération avec certains physiciens du CRPP (Centre de Recherche Paul Pascal) comprenant les projets ICOPHYS, SYNPA, STRAHLER de l'équipe combinatoire du LaBRI et deux autres projets propres au CRPP sur l'utilisation de structures arborescentes (analyse électronique) pour l'analyse d'images, avec application à l'étude de la structure tridimensionnelle de matériaux composites.

**projet INRIA**

J'ai fait partie projet INRIA "Combinatoire, algorithmique et physique statistique" dirigé par P. Flajolet.

**projets européens**

Avec l'équipe bordelaise, j'ai fait partie de plusieurs projets successifs européens de "*Combinatoire algébrique*", regroupant des équipes des universités de Stockholm, Vienne, Rome, Erlangen-Bayreuth, Bordeaux, Marne-la-Vallée, Strasbourg, puis Lyon.

**projet ANR Blanc MARS**

Je dirige actuellement un projet ANR intitulé MARS (2006-09) ou "*Physique combinatoire: autour des matrices à signes alternants et la conjecture de Razumov-Stroganov*".

On se reportera à la section p 26 sur mes recherches actuelles. En complément, le lecteur trouvera p.26 un résumé du projet et p. 30 le descriptif complet tel que présenté à l'ANR en 2006 (Objectifs et contexte, description du projet et résultats attendus) . Ce projet regroupe certains chercheurs du LaBRI et de Marne-La-Vallée.

**Conseil scientifique**

J'ai été pendant de nombreuses années membre du Conseil scientifique du LaBRI

**Commission de spécialiste**

J'ai été membre pendant une vingtaine d'années de la commission de spécialiste informatique de l'université de Bordeaux.

J'ai aussi été pendant quelques années membre de la commissions mathématique de cette même université, ainsi que pendant une année de celle de l'UQAM à Montréal.

# 5 - Mobilité

## Mobilité thématiques

Tout mon parcours montre une très grande mobilité thématique. J'ai travaillé dans des domaines variés, au sein de diverses communautés:

**en informatique:**

combinatoire et algorithmique, automates et théorie des langages formels, calcul formel, informatique graphique, structures de données

**en mathématiques:**

combinatoire énumérative et algébrique, analyse, algèbre

**en mathématiques appliquées:**

automatique non linéaire, théorie du contrôle, approximations de Padé

**en physique théorique:**

modèle exactement résolubles en physique statistique, analyse d'images en physique des fractals, gravitation quantique Lorentzienne, système hors d'équilibre (PASEP)

**en biologie moléculaire:**

structures secondaires de molécules du genre ARN

### apports de ces mobilités et prise de risque

Sur chacun de ces thèmes, j'ai publié des articles dans les revues des domaines respectifs. J'ai trouvé un très grand intérêt dans cette mobilité thématique, d'une part par les rapprochements fructueux découverts entre des domaines et des thèmes très différents, d'autre part par le fil conducteur guidant et unifiant ces divers thèmes, à savoir le "**paradigme bijectif**", avec les mêmes objets combinatoires apparaissant dans des domaines complètement différents. L'exemple de la combinatoire des nombres de Strahler est particulièrement frappante, rapprochant des domaines poursuivis par des communautés complètement séparées: hydrogéologie, analyse d'images fractals en physique, infographie et synthèse d'images, biologie moléculaire, radiologie, mathématiques pures, analyse d'algorithmes.

Un autre intérêt de cette mobilité est expliquée en détail page 27 au sujet de mes recherches actuelles et futures dans le cadre du **projet MARS ("Physique combinatoire: autour des matrices à signes laternants et la conjecture de Razumov-Stroganov")**, où je m'attaque à des problèmes ouverts depuis 25 ans dans un domaine objet d'une intense activité, aussi bien chez les combinatoristes que les physiciens théoriciens. C'est en superposant mes connaissances et idées sur des sujets indépendants développés au cours des trente dernières années en algèbre, combinatoire, informatique et physique théorique, que j'ai pu reprendre avec succès ces recherches que j'avais abandonnées dans les années 80-90 après des années d'effort, et beaucoup de "**prises de risques**" (en particulier pour le nombre de publications).

## Mobilité géographique

**En France**, en tant que chercheur CNRS depuis 1969, j'ai été successivement rattaché à l'Université Paris 7 (LITP), puis l'Ecole Normale rue d'Ulm (Centre de Mathématiques), puis l'Université de Strasbourg (Département Maths/Info) et enfin depuis 1980 à l'Université de Bordeaux (LACIM).

### **mise à disposition à l'étranger pour des séjours de longue durée**

J'ai été mis à disposition du CNRS dans des laboratoires étrangers pour des séjours de longue durée:

- au LACIM de l'UQAM, **deux séjours d'un an** comme professeur invité (Juin 1987 - Juillet 1988) et (Septembre 1992 - Mai 1993) et un séjour de **deux mois** (Sept-Octobre 1983)
- à UCSD (Université de Californie à San Diego) **séjour de 15 mois** comme boursier post-doctoral de la NSF (Mai 1978 - Août 1979) et **deux séjours de 3-4 mois** comme professeur invité (Avril-Juin 1981 et Avril-Juillet 1984).
- au Département de Physique Théorique du Tata Institute de Mumbai (Bombay), Inde séjour de **deux mois** en Septembre-Octobre 1986
- au Département de mathématiques de l'Université de Wuhan en Chine séjour de **trois mois** en Novembre 1986- Janvier 1987
- à l'Université de Melbourne, Australie, au sein du groupe de physique statistique, séjour de **trois mois** en 1996, invité comme "**Megyunay distinguished fellow**". C'est une distinction prestigieuse, donné une ou deux fois par an pour toute l'université de Melbourne. D'après les statuts, cette distinction vise des invités du niveau "prix Nobel" (sic).

### **séjours à l'étranger plus court (quelques semaines)**

Citons:

- Caracas, Venezuela, 1 mois
- Santiago et Valparaiso, Chili, 1 mois
- Nankai Université, Center de Combinatoire, deux fois 2 semaines
- Singapour (2 semaines)
- Mittag-Leffler Institute, Suède, deux fois 1 mois
- le MSRI à Berkeley, USA ( 1 mois)
- Isaac Newton Institute, Cambridge, 3 semaines
- Erwin Schrödinger Institute, Vienne, Autriche, 3 semaines
- Florence, Italie, une dizaine de séjours de une à deux semaines
- Montréal, LACIM, UQAM, une vingtaine de séjour courts allant de une à deux semaines.